Histoire de l'Académie royale des sciences ... avec les mémoires de mathématique , de physique... tirez des registres de [...]

Source gallica.bnf.fr / Archives de l'Académie des sciences

{BnF

gallica
BIBLIOTHÈQUE
NUMÉRIQUE

Académie des sciences (France). Histoire de l'Académie royale des sciences ... avec les mémoires de mathématique , de physique... tirez des registres de cette Académie. 1702-1797.

1/ Les contenus accessibles sur le site Gallica sont pour la plupart des reproductions numériques d'oeuvres tombées dans le domaine public provenant des collections de la BnF.Leur réutilisation s'inscrit dans le cadre de la loi n°78-753 du 17 juillet 1978 :
*La réutilisation non commerciale de ces contenus est libre et gratuite dans le respect de la législation en vigueur et notamment du maintien de la mention de source.
*La réutilisation commerciale de ces contenus est payante et fait l'objet d'une licence. Est entendue par réutilisation commerciale la revente de contenus sous forme de produits élaborés ou de fourniture de service.

Cliquer ici pour accéder aux tarifs et à la licence

2/ Les contenus de Gallica sont la propriété de la BnF au sens de l'article L.2112-1 du code général de la propriété des personnes publiques.

3/ Quelques contenus sont soumis à un régime de réutilisation particulier. Il s'agit :

*des reproductions de documents protégés par un droit d'auteur appartenant à un tiers. Ces documents ne peuvent être réutilisés, sauf dans le cadre de la copie privée, sans l'autorisation préalable du titulaire des droits.
*des reproductions de documents conservés dans les bibliothèques ou autres institutions partenaires. Ceux-ci sont signalés par la mention Source gallica.BnF.fr / Bibliothèque municipale de ... (ou autre partenaire). L'utilisateur est invité à s'informer auprès de ces bibliothèques de leurs conditions de réutilisation.

4/ Gallica constitue une base de données, dont la BnF est le producteur, protégée au sens des articles L341-1 et suivants du code de la propriété intellectuelle.

5/ Les présentes conditions d'utilisation des contenus de Gallica sont régies par la loi française. En cas de réutilisation prévue dans un autre pays, il appartient à chaque utilisateur de vérifier la conformité de son projet avec le droit de ce pays.

6/ L'utilisateur s'engage à respecter les présentes conditions d'utilisation ainsi que la législation en vigueur, notamment en matière de propriété intellectuelle. En cas de non respect de ces dispositions, il est notamment passible d'une amende prévue par la loi du 17 juillet 1978.

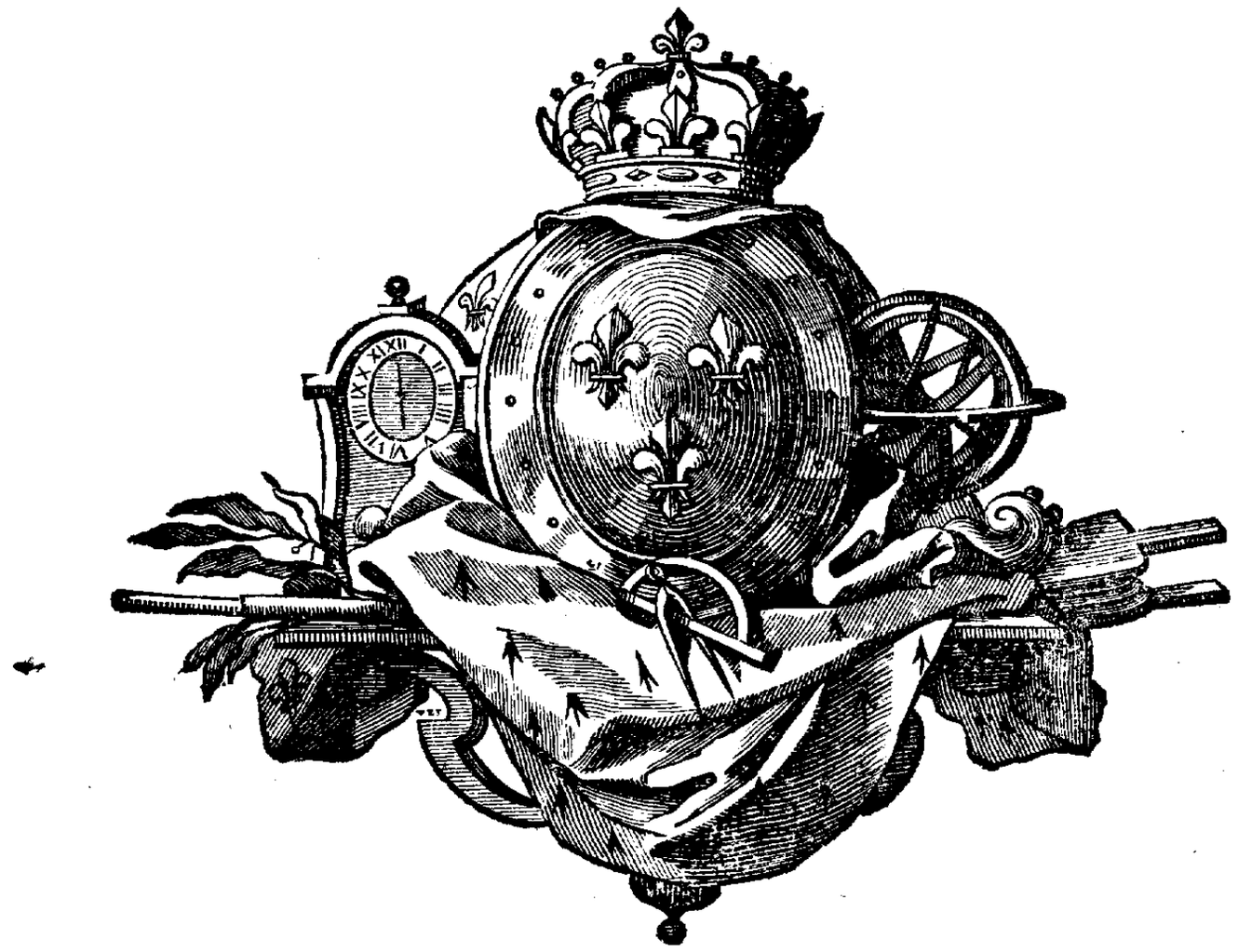
7/ Pour obtenir un document de Gallica en haute définition, contacter reutilisation@bnf.fr.

HISTOIRE
DE
L'ACADEMIE
ROYALE
DES SCIENCES.

Année M. DCCXXXII.

Avec les Mémoires de Mathématique & de Phyſique,
pour la même Année.

Tirés des Regiſtres de cette Académie.



A PARIS,
DE L'IMPRIMERIE ROYALE.

M. DCCXXXV.

Source gallica.bnf.fr / Archives de l'Académie des sciences

TABLE
POUR
L'HISTOIRE.

PHYSIQUE GE'NE'RALE.

SUR un Siſteme de l'Aurore Boréale. Page 1

ANATOMIE.

Sur les Hidropiſies enkiſtées dans les Poumons & dans le Foye. 25
Obſervations Anatomiques. 28

CHIMIE.

Sur les Aſtringents & les Cauſtiques. 39
Sur les Bouillons de Poiſſon, les Os des Animaux, &c. 45
Sur le Tartre ſoluble. 47
Sur le Sel de la Chaux. 50
Sur le Borax, & ſur des Expériences nouvelles de ce Sel. 52
Obſervation Chimique. 54

BOTANIQUE. 55

GE'OME'TRIE.

Sur les Courbes de pourſuite. 56

TABLE.

Sur une eſpece de Courbes décrites ſur la ſurface d'une Sphere. 60
Sur les Lignes du quatriéme ordre. 63

ASTRONOMIE.

Sur la Parallaxe de la Lune. 72
Sur la Rotation de Venus. 73
Sur les Satellites de Jupiter. 77

CHRONOLOGIE. 94

OPTIQUE. 95

MECHANIQUE.

Sur la Comparaiſon des Forces de la Peſanteur & de la Percuſſion. 100
Sur une nouvelle Machine pour meſurer la vîteſſe des Eaux courantes. 103
Sur le mouvement ou la dépenſe *des Eaux.* 107
Sur l'Attraction Newtonienne. 112

Machines ou Inventions approuvées par l'Académie en 1732. 117

Eloge de M. Chirac. 120
Eloge de M. le Chevalier de Louville. 131

TABLE
POUR
LES MEMOIRES.

SUR de nouvelles Courbes auſquelles on peut donner le nom de LIGNES DE POURSUITE. Par M. BOUGUER. Page 1

Sur les Courbes de pourſuite. Par M. DE MAUPERTUIS. 15

Suite de l'Examen chimique des Chairs des Animaux, ou de quelques-unes de leurs parties, auquel on a joint l'analyſe chimique du Pain. Par M. GEOFFROY. 17

Diſſertation ſur les moyens dont on s'eſt ſervi, & dont on ſe ſert preſentement pour arrêter les Hémorragies cauſées par l'ouverture des Veines & des Arteres dans les Playes. Par M. PETIT le Médecin. 31

Sur la Parallaxe de la Lune. Par M. GODIN. 51

Suite de l'anatomie de la Poire. Troiſiéme Partie. Par M. DU HAMEL. 64

Des deux inégalités du quatriéme Satellite de Jupiter. Par M. MARALDI. 95

Recherches ſur le mouvement des Eaux. Par M. COUPLET. 113

Second Mémoire ſur la Teinture des Pierres. Par M. DU FAY. 169

Deſcription & Uſage d'un Métrometre, ou Machine pour battre

TABLE.

les Mesures & les Temps de toutes sortes d'Airs. Par M. D'ONZEMBRAY. 182

De la révolution de Venus autour de son axe. Par M. CASSINI. 197

Dissertation sur l'Amputation, où l'on déduit les différents moyens dont on s'est servi pour faire cette opération, & pour arrêter le sang des Arteres, depuis Hyppocrate jusqu'à la fin du Siécle dernier. Par M. PETIT le Médecin. 215

Probleme sur les Epicycloïdes sphériques. Par M. BERNOULLI, Professeur de Mathématique à Bâle. 237

Solution du même Probleme, & de quelques autres de cette espece. Par M. DE MAUPERTUIS. 255

Observation de deux Hydropisies enkistées des Poumons, accompagnées de celle du Foye. Par M. MALOET. 260

Maniére de déterminer la nature des Roulettes formées sur la superficie convexe d'une Sphere, & de déterminer celles qui sont géométriques, & celles qui sont rectifiables. Par M. NICOLE. 271

Des Epicycloïdes sphériques. Par M. CLAIRAUT. 289

Observations Mathématiques & Physiques, faites dans un Voyage de Levant en 1731 & 1732. Par M. DE LA CONDAMINE. 295

Des différentes maniéres de rendre le Tartre soluble. Par M.rs DU HAMEL & GROSSE. 323

Sur les Loix de l'Attraction. Par M. DE MAUPERTUIS. 343

Description d'une Machine pour mesurer la vîtesse des Eaux courantes, & le sillage des Vaisseaux. Par M. PITOT. 363

Construction d'une nouvelle Boussole, dont l'Aiguille donne par une seule & même opération, l'Inclinaison & la Déclinaison de l'Aimant, avec plus de précision & plus de facilité que ne font les Instruments employés jusqu'à présent. Par M. BUACHE. 377

TABLE.

Maniére de trouver des Courbes algébriques & rectifiables ſur la ſurface d'un Cone. Par M. CLAIRAUT. 385

Second Mémoire ſur la maniére d'arrêter les Hémorragies, contenant deux Obſervations qui prouvent que le Sang s'arrête par un caillot. Par M. PETIT. 388

Nouvelles Expériences ſur le Borax, avec un moyen facile de faire le Sel Sédatif, & d'avoir un Sel de Glauber, par la même opération. Par M. GEOFFROY. 398

Sur la ſeconde Inégalité des Satellites de Jupiter. Par M. GRANDJEAN. 419

Sur quelques accidents remarquables dans les Organes de la circulation du Sang. Par M. MORAND. 428

Solution d'un Probleme de Géométrie. Par M. CLAIRAUT. 435

Solution du même Probleme. Par M. NICOLE. 437

Solution de deux Problemes de Géométrie. Par M. DE MAUPERTUIS. 442

Autre Solution du Probleme de M. Cramer. Par M. CAMUS. 446

De la Méridienne de l'Obſervatoire. Par M. CASSINI. 452

Des Nœuds & de l'Inclinaiſon de l'Orbe du troiſiéme Satellite à l'égard de l'Orbe de Jupiter. Par M. MARALDI. 471

Obſervation de l'Eclipſe totale de la Lune du premier Décembre de cette année 1732. faite à l'Obſervatoire Royal de Paris. Par M. CASSINI. 481

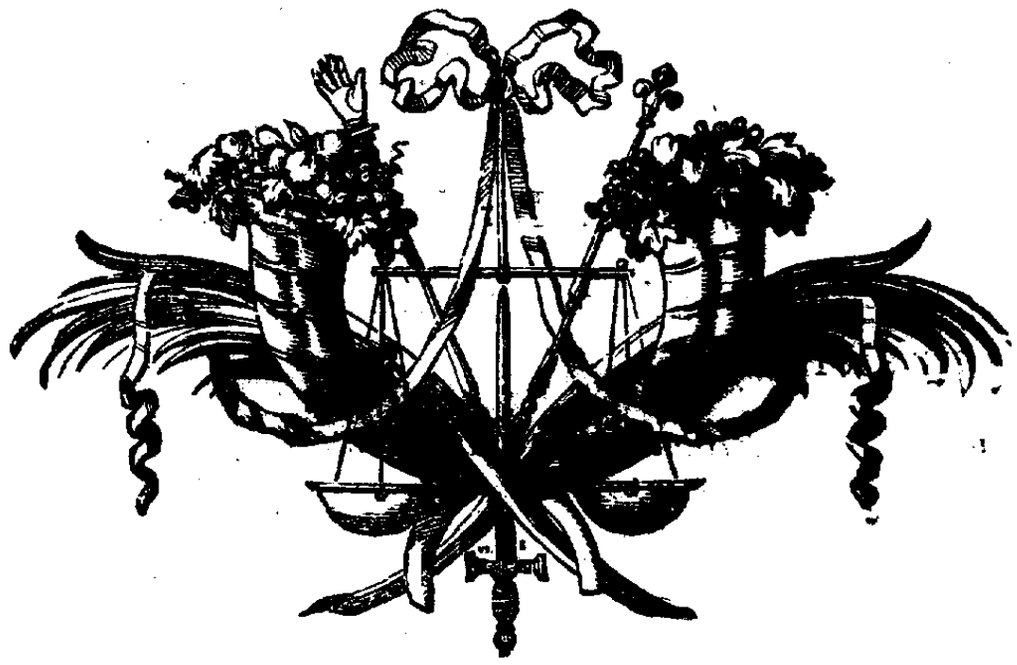
Obſervation de l'Eclipſe totale de Lune du 1 Décembre 1732, faite à Paris. Et Comparaiſon de cette Obſervation à celles qui ont été faites à MADRID, à SEVILLE & à CHANDERNAGOR au Royaume de Bengale. D'où réſulte la

TABLE.

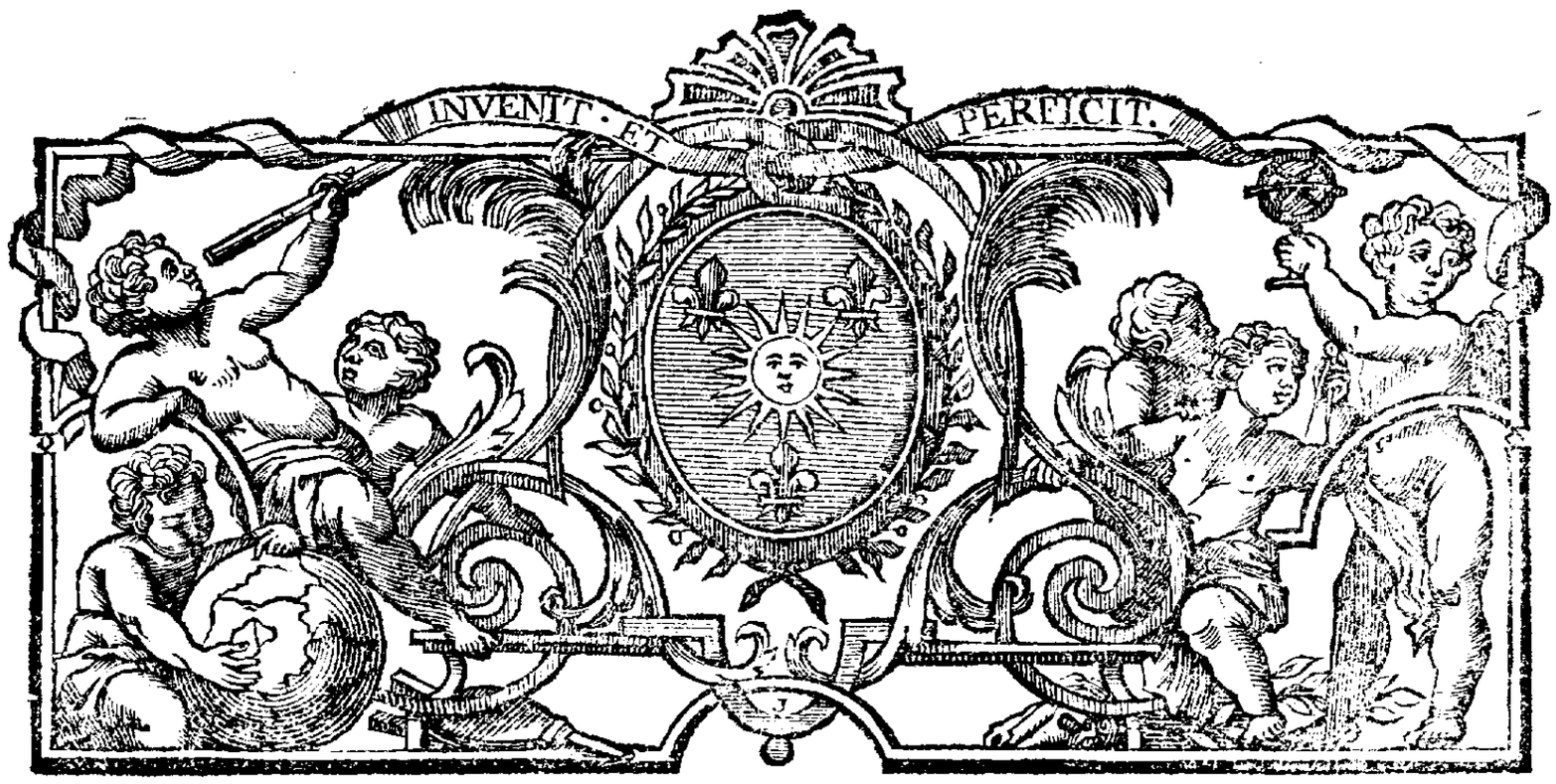
différence des Méridiens entre Paris & ces Villes. Par M. GODIN. 484

Obſervations Météorologiques faites pendant l'année 1732. Par M. MARALDI. 494

RÉPONSE aux Remarques qui ont été faites dans le Journal Hiſtorique de la République des Lettres ſur le Traité DE LA GRANDEUR ET DE LA FIGURE DE LA TERRE. Par M. CASSINI. 497



HISTOIRE



HISTOIRE
DE
L'ACADE'MIE ROYALE
DES SCIENCES.

Année M. DCCXXXII.

PHISIQUE GENERALE.

SUR UN SISTEME DE L'AURORE BORE'ALE.

NOUS mettons en cette année 1732 un Livre de M. de Mairan, intitulé *Traité Phiſique & Hiſtorique de l'Aurore Boréale, Suite des Mémoires de l'Académie Royale des Sciences, année 1731*, parce qu'il parut avec le Volume de 1731, qui étoit deſtiné à paroître en 1732.

Depuis 1716 juſqu'en 1731, inclusivement l'un & l'autre,

il ne s'eſt paſſé aucune année où l'Aurore Boréale n'ait été vûë en différents lieux de l'Europe, quelquefois auſſi en Amérique. Ce n'eſt pas qu'elle ait ceſſé depuis 1731, elle continue toûjours, & juſqu'en 1733 où nous écrivons ceci, mais M. de Mairan a été obligé de ſe renfermer dans des bornes, pour avoir devant lui un nombre de matériaux fixe & déterminé, c'eſt-à-dire toutes les obſervations que quinze années de ſuite lui ont pû fournir, tant des ſiennes propres, que de celles qu'il a eu ſoin de ramaſſer de toutes parts. Il s'eſt porté à ce travail avec d'autant plus d'ardeur, qu'ayant entrevû depuis aſſés long-temps une explication du Phénomene ſinguliére & hardie, il trouvoit que les faits ſembloient ſe conformer toûjours de plus en plus à cette idée.

Nous ne répéterons point ici les deſcriptions d'Aurores Boréales répandues dans tous nos Volumes depuis 1716. On pourroit les diſtribuer en différentes Claſſes ſelon la variété, ou plûtôt, ainſi que le juge M. de Mairan, ſelon la pluralité des circonſtances, car il croit qu'une grande Aurore Boréale bien complete, telle que celle du 19 Octobre 1726, qui eut le Segment circulaire obſcur à l'Horiſon, les Arcs lumineux au deſſus, les Colonnes ou Jets de lumiére qui s'en élevoient, une étendue qui embraſſoit tout l'Horiſon, des floccons ou petits nuages lumineux ſemés dans tout le Ciel, des Ondulations, des Rayons, des Arcs dirigés au Zénit ſans aller juſque là, & qui y laiſſoient un eſpace vuide en forme de Couronne ou de Coupole, &c. contient en quelque ſorte toutes les autres Aurores Boréales moindres, qui ne ſont que celle là tronquée & mutilée de quelques parties par une rencontre moins favorable des cauſes Phiſiques.

Pour rendre ici les explications plus ſimples, nous nous en tiendrons à une Aurore Boréale moyenne, qui aura le Segment obſcur à l'Horiſon, avec un Arc lumineux au deſſus, & tout au plus quelques Jets ou Colonnes de lumiére; tout le reſte ſera réſervé à l'ouvrage original, qui ne laiſſera rien à deſirer ſur l'exactitude & la préciſion de ces détails, quoiqu'aſſés compliqués.

L'Aurore Boréale ordinaire ou moyenne, peu & mal obſervée, a pû paroître un Météore formé dans l'Atmoſphere terreſtre, comme les Eclairs, les Etoiles tombantes, les Feux volants. Mais quand on eſt venu à faire réfléxion ſur la grande fréquence de ce Phénomene, ſur ſon apparition attachée à certaines Saiſons de l'année preſque excluſivement aux autres, ſur ſa place toûjours marquée au Nord, ſeulement même ſur ſa magnificence, quand il eſt ce que nous appellons *complet*, il a été difficile de croire que ce ne fût qu'un ſimple Météore fortuit, qui ne tînt pas eſſentiellement à la conſtitution générale du Monde, ou de tout notre Siſteme Solaire, en un mot, qui ne fût pas *coſmique*. Mais comment un Météore ſera-t-il coſmique? ce ſont deux idées qui paroiſſent s'exclurre, & que M. de Mairan a trouvé le ſecret d'allier. Par là l'Aurore Boréale tiendra un milieu entre les purs Météores & les purs phénomenes coſmiques, tels que tous ceux de l'Aſtronomie, & cette diſpoſition ſemble être aſſés du genie de la Nature.

Nous avons parlé en 1706 * de la Lumiére Zodiacale découverte en 1683 par feu M. Caſſini, & maintenant fort connue de tout le monde. Elle ne peut être formée que par une Atmoſphere qui environne le Soleil juſqu'à une certaine diſtance, & nous en réfléchit les rayons, ou bien eſt lumineuſe par elle-même. Si cette Atmoſphere Solaire vient à rencontrer notre Atmoſphere terreſtre, il eſt certain qu'elle y répandra de la lumiére. Mais les deux Atmoſpheres ſe rencontrent-elles? On n'imagine pas naturellement que l'Atmoſphere du Soleil puiſſe s'étendre juſqu'à la Terre, c'eſt-à-dire à 33 millions de Lieues, & d'un autre côté on ne donne ordinairement à l'Atmoſphere de la Terre que 15 ou 20 Lieues de hauteur.

* p. 119.

La Lumiére Zodiacale, toûjours vûë de côté, & ſeulement par le bout d'une de ſes moitiés, horſmis dans les Eclipſes totales de Soleil, où elle eſt vûë autour de lui comme une chevelure rayonnante, a toûjours une figure décroiſſante & pointue, dont la baſe doit être dans le corps du Soleil, & la pointe ſe termine à quelque endroit du Zodiaque. Cette

pointe n'eſt pas ſon extrémité réelle, mais ſeulement celle qui peut nous être encore viſible. La diſtance en degrés de cette pointe viſible juſqu'au centre du Soleil donne pour le moins l'étendue de l'Atmoſphere Solaire. Si cette diſtance étoit de 28 degrés, comme celle de Mercure dans ſes plus grandes digreſſions ou élongations du Soleil, il eſt évident que l'Atmoſphere Solaire s'étendroit juſqu'à l'Orbite de Mercure, & dans la ſuppoſition de 48 degrés, qui ſont l'élongation de Venus, elle iroit juſqu'à l'Orbite de Venus, & dans la ſuppoſition de 90 degrés, il eſt démontré qu'elle va juſqu'à l'Orbite de la Terre. Or la pointe de la Lumiére Zodiacale, quelquefois obſervée à beaucoup moins de 90 degrés du Soleil, l'a été auſſi & à 90 & à plus de 100, d'où il réſulte ſans difficulté que l'Atmoſphere Solaire peut, étant toûjours viſible, aller juſqu'à l'Orbite de la Terre, & au de-là, même aſſés conſidérablement.

Par les grandes inégalités d'étendue de la Lumiére Zodiacale, on voit que l'Atmoſphere Solaire, qui les doit avoir auſſi, eſt ſujette à de grandes variations, non pas ſeulement apparentes, mais réelles.

Quant à l'Atmoſphere terreſtre, il eſt bien ſûr que de quelque petite étendue qu'elle fût, il y auroit des temps où l'Atmoſphere Solaire la rencontreroit néceſſairement; mais outre qu'il faudroit attendre ces temps-là, qui ſeroient ceux d'une aſſés grande étendue de l'Atmoſphere Solaire, le phénomene des Aurores Boréales demande que l'Atmoſphere terreſtre ait beaucoup plus d'étendue ou de hauteur que l'on ne croit communément. M. de Mairan ayant choiſi entre différentes obſervations faites en des lieux peu éloignés en longitude, & le plus qu'il a été poſſible en latitude, celles où le même point d'une Aurore Boréale, comme le ſommet de l'Arc lumieux avoit été vû en même temps, a conclu de la différente élévation où il avoit été vû ſur l'horiſon, ou de ſa parallaxe, la hauteur réelle où il devoit être au deſſus de la ſurface de la Terre, & par pluſieurs opérations de cette eſpece il a trouvé que cette hauteur étoit de 2. ou 300 Lieues.

Le Barometre eſt bien éloigné de donner cette grande hauteur, mais M. de Mairan, qui entre ſur ce ſujet dans une aſſés profonde diſcuſſion, fait voir par des expériences déja anciennes, & connues, que le Barometre ne donne que la hauteur de l'Air aſſés groſſier pour ne pouvoir paſſer au travers des pores du Verre, que rien ne nous fait juger ni même ſoupçonner que l'Atmoſphere terreſtre ne ſoit compoſée que d'un Air qui ſoit à ce degré de groſſiéreté, qu'au deſſus de celui-là il peut y en avoir un plus ſubtil, & encore un plus ſubtil qui appartienne toûjours à l'Atmoſphere juſqu'à ſes derniéres limites, qui nous ſont inconnues, mais que l'Aurore Boréale nous oblige déja de reculer beaucoup.

L'Atmoſphere terreſtre a cependant des limites déterminées, & on peut les marquer du moins en général dans le Siſteme de la Peſanteur univerſelle, qui commence à s'établir beaucoup. Tous les Corps, qui tournent autour d'un centre ou Corps central, ou ceux qui s'aſſemblent ſeulement autour de lui, peſent vers ce centre, & y ſont portés par une Force centrale, quelle qu'elle ſoit, car apparemment il eſt au deſſus de l'Eſprit humain de la définir. Quand différentes Forces centrales agiſſent à la fois, comme lorſque la Lune tourne autour de la Terre, dont elle eſt Satellite, & en même temps tourne avec la Terre autour du Soleil, il ſe fait un combat de Forces centrales qui ſe modifient mutuellement, & viennent enfin à concerter leurs actions. La peſanteur de la Lune vers la Terre ne permet pas à la peſanteur qu'elle a auſſi vers le Soleil d'avoir ſeule ſon effet, la Lune quitteroit auſſi-tôt la Terre, & iroit vers le Soleil ; de même la Lune tomberoit vers la Terre, ſi ſa peſanteur vers le Soleil ceſſoit ; mais les deux peſanteurs ou forces centrales s'accordent, & conſpirent au mouvement compoſé de la Lune. Ce ſont les diſtances où eſt la Lune tant à l'égard du Soleil qu'à l'égard de la Terre, qui ménagent cet accord, car les forces centrales ou peſanteurs agiſſent plus ou moins ſelon leurs diſtances au point central. Si la Lune étoit plus proche de la Terre, elle tomberoit vers la Terre, plus proche du Soleil, elle tomberoit

vers le Soleil. Il y a donc deux eſpeces de Spheres d'activité, l'une pour le Soleil, l'autre pour la Terre. Dans la 1re la peſanteur d'un Corps vers la Terre ſeroit vaincuë par ſa peſanteur vers le Soleil, dans la 2de ce ſeroit le contraire. Il y a donc auſſi entre les deux Spheres une Limite où le Corps ſe trouveroit en équilibre. Tout cela poſé, l'Atmoſphere terreſtre ſera formée de tout l'Air, quelque rare qu'il puiſſe devenir, compris dans la Sphere d'activité de la Terre, c'eſt-à-dire, qui ne peſera que vers la Terre.

M. de Mairan a déterminé par un calcul aſſés fin quelle étoit la Limite ou le point d'équilibre entre ces deux Spheres d'activité. Les Forces centrales que l'on conçoit qui réſident dans le Soleil & dans la Terre ſont connues par les faits Aſtronomiques, elles ſont fort inégales, & celle du Soleil eſt preſque ſans comparaiſon la plus grande, ainſi le point d'équilibre ſera dans le même rapport plus proche de la Terre, & il ſe trouve qu'il n'en eſt qu'à quelque 60000 Lieues. En deçà de cette Limite les Corps ne tomberont que vers la Terre, & quand une portion de l'Atmoſphere Solaire n'en ſera qu'à cette diſtance, la matiére qui la compoſe commencera à n'avoir plus de tendance que vers la Terre, & elle tombera dans notre Atmoſphere, juſqu'à ce qu'elle y ſoit arrêtée & ſoûtenuë par une matiére aſſés groſſiére & plus peſante.

L'Atmoſphere Solaire & la Terreſtre ont donc deux temps pour ſe joindre, l'un quand la Solaire s'étend juſqu'à la Terre, l'autre quand elle en eſt ſeulement à moins de 60000 Lieues. Les effets de la jonction des deux Atmoſpheres ſont aiſés à concevoir. Si la matiére de l'Atmoſphere Solaire eſt lumineuſe par elle-même, elle éclairera l'Atmoſphere terreſtre, & ſi elle n'eſt pas lumineuſe, l'union des deux matiéres différentes en fera un Phoſphore, comme il arrive en pluſieurs opérations Chimiques, aujourd'hui fort connues, ou ſi l'on veut, & cela répondra à quelques faits particuliers obſervés, il ſe fera un grand nombre de Phoſphores diſperſés çà & là ſelon les rencontres fortuites, qu'il eſt facile d'imaginer.

Puiſque l'Atmoſphere Solaire varie tant en étenduë, cette

variation qui doit être phiſique & réelle, ainſi que nous l'avons déja inſinué, & qui ne regarde que l'abondance plus ou moins grande de la matiére, peut en faire préſumer d'autres qui regarderont ſa conſiſtance, ſon inflammabilité, ſa diſpoſition à ſe mêler avec la matiére de l'Atmoſphere terreſtre, &c. Mais indépendamment de ces variétés, il paroît ſûr en général que quand la matiére de l'Atmoſphere Solaire eſt une fois tombée dans l'Atmoſphere terreſtre, elle doit s'y filtrer en quelque maniére, de ſorte qu'il s'y faſſe une eſpece de *précipité* de ſes parties les plus denſes & les plus peſantes, qui deſcendront toûjours juſqu'à ce qu'elles en ayent trouvé de plus peſantes qu'elles. Ce ſera là la derniére couche & la plus baſſe de cette matiére étrangere.

Si on la conçoit dans ſa totalité répandue autour du globe de la Terre, auquel elle ſera concentrique, on verra auſſi-tôt qu'elle ne peut ſubſiſter en cet état, parce que la rotation diurne de la Terre ſur ſon axe imprimant un plus grand mouvement aux parties qui répondent à l'Equateur qu'à toutes les autres, chaſſera des deux côtés de l'Equateur vers les Poles toute cette matiére qui ſe ſeroit arrangée concentriquement à la Terre. Ce n'eſt pas que cet effet ſoit abſolument immanquable, l'abondance de la matiére étrangere peut être telle qu'il en reſtera une quantité ſenſible ſur l'Equateur, & ce ſera apparemment la plus ſubtile & la plus déliée, mais enfin il paroît indubitable que les Poles en ſeroient toûjours les plus chargés, & auroient la plus denſe en partage.

On ſuppoſe par là qu'il y aura des Aurores *Auſtrales* auſſi-bien que Boréales. On n'a guere pû en voir d'Auſtrales juſqu'à préſent, & enfin on n'en a pas vû, mais quoique le Siſteme de M. de Mairan aille là naturellement, & que la préſomption ſoit très-grande pour ces Aurores, il pourroit arriver que par des cauſes particuliéres, qui ne ſont pas encore connues, le Pole Auſtral en fût privé.

Pour ne parler donc que des Aurores Boréales, il faut concevoir que de la matiére étrangere ramaſſée vers le Pole il ſe forme une *calotte* ſphérique d'une certaine épaiſſeur, dont

le Pole eſt le ſommet, & dont la ſuperficie ou couche la plus baſſe eſt la plus denſe. C'eſt celle-là dont l'élévation au deſſus de la Terre peut être de 2 ou 300 lieues, & de-là les couches ſupérieures vont toûjours en diminuant de denſité. Si la matiére étrangere eſt un mêlange de matiére lumineuſe, & de matiére qui ne le ſoit pas, ou de matiére inflammable & de matiére non-inflammable, comme l'Eau de vie, ou ſi elle eſt devenue ce mêlange-là en tombant dans l'Atmoſphere terreſtre, il eſt naturel que les parties obſcures ou non-inflammables ſoient les plus denſes & les plus peſantes, & forment la couche la plus baſſe, & d'autant plus que quand la couche ſupérieure s'enflamme, les cendres, pour ainſi dire, en doivent tomber ſur l'inférieure. Cela même fait comprendre qu'au deſſus d'une couche enflammée, & par conſéquent lumineuſe, il peut s'en trouver une obſcure, formée par ces eſpeces de cendres qui ſeront tombées d'une couche ſupérieure enflammée. Il ſe peut auſſi qu'une couche ſoit obſcure, ſimplement parce qu'ayant été enflammée elle ſe ſera éteinte, & cela ſuffit pour faire entendre la poſſibilité de quelques couches alternativement lumineuſes & obſcures. Mais ni les lumineuſes ne ſont aſſés lumineuſes, ni les obſcures aſſés obſcures pour empêcher qu'on ne voye le plus ſouvent les Etoiles au travers.

Si l'on eſt ſous le Pole, on voit la calotte ſphérique élevée d'une certaine hauteur, parallelement à tout l'Horiſon, & ſes couches ſoit lumineuſes, ſoit obſcures, qui ne ſont plus que des Zones circulaires, paralleles à ce même Cercle, & ayant toutes le Pole pour centre, ou plus exactement, pour ſommet. C'eſt préciſément la même apparence que celle des Cercles paralleles à l'Equateur, vûs par un Habitant du Pole. Mais ſi l'on ſort de cette ſituation, le Pole qui étoit au Zénit s'abbaiſſe, les Cercles paralleles à l'Equateur, qui étoit l'Horiſon, s'inclinent toûjours moins à chaque nouvel Horiſon que l'on acquiert en allant toûjours vers l'Equateur, une portion de ces Cercles les plus proches de l'Equateur, ſe cache ſous l'Horiſon, & cela arrive à tous les Paralleles de ſuite juſqu'à ce qu'on ſoit ſous l'Equateur, la portion cachée

eſt

eſt d'autant plus petite, & par conſéquent la viſible ou ſupérieure, d'autant plus grande que l'on eſt plus éloigné de l'Equateur, &c. La quantité de degrés que la portion ſupérieure d'un Parallele tient ſur l'Horiſon, s'appelle ſon *amplitude,* & l'on ſe ſert auſſi de ce même nom pour les Arcs ſoit lumineux, ſoit obſcurs d'une Aurore Boréale, car on voit bien que les Paralleles ſuppoſés, vont ſe changer en ces Arcs qui auront de la largeur; le plus bas de tous ſera obſcur, ſelon tout ce qui a été dit, & ce ſera plus proprement un ſegment de Cercle, qu'un Arc large.

La grandeur réelle du Phénomene dépend de la quantité de matiére étrangere tombée dans l'Atmoſphere terreſtre. Plus cette matiére ſera abondante, plus la calotte ſphérique vûë de deſſous le Pole, deſcendra proche de l'Horiſon, & elle iroit juſque-là, & au delà, ſi la rotation de la Terre n'avoit pas été aſſés forte pour chaſſer entiérement du plan de l'Equateur une ſi grande quantité de matiére. Mais en ce cas-là même, le phénomene ſeroit plus foible à l'Horiſon ou ſous l'Equateur que par-tout ailleurs, & il s'y éteindroit plûtôt, de ſorte que tout le phénomene paroîtroit avoir de la tendance à ſe raſſembler au Zénit ou au Pole, où ſeroit ſon fort. C'eſt ce qui a été effectivement obſervé dans les Aurores Boréales les plus étendues.

Quant à l'étendue apparente, la réelle étant ſuppoſée la même, à l'élévation des Arcs ſur l'Horiſon, à leur amplitude, &c. il eſt trop clair que tout cela dépend de la Latitude du Spectateur, & que la plus grande eſt la plus favorable. Peut-être cependant le Pole n'eſt-il pas le lieu le plus avantageux pour voir certains accidents. Il s'éleve ſouvent, ſoit du Segment obſcur, baſe apparente de tout le phénomene, ſoit des Arcs lumineux, des Jets de lumiére perpendiculaires à ces Arcs. Ce ſont apparemment des trainées de matiére nouvelle qui tombent ſur un amas déja formé, en tendant par leur peſanteur au centre de la Terre, & qui parvenues au lieu où eſt le fort de l'inflammation totale, s'enflamment, ou ſeulement refléchiſſent à nos yeux la lumiére de parties enflammées.

Or ſi l'on étoit ſous le Pole, on pourroit ou ne pas voir ces Jets au travers de toute l'épaiſſeur de la plus baſſe couche obſcure, ou bien on les verroit trop en raccourci.

Sans doute on s'attend bien que le phénomene ne s'aſſujettira pas à l'exactitude géométrique que nous lui donnons ici. Le Pole ne ſera pas préciſément le ſommet de la calotte ſphérique, elle en déclinera plus ou moins vers l'Orient ou vers l'Occident, & le fait eſt que le plus ſouvent c'eſt vers l'Occident, ce qui donne au phénomene une plus grande amplitude de ce côté-là.

Il reſte maintenant à examiner en quels temps il doit paroître. Premiérement, il eſt impoſſible de les déterminer abſolument, même pour le Pole, qui eſt le lieu où toute Aurore Boréale ſera viſible; car on ne ſçait pas, & peut-être ne ſçaura-t-on jamais, ſelon quelles loix varie la grandeur réelle de l'Atmoſphere Solaire, qui par-là ne peut pas toûjours atteindre ou atteindre ſuffiſamment à l'Atmoſphere terreſtre. Mais leur rencontre étant ſuppoſée, on peut juger quelles ſeront les Saiſons de l'année, & dans ces Saiſons mêmes les parties du jour de 24 heures les plus favorables à l'apparition du phénomene, la latitude des lieux étant d'ailleurs telle qu'il la faut, ce que l'on ſouſentendra toûjours.

Nous ne parlerons point des Crépuſcules, qui, ſelon toutes les obſervations, & par conſéquent en tout Siſteme que l'on fera ſur ce ſujet, doivent, quand ils ſont d'une certaine longueur, empêcher en tout ou en partie l'apparition des Aurores Boréales. Elles ſont par cette raiſon moins fréquentes en Eté qu'en Hiver, ou, pour parler plus exactement, aux environs du Solſtice d'Eté, qu'aux environs de celui d'Hiver. Nous ne parlerons point non plus des Clairs de Lune, qui ne ſont point attachés aux Saiſons, mais accidentels à cet égard & fortuits.

Dans le Siſteme de M. de Mairan, 1° l'Aurore Boréale doit être plus fréquente quand la Terre eſt plus proche du Soleil, puiſque l'Atmoſphere Solaire en joindra plûtôt ou plus facilement la Terreſtre. Or cette plus grande proximité de la Terre eſt vers le Solſtice d'Hiver.

2°. S'il y a des temps où le Pole Boréal de la Terre, qui eſt le ſeul que nous conſidérons ici, aille, pour ainſi dire, chercher l'Atmoſphere Solaire, & d'autres où il la fuye, ou ſimplement s'il entre tantôt le premier dans cette Atmoſphere, & tantôt le ſecond, il ſe chargera davantage de ſa matiére dans le 1er cas, parce que ce ſera lui qui la diviſera d'abord, & en vaincra la réſiſtance, au lieu que le Pole Auſtral qui ne fera que ſuivre, trouvera la matiére toute ouverte, & qui ne tendra qu'à s'écarter de lui. Le Pole Boréal ſera alors la Prouë d'un Navire. Mais quand le Pole Boréal ira-t-il le premier vers l'Atmoſphere Solaire ?

Le plan de l'Equateur terreſtre, qui eſt auſſi pour nous l'Equateur du Monde, étant conçû & poſé, & les deux Poles du Monde étant deux points déterminés dans le Ciel, l'Ecliptique ou Orbite de la Terre doit être conçûe comme inclinée à ce plan de l'Equateur, & coupée par lui en deux moitiés égales, dont le premier degré de Cancer d'un côté, & celui du Capricorne de l'autre, tiennent le milieu de chacune, & ſont les plus élevés ſur le plan de l'Equateur. La moitié où eſt Cancer eſt la plus proche du Pole Boréal du Monde, & l'autre moitié eſt plus proche de l'Auſtral. Si l'on imagine que la Terre part du 1er degré du Capricorne, elle monte donc toûjours vers le Pole Boréal, juſqu'à ce qu'arrivée au 1er degré de Cancer elle recommence à deſcendre. Par cette raiſon les Signes depuis le Capricorne juſqu'à Cancer ſont appellés *aſcendants*, & les ſix autres *deſcendants*. Quand la Terre, partie du 1er degré du Capricorne, va parcourir les Signes aſcendants, quel eſt ſon Pole qui va le premier vers le terme de l'aſcendance ? c'eſt certainement celui qui, lorſque la Terre étoit au 1er du Capricorne, ſe trouvoit dans la lumiére du Soleil, tandis que l'autre étoit dans l'obſcurité. Or le Pole éclairé étoit le Boréal, puiſque la Terre étant dans le Capricorne, le Soleil étoit vû en Cancer, & que l'Hémiſphere Boréal de la Terre avoit l'Eté. Donc tant que la Terre parcourt les Signes aſcendants, c'eſt ſon Pole Boréal qui va le premier, & c'eſt lui qui rencontre le premier l'Atmoſphere Solaire

couchée à peu-près dans le plan de l'Ecliptique. Donc il doit y avoir plus d'Aurores Boréales, & même de plus fortes & de mieux marquées quand la Terre parcourt les Signes aſcendants, c'eſt-à-dire, dans les mois qui ſuivent le Solſtice d'Eté, Juin, Juillet, Août, &c. Décembre.

3°. De plus le mouvement d'aſcendance eſt inégal. Comme il ſe fait par rapport à l'Equateur, il ſeroit le plus grand qu'il pût être, s'il avoit une direction perpendiculaire à l'Equateur, & s'il lui devient parallele, il ſera au contraire infiniment petit. Ce mouvement eſt toûjours dirigé ſelon l'Ecliptique, qui n'eſt jamais perpendiculaire à l'Equateur, mais fait ſon plus grand angle avec lui aux deux points des Equinoxes, & de-là s'inclinant toûjours par rapport à lui, lui devient enfin parallele aux Solſtices. C'eſt donc aux Equinoxes que le mouvement d'aſcendance eſt le plus fort, c'eſt-là où ſes effets doivent être les plus grands, & où il y aura le plus d'Aurores Boréales.

4°. La rotation du Soleil ſur ſon axe en 25 jours, connue par ſes Taches, a fait connoître auſſi que l'Equateur de cette rotation, ou celui du Soleil, étoit incliné de $7\frac{1}{2}$ degrés ſur notre Ecliptique, & que les points d'interſection ou Nœuds de ces deux Cercles étoient au 8me des Gemeaux & à ſon Oppoſite. L'Atmoſphere du Soleil qui tourne avec lui, doit non ſeulement avoir ſon Equateur dans le plan du ſien, mais à cauſe de la force centrifuge, elle y doit être plus élevée que par-tout ailleurs, & en effet par toutes les obſervations cette Atmoſphere paroît être un Sphéroïde extrêmement applati. Quand la Terre la rencontrera, il eſt certain qu'elle s'y plongera mieux, ſi elle eſt alors dans le plan de l'Equateur de cette Atmoſphere ſans en décliner, & c'eſt ce qui ne peut arriver que quand la Terre ſera dans les Nœuds de ſon Ecliptique avec l'Equateur du Soleil, c'eſt-à-dire vers la fin de Mai ou de Novembre. Alors les Aurores Boréales ſeront plus fréquentes, ou plus fortes.

Ces quatre principes de fréquence ou de force des Aurores Boréales, ſont chacun inégaux en eux-mêmes, c'eſt-à-dire,

ent un certain point où ils agiſſent plus puiſſamment que dans tous les autres. Le 1er principe, qui eſt la proximité de la Terre au Soleil a ſa plus grande action dans le Périhélie de la Terre, préciſément à la fin de Décembre. Le 2^d principe, qui eſt le mouvement aſcendant de la Terre, eſt dans ſa plus grande force, quand ce mouvement, ou ce qui eſt le même, la direction de l'Ecliptique fait ſon plus grand angle avec l'Equateur, & c'eſt de quoi nous avons fait le 3me principe, mais ce 3me n'étant, ſi l'on veut, que le *Maximum* du 2^d, le 2^d & le 3me ſe réduiront ici à un ſeul. Or le plus grand angle du mouvement aſcendant de la Terre avec l'Equateur eſt à l'Equinoxe d'Automne, au 22 Septembre. Nous venons de voir que la plus grande force du 4me principe eſt quand la Terre eſt dans les Nœuds de ſon Ecliptique avec l'Equateur Solaire, vers la fin de Mai ou de Novembre.

Il ſeroit difficile d'évaluer les différentes forces de ces trois ou quatre principes, les uns par rapport aux autres, & de combien, dans les différentes combinaiſons qui s'en doivent faire, ils ſe fortifieront ou s'affoibliront mutuellement, mais ſans aller juſqu'à cette préciſion, on voit aſſés par ce qui vient d'être dit, que tous les principes s'accordent à produire plus d'Aurores Boréales dans les quatre derniers mois de l'année que dans tout autre eſpace de quatre mois, qu'enſuite ils en produiront plus dans les quatre premiers mois, que dans les quatre ſuivants, & cela indépendamment même des longs Crépuſcules de l'Eté.

Toutes ces conſéquences ſur les temps de l'apparition des Aurores Boréales ſont ſi néceſſairement & ſi particuliérement tirées du Siſteme de M. de Mairan, que s'il n'eſt pas vrai, elles ſeront infailliblement démenties par les faits. Cette eſpece de Pierre de touche pourra être appliquée à toute la ſuite des Aurores Boréales, dont on aura des obſervations qui marqueront les temps de l'année. En faire la recherche dans tous les Livres, étoit un travail d'érudition, qui appartenoit à une autre Académie, mais M. de Mairan a montré qu'il en auroit pû être un des plus dignes membres.

Ce que l'on ne connoît point, eſt aſſés mal obſervé, il faut ſçavoir à peu-près ce que l'on voit, pour le bien voir. Les plus anciens Auteurs qui ne connoiſſoient nullement les Aurores Boréales, ou les ont confonduës avec des Météores purement terreſtres, ou en les décrivant, les ont chargées de toutes les fauſſes merveilles que leur imagination étonnée leur fourniſſoit. On les reconnoît pourtant; on les démêle, & du moins l'ancienneté, ou, ſi l'on veut même, l'éternité du phénomene eſt bien prouvée. Mais, ou les plus anciens Ecrivains vivoient dans des pays trop Méridionaux, pour y voir ſouvent des Aurores Boréales, ou quand ils en ont parlé, ils n'ont pas crû que la circonſtance de la Saiſon fût importante à remarquer. Ainſi M. de Mairan arrive juſqu'au 6me Siécle de l'Ere Chrétienne, ſans avoir trouvé aucune obſervation accompagnée de cette circonſtance. De-là elles commencent à porter leur date, mais de l'an 500 juſqu'en 1550, il ne s'en trouve que 27, moins apparemment par leur rareté réelle, que par le défaut d'Obſervateurs, ou par la négligence des Hiſtoriens, qui ne daignoient pas en parler, à moins qu'elles ne fuſſent extrêmement frappantes, comme l'ont été quelques-unes dans cet eſpace de temps, très-complettes & très-magnifiques. De 1550 à 1621, époque de la fameuſe obſervation de Gaſſendi, & de la vraye manifeſtation, pour ainſi dire, des Aurores Boréales en nos Climats, il y en a 28, une de plus en 71 ans que l'on n'en avoit eu en 1050 ans. Les Sciences & les Obſervateurs renaiſſent. De 1621 à 1716, il y a 11 Aurores Boréales, à compter toutes celles dont on a pû avoir les obſervations, & enfin de 1716 à 1731, où elles n'ont pas fini, il y en a 163.

Dans une Table où toutes ces Aurores Boréales, au nombre de 229, ſont diſtribuées ſelon les mois auſquels elles appartiennent, on voit qu'elles le ſont préciſément comme le demandoit le Siſteme de M. de Mairan, car il faut que le Siſteme déja formé, ait précédé une recherche auſſi longue & auſſi fatiguante.

L'accord eſt ſi exact, que quand on voit, par exemple,

que l'année étant partagée en ſix mois qui comprennent dans le milieu de cet eſpace, l'Aphélie de la Terre, & en ſix autres mois qui comprennent de même le Périhélie, les 1ers n'ont que 68 Aurores Boréales ſur les 229, tandis que les 2ds en ont 161; ſi on vient à ne prendre les ſommes des Aurores que dans les deux mois, dont l'un précéde, & l'autre ſuit l'Aphélie & le Périhélie, on trouvera du côté de l'Aphélie 12, & de l'autre 36, dont le rapport eſt beaucoup moindre que celui de 68 & de 161, parce que le plus grand effet de l'inégalité de diſtance de la Terre au Soleil doit ſe trouver aux plus grandes & aux moindres diſtances. Pareillement le cours aſcendant de la Terre étant plus favorable aux Aurores Boréales que le deſcendant, & l'un & l'autre ayant dans ſon milieu un Équinoxe, on voit que le nombre des Aurores Boréales priſes dans tout le cours aſcendant, n'a pas un ſi grand rapport au nombre de tout le cours deſcendant, que le nombre pris en deux mois, avant & après l'Équinoxe du cours aſcendant, qui eſt celui d'Automne, au nombre correſpondant de l'autre côté.

Il ſemble qu'en ſuivant cette méthode, on pourroit comparer les forces des différents principes qui entrent dans la formation des Aurores Boréales, par exemple, les forces de la diſtance de la Terre au Soleil, & de ſon aſcendance ou deſcendance. Si le nombre des Aurores Boréales des ſix mois où eſt le Périhélie de la Terre, a un plus grand rapport au nombre des ſix autres mois, que celui du nombre des ſix mois du cours aſcendant au nombre du deſcendant, la diſtance ſera un principe plus fort que l'aſcendance, ou au contraire. Peut être cependant faudroit-il les comparer tous deux, non dans le total, mais dans les points de leur plus grande force, ou plûtôt employer les deux maniéres, mais ni l'une ni l'autre n'eſt encore guere de ſaiſon. Les obſervations de l'Aurore Boréale, qui ne ſont preſque pour nous que depuis 1716, & que nous bornons à 1731, nous ont produit en ce peu de temps les fondements d'un Siſteme que nous n'étions pas trop en droit d'eſperer, il faut maintenant attendre de l'avenir les derniéres preciſions.

Une circonſtance qui ne doit pas nous échaper, c'eſt que les Aurores Boréales ne commencent à paroître que le ſoir, & preſque jamais après minuit, ſur-tout quand les nuits ſont aſſés longues, car quand elles ſont courtes, & par conſéquent les Crépuſcules longs & forts, une Aurore Boréale foible, qui ayant été formée dès le ſoir, aura été effacée par le Crépuſcule du ſoir, pourra en acquerant un peu plus de force, n'en avoir aſſés que pour paroître après minuit, en ſurmontant, s'il le faut, les commencements du Crépuſcule du matin. Dans le Siſteme de M. de Mairan, que de la matiére de l'Atmoſphere Solaire tombe dans l'Atmoſphere terreſtre, il eſt certain que les parties de la Terre les plus Orientales par rapport à Paris, par exemple, ayant été les premiéres par rapport à nous expoſées au Soleil, auront été les premiéres à ſe charger de la nouvelle matiére, & par conſéquent les Occidentales auront été les derniéres. La matiére des parties Orientales aura eu pendant le jour tout le temps d'éclairer l'Atmoſphere, & même de s'y allumer, & de s'y conſumer ſans que l'on s'en ſoit aucunement apperçû, au lieu qu'il reſtera encore de la matiére pour le phénomene aux parties Occidentales. Il doit donc naturellement commencer à paroître après le coucher du Soleil, & non avant ſon lever, & par la même raiſon il y aura en tout temps une plus grande quantité de la matiére du phénomene vers l'Occident, ou, ce qui eſt la même choſe, il ne ſera point partagé également des deux côtés du Pole, mais il déclinera à l'Occident.

Toute cette Théorie ainſi établie, mais dans une étendue & d'une maniére infiniment plus propres à convaincre, M. de Mairan propoſe ſur différents points, qui tiennent à ſon ſujet, des Queſtions détachées ſemblables à celles par où M. Newton a fini ſon Optique. Nous allons, ſans conſerver cette forme, en tirer ce qu'elles ont de plus important.

1°. Il paroît aſſés par la grande inégalité d'étendue de la Lumiére Zodiacale, & par conſéquent de l'Atmoſphere Solaire, que cette Atmoſphere doit être ſujette à de grandes variations phiſiques pour la conſiſtance & la denſité. Ces

variations

variations doivent même quelquefois être fort ſubites, car dans une ſuite de nuits également claires, la Lumiére Zodiacale aura paru pendant quelques nuits fort étendue & fort vive, enſuite elle diſparoîtra pour quelques autres nuits, & après cela reviendra dans tout ſon premier éclat. Il ſeroit difficile de rapporter toûjours ces changements à ceux qui peuvent arriver à notre Atmoſphere interpoſée entre notre œil & ces objets. On voit quelquefois auſſi dans la Lumiére Zodiacale des étincelles qui petillent, ce ſont de petites inflammations promptes, petites ſeulement à cauſe de la diſtance d'où elles ſont vûes, & qui marquent que dans la matiére de cette Lumiére il y a naturellement de la matiére de Phoſphore. Après cela les effets qu'on lui attribuera, quand elle viendra à ſe mêler avec l'Atmoſphere terreſtre, ne peuvent guere manquer d'être vrai-ſemblables.

2°. Les Habitants du Pole doivent voir les Aurores Boréales différemment de nous par la différence de la poſition, nous l'avons déja dit, mais il faut ajoûter qu'ils voyent toutes les parties du phénomene mieux démêlées les unes des autres, & que nous au contraire nous les voyons plus rapprochées & plus confondues, de ſorte que comme il y a de ces parties qui ſont lumineuſes & les autres obſcures, il eſt poſſible qu'ils voyent quelquefois les lumineuſes ſemées çà & là, & diſperſées parmi les obſcures, comme ces floccons blancs & clairs des grandes Aurores Boréales complettes, tandis que nous verrons ces mêmes floccons rangés plus réguliérement entre eux, & même en arc, & faiſant une ſuite aſſés continue par la ſuppreſſion ou diminution apparente des intervalles obſcurs, qui ſe fera à notre égard.

3°. La Lune a-t-elle des Aurores Boréales, ou plûtôt Polaires? elle en devroit avoir auſſi-bien que la Terre, & à plus forte raiſon, lorſqu'elle eſt en conjonction avec le Soleil, car alors elle eſt plus proche de lui de 90 mille Lieues, & plus plongée dans ſon Atmoſphere, mais pour cela il faut qu'elle ait une Atmoſphere elle-même, & pluſieurs croyent qu'elle n'en a pas. Cependant M. de Mairan ne croit pas cette

opinion aſſés ſûre pour fonder une déciſion, il fait voir que la Lune pourroit avoir une Atmoſphere, mais moins denſe que la nôtre, & aſſés peu élevée pour nous rendre inſenſibles les refractions qu'elle cauſeroit aux rayons des Etoiles. Il croit plûtôt qu'une condition néceſſaire pour les Aurores Boréales manque à la Lune, c'eſt une rotation qui chaſſe de l'Equateur vers les Poles la matiére du phénomene. Quand il y auroit une rotation, comme elle ſeroit d'un mois, elle ſeroit peut-être trop lente & trop foible pour cet effet, mais ce qui eſt plus certain, c'eſt que nous ne verrions point les Aurores Polaires de la Lune. Elles ne paroîtroient que dans ſes nuits, & par conſéquent ſur ſes parties tournées vers la Terre, & éclairées par elle. Or la lumiére de la Terre ſur la Lune y eſt plus grande que celle de la Lune ſur la Terre dans la même raiſon que la ſuperficie de la Terre eſt plus grande que celle de la Lune, c'eſt-à-dire, à peu-près comme 13 à 1, & ſi les Clairs de Lune nous effacent le phénomene, à bien plus forte raiſon les *Clairs de Terre* l'effaceroient ſur la Lune.

4°. Mercure & Venus, ou du moins Mercure, doivent être toûjours plongés dans l'Atmoſphere Solaire, & la matiére en eſt répandue trop uniformément autour de leurs globes pour y produire des Aurores Polaires; ce ſera beaucoup mieux; une lumiére générale dans tout le Ciel pendant les nuits, plus grande ſeulement vers les Poles à cauſe de la rotation, & c'eſt peut-être là ce qui tient lieu de Satellites à ces Planetes, la Nature en aura trouvé l'équivalent dans leur grande proximité du Soleil. Quoi qu'il en ſoit, M. de Mairan penſe que cette matiére étrangere répandue autour de Venus, peut ſervir à expliquer pourquoi dans des circonſtances également favorables les mêmes Taches de cette Planete ſont tantôt vûes, & tantôt ne le ſont pas; l'Atmoſphere Solaire aura varié de denſité, ou ſeulement d'étendue. Pour Mercure, on le voit ſi peu, qu'on n'en ſçauroit guere parler à cet égard.

5°. La Terre ſeroit dans le cas où eſt toûjours Mercure, s'il arrivoit que l'Atmoſphere Solaire prît à demeure une étenduë à envelopper notre globe. Alors des trois princip[illegible],

que nous avons dit qui influent ſur la formation des Aurores Polaires, deux ceſſeroient d'avoir lieu, & il ne reſteroit que l'aſcendance ou deſcendance de la Terre, qui donneroit plus de force aux Aurores Boréales qu'aux Auſtrales, ou au contraire.

6°. Dans la matiére de l'Atmoſphere Solaire, auſſi agitée par la proximité du Soleil, il doit ſe faire inceſſamment des amas, des ſéparations, des mêlanges, qui ſe ſuccederont d'une infinité de maniéres ſans régularité apparente. Peut-être les Taches du Soleil ſont-elles des amas de la matiére de l'Atmoſphere qui ſe ſera épaiſſie en quelques endroits, & ils retomberont alors ſur le globe du Soleil, où la grande violence du mouvement les rediſſoudra au bout d'un certain temps. Cette eſpece de circulation ſeroit analogue à celle des Eaux de la Mer, qui s'en élevent en vapeurs, y retombent, s'élevent de nouveau, &c. Il ſeroit bon, pour appuyer cette idée, qu'il y eût plus de Taches dans le Soleil, ſoit dans les temps où les Aurores Boréales ſeroient plus fréquentes ou plus fortes, ſoit dans ceux où elles le ſeroient moins, ou ne paroîtroient point. Dans le 1er cas ce ſeroit que l'Atmoſphere Solaire ſeroit devenue plus denſe en ſon total. Dans le 2^d^, elle ſe ſeroit trop dépurée dans ſes parties les plus hautes. Toûjours ſera-t-il fort à propos d'obſerver à l'avenir s'il y a quelque correſpondance entre les temps des deux phénomenes, les Taches du Soleil & les Aurores Boréales.

7°. Puiſque notre Soleil a une Atmoſphere, les autres Soleils ou les Etoiles fixes en peuvent avoir auſſi, ils le doivent, du moins pour la plûpart. La proportion du diametre de leurs globes à celui de ces Atmoſpheres, doit extrêmement varier, & s'il y en a quelqu'un dont l'Atmoſphere ſoit ſi grande qu'elle ſoit viſible pour nous, & ſi épaiſſe par ſa grandeur, & peut-être ſi denſe par elle-même, qu'elle nous obſcurciſſe ſon Soleil, le tout ne nous paroîtra qu'un petit nuage lumineux. Il eſt aiſé d'imaginer les variétés qui arriveront ſelon cette idée, des Etoiles tantôt plus, tantôt moins viſibles, & qui même paroîtront & diſparoîtront par repriſes ſelon que leurs Atmoſpheres varieront de grandeur ou de

denſité. Des Etoiles voiſines, dont les Atmoſpheres ſe mêleront en partie, & en cas qu'elles en effacent aſſés les Soleils, formeront dans le Ciel des Taches lumineuſes, & de figure irréguliére, moins brillantes que les Etoiles, & moins obſcures que le Bleu du Ciel, &c.

8°. La chevelure des Cometes, cette chevelure qui a paru leur être ſi eſſentielle, qu'elles en tirent leur nom, s'offre naturellement dans le Siſteme de M. de Mairan. Elles la prennent dans leur Périhélie, & aux environs, lorſqu'elles traverſent l'Atmoſphere du Soleil dans des endroits qui en ſont aſſés proches, & par-là plus denſes. Elles s'y chargent de cette matiére, comme feroit un fort Aiman d'une limaille de Fer à travers de laquelle on le traineroit. C'eſt la comparaiſon de M. de Mairan. M. Newton conçoit que quand la Comete a paſſé près du Soleil, il en a tiré par la violence de ſon action les vapeurs & les exhalaiſons qui ſont la matiére de la chevelure, mais il n'eſt guere poſſible qu'elles ayent monté auſſi haut qu'il faudroit par rapport au centre de la Comete. Quelquefois ſon globe n'a pas pour diametre la 15me partie du diametre total de ce globe & de la chevelure, ce qui donnera toûjours à celle-ci une hauteur énorme, & fort diſproportionnée à toutes les élévations pareilles. De plus la chevelure d'une Comete eſt toûjours tranſparente comme la Lumiére Zodiacale ou l'Atmoſphere Solaire, puiſſant indice que c'eſt là l'origine de la chevelure.

9°. Cette chevelure étant formée, s'il ſe trouve une cauſe qui la dérange aſſés pour ne la laiſſer ronde que du côté du Soleil, & l'étendre en long du côté oppoſé, il eſt clair que la Comete aura une Queuë toûjours à l'oppoſite du Soleil. On a vû, par des expériences du Miroir ardent, que les rayons du Soleil y ont une force impulſive, capable de pouſſer en avant quelques corps legers, ce qu'ils ne feroient pas hors de-là. Près de leur ſource, ou du Soleil, ils peuvent avoir cette même force à l'égard de la matiére légere & déliée qui fait la Chevelure de la Comete.

Il ſemble que ſelon cette idée, Mercure & Venus devroient

avoir des Queuës. Mais il faut pour l'*expanſion* de ces Queuës, qu'elle ſe faſſe d'un milieu plus denſe dans un plus rare. Mercure & Venus qui ſe meuvent circulairement à peu-près autour du Soleil, ſont toûjours dans un milieu ou fluide uniforme, & également réſiſtant, au lieu que les Cometes qui ſe meuvent autour du Soleil dans des Ellipſes ſi prodigieuſement allongées, qu'on les peut prendre pour des Paraboles, vont toûjours, du moins après leur Périhélie, & tant qu'elles ſont dans l'Atmoſphere Solaire, d'un milieu plus denſe dans un plus rare.

Voilà quel eſt en gros, mais extrêmement en gros, le Livre de M. de Mairan. Il eſt ſi plein, qu'il nous a été impoſſible de ne lui pas faire beaucoup de tort par un Extrait.

NOus avons parlé en 1726* du beau Préſent que fit à l'Académie le R. P. Parennin, Jeſuite, célebre Miſſionnaire à la Chine où il eſt depuis plus de trente ans, & de deux Lettres, dont il accompagna ce Préſent, fort bien écrites, & fort inſtructives ſur quantité de particularités curieuſes. Quand l'Académie en corps eut fait ſon devoir à l'égard du P. Parennin, M. de Mairan prit cette occaſion pour lui écrire en ſon particulier, & lui propoſer, comme à l'homme du monde le plus capable de le bien ſatisfaire, diverſes Queſtions ſur la Chine, & principalement ſur l'état des Sciences dans un Pays ſi fameux & ſi diſtingué préciſément par cet endroit-là. Comme les Lettres de M. de Mairan étoient raiſonnées, ſçavantes, & fondées ſur une auſſi grande connoiſſance de la Chine qu'on la puiſſe avoir juſqu'à préſent, elles furent jugées dignes d'être lûës dans les Aſſemblées.

* p. 17. & ſuiv.

Dans le 21me Recueil des *Lettres édifiantes & curieuſes* des Miſſionnaires de la Compagnie de Jeſus, publié en 1734, on voit une belle & ample réponſe du P. Parennin à M. de Mairan, datée de Pekin du 11 Août 1730, M. de Mairan y a répondu en cette année 1732. C'eſt la derniére Lettre qu'il ait écrite & lûë à l'Académie, & nous allons rendre un compte fort

abregé du tout, parce qu'il paroît qu'un article important eſt deſormais terminé, ou à peu-près.

La Chine a une grande réputation d'être ſçavante. Les honneurs déférés aux Sçavants, les privileges dont ils jouiſſent, y ſont preſque auſſi anciens que la Monarchie, qui a trois ou quatre mille ans d'ancienneté. Pendant une ſi longue ſuite de Siécles, il a regné une paix perpétuelle, à quelques interruptions près qui ont été paſſageres, & n'ont point changé la premiére forme du gouvernement. Le beſoin de régler les temps par des Cycles, d'autant plus grand que la Chine eſt un Etat plus philoſophiquement ordonné, & le beſoin encore plus fort, quoiqu'imaginaire, que tous les Chinois ſe ſont fait de l'Aſtrologie, ont dû pouſſer l'Aſtronomie à un haut point de perfection, & par conſéquent la Géométrie dont elle dépend. Une Nation tant ſoit peu éclairée a une Medecine, & plus éclairée à un certain point, elle a une Phiſique. Comment donc, diſoit M. de Mairan au P. Parennin, comment ſe fait-il que les Chinois, malgré les avantages ſinguliers qu'ils ont par rapport aux Sciences, n'y ſoient encore parvenus qu'à un degré très-inférieur à celui où elles ſont en Europe?

Heureuſement le P. Parennin étoit trop habile, & avoit vû la Chine avec de trop bons yeux pour s'être laiſſé emporter à l'admiration exceſſive que quelques Sçavants Européens en ont conçûë. Il convenoit du fait, de la grande infériorité des Sciences Chinoiſes, mais il en découvroit les cauſes qui peuvent la juſtifier.

Il ne croit pas trop, comme il eſt naturel & ordinaire de le croire, que la ſingularité de la Langue & de l'Ecriture Chinoiſe ſoit un grand obſtacle aux Sciences. Les Tartares Mantcheoux, dont la Langue & les Caracteres n'ont pas cet inconvénient, ne laiſſent pas de reconnoître la ſupériorité du Chinois en certains points, mais c'eſt-là un article qui n'a pas encore été aſſés diſcuté. Apparemment il le ſera quelque jour.

Les Mandarins des Mathématiques à la Chine n'y ſont pas dans un rang & dans une conſidération qui les doive engager à faire de ſi grands efforts pour arriver à ces poſtes ou pour

y briller. Ils ſont inférieurs & ſubordonnés aux autres Mandarins Lettrés, qui ſont des Magiſtrats de Judicature, ou de Police, obligés à poſſéder les Loix & les principes du Gouvernement. Leur préfereroit-on des Calculateurs d'Éclipſes ou de Calendriers?

Un préjugé, aſſés naturel par lui-même, mais fortifié dans les Chinois par tout l'art poſſible de l'éducation, & ſoûtenu par l'attention continuelle du Gouvernement, eſt le reſpect pour l'Antiquité. Ce qui a été d'abord, c'eſt ce qu'il pouvoit y avoir de mieux, ils ſont contents, ravis de joye, pourvû que ce qui a été ſoit encore. On ſçait qu'ils rendent une eſpece de culte à leurs Ancêtres, & les Sciences, telles que ces Ancêtres les ont eûës, ſont par cela ſeul conſacrées, on ne peut y toucher ſans une ſorte d'impiété. Les Pendules & les Lunettes qu'on leur a portées d'Europe, & dont ils ne peuvent méconnoître les avantages ſi ſenſibles pour l'obſervation, demeurent cependant oiſives dans leurs Obſervatoires. Il ne leur faut pas plus de préciſion que celle à laquelle ils ſont accoûtumés, & quant à l'Aſtrologie, il eſt bien ſûr que la plus mauvaiſe Aſtronomie lui ſuffit, à quoi lui ſerviroit que ſes principes ou les poſitions céleſtes fuſſent juſtes? Ses concluſions n'y peuvent jamais avoir aucun rapport réel, & le hazard décidera toûjours également des prédictions.

Il ſeroit trop faux & trop injuſte d'en dire autant de la Médecine, mais les Chinois ont des traditions d'obſervations médicinales, & de remedes qui réuſſiſſent aſſés, le tout apparemment ancien auſſi, & ils regarderoient comme inutiles des ſpéculations Phiſiques, dont ils ne verroient pas un uſage ſenſible & prochain. Leur horreur pour les diſſections des Cadavres d'Hommes ne doit pas nous ſurprendre. Nos Anatomiſtes, à la vérité, en ſont bien exempts, mais le gros du monde parmi nous n'en eſt-il pas toûjours frappé, & les Anatomiſtes ne s'en plaignent-ils pas ſans ceſſe?

De cette eſpece d'Apologie, beaucoup plus étenduë & mieux tournée par le P. Parennin, & reçûë pour vraye, comme elle l'eſt, il en réſulte toûjours pour M. de Mairan, que les

Chinois n'ont point le génie d'invention, de découverte, de ſagacité, qui brille tant aujourd'hui dans l'Europe ſçavante. S'il étoit né parmi eux des Galilées, des Deſcartes, des Newtons, & combien d'autres noms pourrions-nous ajoûter ? leurs lumiéres auroient forcé tous les obſtacles par la ſeule impoſſibilité de demeurer captives. Il paroît en général que l'eſprit de l'Orient eſt plus tranquille, plus pareſſeux, plus renfermé dans les beſoins eſſentiels, plus borné à ce qui ſe trouve établi, moins avide de nouveautés que l'eſprit de l'Occident. Cela produit, & particuliérement à la Chine, un gouvernement plus uniforme, des mœurs plus conſtantes, des loix plus durables, mais les Sciences demandent une activité inquiéte, une curioſité qui ne ſe laſſe point de chercher, une ſorte d'incapacité de ſe ſatisfaire. Ne ſe fera-t-il point par-là quelque compenſation entre l'Orient & l'Occident ?

M. de Mairan, dans ſa derniére Lettre, a ébauché un Parallele curieux de l'ancienne Egipte & de la Chine. Il ſuffit d'en indiquer l'idée pour mettre ſur la voye ceux qui connoîtront aſſés l'une & l'autre Nation, ils trouveront des conformités remarquables & preſque ſurprenantes. Peut-être ſi cette Egipte, enveloppée de miſteres ſi impoſants, & de tenebres ſi auguſtes, avoit été diſcutée par les Grecs ou les Romains comme la Chine l'eſt aujourd'hui par nous, n'auroit-elle pas moins perdu de ſa gloire ſur les Sciences.

NOus renvoyons entiérement aux Mémoires
Les Obſervations Météorologiques de 1732 par M. Maraldi.

V. les M. P. 494.

ANATOMIE.

ANATOMIE.

SUR DES HIDROPISIES ENKISTE'ES dans les Poumons & dans le Foye.

IL n'eſt pas rare que de la Lymphe ayant crevé ſes Vaiſſeaux, s'épanche dans les cavités qu'elle rencontrera, c'eſt-là une Hidropiſie. La cauſe de cette rupture des Vaiſſeaux Limphatiques ſera ou un relâchement accidentel qui leur ſera ſurvenu, & les aura rendus incapables de réſiſter à l'effort de la liqueur, ou une obſtruction formée en quelque endroit. Mais il eſt rare que ces Vaiſſeaux qui s'ouvrent ordinairement dans une cavité, ſe rompent dans la ſubſtance des Viſceres, & ſur-tout dans celle des Poumons, que la Limphe s'y répande & s'y amaſſe en aſſés grande quantité pour former une très-groſſe tumeur, & qu'elle s'y faſſe elle-même une enveloppe, d'où il réſulte une Hidropiſie enkiſtée d'une eſpece particuliére. V. les M. p. 260.

S'il eſt rare que cette eſpece d'Hidropiſie ſe forme, il l'eſt encore plus d'en trouver trois dans un même ſujet; M. Maloët les a vûës dans le corps d'un Soldat Invalide, où il y en avoit une dans chaque Poumon, toutes deux fort conſidérables par rapport au volume de ces Viſceres, & une troiſiéme, mais moindre, dans le Foye.

Ces trois Hidropiſies ou tumeurs aqueuſes étant formées dans la ſubſtance de ces Viſceres, la membrane propre dont ils ſont revêtus, leur ſervoit de premiére enveloppe; elles avoient pour ſeconde enveloppe le Kiſte même.

Les deux Poumons ſe diviſent en Lobes, ceux-ci en Lobules, qui ſe diviſent encore en une infinité d'autres plus petits, compoſés de Véſicules, où l'air entre apporté par les Bronches ou rameaux de la Trachée Artere qui y aboutiſſent. Quand le ſang ſe répand dans les Véſicules par la rupture de

quelques-uns des Vaiſſeaux ſanguins dont elles ſont environnées, le mouvement de l'expiration fait paſſer ce ſang extravaſé dans les Bronches, & il ſort par la Trachée & par la Bouche. Si la Limphe, extravaſée dans les Poumons de l'Invalide de M. Maloët, avoit été dans les Véſicules, elle en ſeroit ſortie de même, & il ſeroit arrivé au Malade de cracher beaucoup, ce que l'on n'a pas remarqué; par conſéquent il ne s'en ſeroit point fait d'amas. Il faut donc que l'épanchement ait été dans les interſtices qui ſéparent les Lobules des Poumons, & que la Limphe épanchée n'ait point paſſé dans les Véſicules dont ces Lobules ſont compoſés.

Il n'a pû ſe faire un pareil amas de Limphe extravaſée, qui alloit à la quantité d'environ un demi-ſeptier dans chaque Poumon, ſans gêner & comprimer étrangement leurs Véſicules; de-là la difficulté de reſpirer, de ſe tenir couché ſur le dos, & même ſur les côtés, le Malade n'ayant pû être que ſur ſon ſéant. Cette difficulté étoit proportionnée au volume de la Limphe épanchée, & au lieu qu'elle occupoit.

Un épanchement de cette nature met le Malade hors de portée de tout ſecours, & ſe dérobe aux connoiſſances de la Médecine, tant parce qu'il ne tombe pas ſous les ſens, & ne vient pas même dans l'imagination à cauſe de ſa rareté, que parce que les ſimptomes qu'il produit ſont communs à d'autres maladies très-fréquentes.

La Limphe qui étoit contenuë dans le Kiſte du Foye n'étoit pas auſſi pure que celle des Kiſtes des Poumons. Sa couleur étoit jaune, mêlée de vert, ce qui marque que quelque portion de Bile avoit pénétré dans ce Kiſte à travers les Membranes des Glandes du Foye, ou des Pores Biliaires.

Tous ceux qui ont vû & examiné ces Kiſtes, ont été perſuadés avec M. Maloët, qu'ils n'étoient pas des Membranes vrayes, précédemment faites & ſimplement dilatées par la liqueur extravaſée, mais des enveloppes qu'elle s'eſt faites à elle-même après ſon épanchement, de fauſſes membranes formées par une eſpece de concrétion. On n'y a vû avec le Microſcope, ni Fibres, ni Vaiſſeaux, ni apparence de tiſſu, mais

ſeulement un aſſemblage de molécules inégales & irréguliéres, telles qu'on en voit dans la Colle-forte, ou dans le Papier brouillard. Ces enveloppes étant molles & humides avoient quelque élaſticité, mais deſſéchées elles n'en conſervoient plus comme auroient fait de vrayes Membranes. Quand on les preſſoit avec les doigts, elles ſe réduiſoient en une eſpece de bave & de mucilage, au lieu que d'une Membrane il en reſteroit toûjours beaucoup de filets qui ne ſe détruiroient point, & qui tout au plus ſe romproient.

M. Maloët a remarqué que ces Kiſtes étoient formés par couches qui ſe ſéparoient facilement avec les doigts, & qui même avoient commencé à ſe ſéparer d'elles-mêmes dans les bords des ouvertures qu'on y avoit faites.

Il faut pour la production d'une fauſſe Membrane en général, que les parties de la Limphe les plus filamenteuſes, les plus rameuſes, pouſſées vers la circonférence du Kiſte par les parties les plus ſubtiles & les plus agitées, s'y amaſſent, s'accrochent ou ſe collent les unes aux autres; mais il faut apparemment pour la production d'une enveloppe par couches diſtinctes, que leurs formations ayent été ſéparées par quelques intervalles de temps, comme le ſont celles des Cercles concentriques d'un gros Arbre. Or il eſt aiſé de concevoir que les parties filamenteuſes de la Limphe ne ſont pas toûjours ni en aſſés grande quantité, ni aſſés favoriſées par les accidents du mouvement, pour aller former une couche de la fauſſe Membrane. Il n'y aura pas des intervalles auſſi réguliers que dans le cas de l'Arbre, mais il y en aura, ou plûtôt il pourra y en avoir, car il n'eſt pas démontré que toutes les enveloppes pareilles ſoient par couches. Les propoſitions générales ne conviennent pas à la Phiſique comme à la Géométrie.

OBSERVATIONS ANATOMIQUES.

I.

M. Hunauld a donné ſur la Graiſſe les Remarques ſuivantes. 1°. On trouve ordinairement ſous la peau des Fœtus, & des petits Enfants, une aſſés grande quantité de Graiſſe, & preſque point autour de leur Cœur; on n'y en apperçoit que deux ou trois petits pelotons vers ſa baſe, & il paroît qu'il y en a d'autant moins que les Sujets ſont plus jeunes. Au contraire dans les Adultes, à proportion moins gras que ces petits Sujets, le Cœur eſt environné de graiſſe à ſa baſe, il en a encore à ſa pointe, on en voit autour des gros Vaiſſeaux qui partent de ce Viſcere, & le long de ceux qui rampent ſur ſa ſurface.

2°. L'Epiploon des Fœtus eſt beaucoup moins gras à proportion que celui des perſonnes plus âgées. M. Hunauld n'a jamais vû dans un Enfant, quelque gras qu'il fût, le Méſentere auſſi chargé de graiſſe, que dans la perſonne âgée la plus maigre.

3°. Il y a aſſés d'exemples de perſonnes avancées en âge, qui paroiſſoient d'une maigreur extrême, & dont les Viſceres étoient ſurchargés de graiſſe.

4°. On ſçait que quand les Cellules de la Membrane Adipeuſe ſe rempliſſent d'une matiére huileuſe, c'eſt ce qu'on appelle *engraiſſer*, & qu'on maigrit au contraire quand elles ſe vuident. Selon M. Hunauld, ce ſont les cellules les plus extérieures de cette Membrane qui ſe rempliſſent les premiéres, & qui ſe vuident les derniéres. De-là il ſuit que quand cette Membrane eſt poſée ſur quelque partie muſculeuſe, la graiſſe ſemble fuir le Muſcle, & ce devroit être le contraire, ſi elle étoit faite pour en faciliter l'action, comme on le croit communément, parce qu'elle donnera plus de ſoupleſſe aux parties qui doivent ſe mouvoir. Ainſi dans les perſonnes d'un médiocre embonpoint, cette Membrane, dont par conſéquent

beaucoup de cellules ſont vuides & affaiſſées les unes ſur les autres, eſt trop éloignée du Muſcle pour lui pouvoir fournir ſa matiére onctueuſe, & de plus la Membrane Aponeurotique, dont la plûpart des Muſcles ſont recouverts, eſt d'un tiſſu trop ſerré pour ſe laiſſer ſi aiſément penétrer.

Quel eſt donc l'uſage de la Graiſſe? on ne le ſçait pas encore, les faits que nous avons poſés le rendront-ils plus aiſé, ou plus difficile à découvrir?

I I.

Pluſieurs Anatomiſtes ont vû quelquefois des Appendices dans l'Inteſtin Iléon. On n'a point marqué dans les deſcriptions qu'on en a faites, quelles étoient les poſitions de ces Appendices par rapport à l'Inteſtin; car, quoique les figures, quand il y en a, les repréſentent dans une poſition perpendiculaire, peut-être n'a-t-on voulu par-là que les rendre plus ſenſibles à l'œil, & mieux détachées. M. Hunauld en a vû une dans un jeune Sujet, couchée le long de l'Iléon, un peu tortueuſe, ſe terminant en pointe, placée tout auprès de l'attache du Méſentere, longue de quatre pouces, ayant ſon orifice tourné vers la fin de l'Inteſtin, & ſon fond vers le commencement, ſemée de Glandes dans toute ſa longueur, & ſur-tout de Glandes *ſolitaires* vers ſon orifice. Il ſera bon de prendre garde à l'avenir ſi cette ſituation des Appendices eſt conſtante, ou ne l'eſt pas.

I I I.

M. Lindern, Médecin de Straſbourg, jouant au Trictrac, un Dé tomba, qui fut auſſi-tôt avalé par un Chien. L'Animal le vomit 11 ou 12 heures après, avec de violents efforts. La ſubſtance oſſeuſe du Dé étoit diminuée de moitié, mais les petites chevilles de bois que l'on y avoit enfoncées pour marquer les Points, par leurs extrémités noires, n'avoient ſouffert aucune diminution, & par conſéquent débordoient beaucoup de l'Os. Si le changement arrivé au Dé dans l'Eſtomac du Chien avoit été l'effet d'une Trituration, elle auroit agi ſur le bois auſſi-bien que ſur l'Os, & plus même ſur le bois qui eſt plus tendre, mais il eſt naturel que des Diſſolvants

ayent agi ſur un Os qui peut être un aliment pour un Chien, & non pas ſur du bois qui n'en eſt pas un. L'Académie tient ce fait de M. Martin Docteur en Médecine à Lauſane, dont il a déja été parlé en 1725*, ami de M. Lindern.

* p. 21. & 22.

IV.

Encore une autre preuve contre la Trituration, qui vient du même lieu. M. Lindern a vû à Straſbourg, trois Ventricules de Cochon, garnis exactement dans tout leur contour intérieur, d'une ſubſtance pierreuſe comme du Moëlon, & remplis entiérement de cette ſubſtance, excepté l'eſpace occupé par un canal d'un doigt de diametre, qui dans ces trois Eſtomacs s'étoit conſervé depuis le bas de l'Oeſophage juſqu'au Duodenum. La chair des Cochons étoit belle & ſaine, & ſe vendit très-bien. Le mouvement de trituration ne ſe feroit pas fait dans ces Eſtomacs ſi bien incruſtés de pierre, & ſi roides, mais des Diſſolvants qui ſe ſeroient conſervé de petites routes, pouvoient couler dans le Canal reſté, & y exercer leur action.

V.

Il eſt preſque incroyable que les accès d'une Fiévre, qui réſiſte à tous les remédes connus, ne viennent point par la ſeule raiſon que le Malade, au lieu d'être au lit, eſt aſſis dans un fauteuil. C'eſt cependant ce que le même M. Martin a vû, & qu'on peut croire qu'il a bien examiné. Il ajoûte en confirmation, que de deux hommes qu'il nomme, l'un a des mouvements convulſifs dès qu'il eſt couché, & à ſon premier ſommeil; l'autre, enſuite d'un coup à la tête, avoit eu pendant pluſieurs années, une peine extrême à parler, lorſqu'il étoit couché. Qui ſe fût imaginé que la ſituation horiſontale, ſi naturelle, & preſque toûjours ſi néceſſaire aux Malades, pût être ſi incommode, ou ſi pernicieuſe dans les cas marqués?

VI.

M. Gaulard Docteur en Médecine a lû à l'Académie, la Relation du fait ſuivant, qui lui avoit paſſé par les mains.

Une Femme, qui ayant eu 13 Enfants, avoit ceſſé d'en

avoir à 40 ans, & avoit perdu ſes Regles à 45, ſentit à 70 ou 71 ans, de plus violentes douleurs que celles qu'elle avoit eûës dans toutes ſes groſſeſſes, & enfin accoucha, pour ainſi dire, aſſés naturellement, & preſque ſans ſecours, d'une groſſe maſſe de chair, qu'on eût pû prendre pour une Mole. Elle étoit du poids de quatre livres, compoſée de fibres charnuës, & d'un Lacis d'un grand nombre de Vaiſſeaux, dont les plus gros l'étoient comme une Plume à écrire; il n'y paroiſſoit point de Nerfs. La Malade depuis ſon dernier accouchement, avoit toûjours joui d'une parfaite ſanté, à quelques chaleurs, & quelques ardeurs près dans le bas Ventre & dans les Reins. Elle étoit fort replette, & quand elle avoit ſenti ſon Ventre groſſir, elle avoit crû engraiſſer encore.

Le lendemain qu'elle ſe fut délivrée, il ſe trouva qu'elle ne l'étoit pas tout-à-fait. Une Sage-femme ayant introduit ſa main dans la Matrice, y ſentit un Corps qu'elle ne put tirer, & auquel elle ne voulut pas faire violence, mais il vint enſuite de lui-même ſe preſenter hors du Vagin en partie. Il étoit très-dur, de la groſſeur du Poing, & des déchirures de fibres marquoient que le premier Corps ſorti avoit été attaché à ce ſecond. M. Gaulard crut que ce ſecond étoit la Matrice qui ſe renverſoit. Tous les autres, ou Médecins, ou Chirurgiens, que la ſingularité du fait attira, furent d'avis que c'étoit encore un Corps étranger. Ils diſoient, & avec raiſon, que quand ils avoient vû, après des accouchements, la Matrice ſe renverſer, elle n'avoit point la figure de ce Corps, mais M. Gaulard répondoit que dans 9 mois d'une groſſeſſe, la Matrice ne devoit pas avoir tant ſouffert, que pendant 20 années peut-être, qu'elle avoit été chargée du premier Corps, qui avoit changé ſa configuration naturelle, & dérangé ſes fibres. M. Gaulard demeuroit toûjours ſeul de ſon parti, & cela même l'ébranloit un peu.

Pendant pluſieurs jours, le ſecond Corps s'allongea de deux doigts hors du Vagin, ſoit naturellement, ſoit plûtôt par le tiraillement de différentes perſonnes, qui tâchoient de l'arracher, & le tordoient même dans ce deſſein. Quand il

fut à ce point d'allongement, il n'y eût qu'une voix pour y faire une ligature, qu'on ſerreroit tous les jours de plus en plus. On jugeoit ce Corps ſquirreux, quel qu'il fût en lui-même, & la ligature devoit le faire tomber. Il eſt remarquable que de tout cela il n'en arriva aucun accident, & que le Poulx de la Malade ne ſortit preſque pas de ſon état naturel.

Elle vécut 17 ou 18 jours après la ligature, mais comme elle avoit un dégoût invincible pour tous les aliments, elle tomba dans un extrême affoibliſſement, & mourut le 37 ou 38me jour de ſa maladie. M. le Dran, fameux Chirurgien, l'ouvrit, & la queſtion ſur le ſecond Corps ne fut pas encore bien décidée, mais elle le fut par la diſſection exacte qui ſe fit en particulier. C'étoit ſûrement la Matrice. Et ſelon toutes les apparences, une excroiſſance Polipeuſe formée dans ſa cavité, l'avoit entraînée en deſcendant, & ſe détachant, & avoit été la premiére cauſe du renverſement, aidé enſuite par la compreſſion réïtérée des Muſcles du bas Ventre, & par l'action des parties voiſines. Si on avoit eu cette vûë aſſés tôt, il n'auroit peut-être pas été impoſſible de faire rentrer la Matrice, au lieu qu'on ne ſongeoit qu'à la tirer en dehors, faute de la prendre pour ce qu'elle étoit.

VII.

Une Dame de Dauphiné, âgée de 47 ans, ayant été frappée d'une violente douleur, au mois de Septembre 1729, par la mort de ſon fils unique, commença dès-lors à tomber dans un état très-languiſſant, & dans une maigreur qui ne fit plus qu'augmenter. Au bout de 19 mois, M. Patras Docteur en Médecine à Grenoble, de qui l'Académie tient cette Relation, la trouva attaquée d'une fiévre lente, & il lui ſentit dans l'Hipogaſtre, une tumeur dure, de la groſſeur dont la Matrice peut être dans une groſſeſſe de trois mois & demi, & il crut qu'en effet c'étoit la Matrice. Il y avoit déja quelque temps que cette Dame avoit perdu ſes Regles depuis ſon malheur.

Le mal devenoit toûjours plus conſidérable, tout l'Abdomen s'enfla,

s'enfla, on ſentoit des eaux répanduës dans ſa capacité, & on ſe réſolut à la Ponction, qui fut faite deux fois à la Campagne, dans l'Automne de 1731. Par la 1ere opération, on n'eut que quelques gouttes d'eau, & par la 2de rien du tout.

Comme l'enflure du Ventre toûjours plus grande, cauſoit une violente oppreſſion de Poitrine, M. Patras crut qu'il falloit recommencer la Ponction, mais dans un autre endroit que celui où elle avoit été faite à la Campagne. Le Médecin qui l'avoit ordonnée ne comptoit que ſur l'Hidropiſie *aſcite* qu'il voyoit, & non ſur cette tumeur de l'Hipogaſtre, que M. Patras connoiſſoit, & qui étoit alors cachée par l'Hidropiſie. M. Patras fit donc choix d'un autre lieu pour la Ponction, mais à ſon grand étonnement, il ne ſortit encore rien que quelques gouttes de ſang. Cependant la fluctuation des Eaux dans l'Abdomen étoit très-ſenſible, & à tel point que M. Patras crut ne ſe devoir pas rebuter par les tentatives inutiles de Ponction, car tous les autres remedes n'avoient aucun effet, l'opération fut réïtérée, & il ne vint abſolument rien.

Enſuite les Jambes de la Malade s'ouvrirent naturellement, & il en ſortit pendant quinze jours beaucoup de ſéroſités, qui étoient, du moins en partie, celles de l'Abdomen, puiſque l'oppreſſion de Poitrine diminua conſidérablement, mais ce fut le ſeul ſoulagement qui s'en enſuivit. La fiévre lente ne diſcontinua point, & M. Patras, qui put alors reconnoître facilement cette tumeur de l'Hipogaſtre qu'il avoit d'abord ſentie, la trouva extrêmement augmentée. De plus elle lui paroiſſoit accompagnée d'un bord ſaillant, d'une eſpece de ceinture qui la traverſoit d'un côté à l'autre ſous l'Ombilic. Cette ceinture étoit d'une conſiſtence molle, & peut-être d'un demi-pouce de relief.

Enfin la Malade entiérement épuiſée de forces, horriblement maigrie & attenuée, ne pouvant plus prendre d'aliments, mourut le 1 Mai 1732.

On l'ouvrit. Nous irons promptement au point eſſentiel, en ſupprimant toute l'hiſtoire, quoique curieuſe & inſtructive, des difficultés que l'on eut encore à bien démêler des parties

qui ne tenoient preſque plus rien de l'état naturel. M. Patras reconnut ſûrement que la tumeur de l'Hipogaſtre qu'il avoit ſentie d'abord, & qu'il avoit crû être la Matrice, étoit le Rein gauche ſi prodigieuſement augmenté qu'il peſoit 35 Livres. Sa ſtructure naturelle étoit altérée à proportion de cette augmentation de grandeur & de poids. Cette eſpece de ceinture dont on ſentoit le relief, étoit le Colon qui paſſoit ſur la tumeur, & s'y étoit attaché.

Il n'eſt plus étonnant que l'on ſentît des Eaux qui flotoient dans l'Abdomen, & que les Ponctions n'en tiraſſent pourtant rien. Ces Eaux ne flotoient que dans les intervalles vuides que laiſſoit l'énorme maſſe du Rein, il ne s'en trouvoit pas aſſés dans les endroits préciſément où le Trois-quart perçoit, ce peu ſe déroboit peut-être, & ſe rangeoit ailleurs, & quand l'Inſtrument étoit retiré, & qu'on appliquoit la Cannule, on ne l'appliquoit que contre une maſſe aſſés ſolide. Ce qu'il y a ici ſur-tout de remarquable, c'eſt que de grandes afflictions puiſſent changer à cet excès juſqu'à la ſtructure du Corps humain.

VIII.

Voici encore un fait de même eſpece à peu-près, & plus ſurprenant par certains endroits, un Epiploon augmenté au point de peſer 13 Livres 9 Onces, & ſi endurci, qu'il fallut employer la Scie pour l'ouvrir dans toute ſa longueur & ſa profondeur, encore ne fut-ce qu'avec peine qu'on en vint à bout. L'Epiploon eſt, comme on ſçait, une double Membrane qui s'attache à l'Eſtomac, à la Ratte, au Colon, & qui couvre les Inteſtins. C'eſt une eſpece de Sac, ſemé de Vaiſſeaux & de Bandes graiſſeuſes, qui le font paroître diviſé en pluſieurs Lobes ou Boſſes. Il abonde tellement en graiſſe, que quelques-uns l'ont pris, quoique cette raiſon ne ſuffiſe pas, pour la ſource de toute la graiſſe du Corps. L'Epiploon, dont il s'agit ici, étoit véritablement oſſifié, mais non pas uniformément. Il y paroiſſoit une infinité de feuillets membraneux très-minces, mais fortement adhérents à pluſieurs pelotons oſſeux. Ces pelotons avoient été de la graiſſe dans l'état na-

turel, & les feuillets, les membranes ou cellules qui l'avoient recouverte, ou enfermée. C'eſt à M. Mongin, Docteur en Médecine de la Faculté de Paris, que l'on doit cette Obſervation, qu'il a donnée dans un détail très-exact & très-ſçavant. Il a même fait voir à l'Académie cette maſſe Epiploïque, qui reſſembloit par la forme de ſon volume à un gros Melon.

Il peut paroître d'abord étrange que de la graiſſe devienne oſſeuſe, mais on ſçait par expérience que les Acides durciſſent les matiéres huileuſes, telles que la Cire, & les mettent en état de pouvoir être réduites en poudre. M. Mongin a apporté l'exemple d'un Malade condamné à ne vivre que de Lait de Vache, en qui l'évacuation du Ventre ayant été entiérement ſupprimée, on lui tira de l'Anus une infinité de petites Pierres, qui ne pouvoient avoir été formées que de la graiſſe du Lait ſur laquelle un violent Acide des Inteſtins avoit agi. Les Phiſiciens connoiſſent pluſieurs oſſifications ou pétrifications arrivées aux parties animales qui en paroiſſent les moins ſuſceptibles, & nous en avons rapporté une aſſés remarquable en 1703 *.

* p. 26. & ſuiv. 2de Edit.

L'Epiploon oſſifié étoit celui d'une Fille de 73 ans, qui dès l'âge de 34 avoit ſenti un poids & une tumeur au deſſous de l'Eſtomac. L'augmentation en fut continuelle juſqu'à l'âge de 70 ans qu'elle ceſſa, & alors le volume fut énorme, mais cette Fille, qui étoit naturellement agiſſante, ne laiſſa pas de l'être toûjours, & ſans beaucoup d'incommodité, ſoit parce qu'elle s'accoûtumoit à un mal qui n'augmentoit que très-lentement, ſoit plûtôt parce que cette groſſe tumeur, ainſi qu'on le vit ſûrement à l'ouverture du Corps, étoit roulante, & s'accommodoit aiſément à toutes les ſituations que la Malade vouloit prendre. Une chute qu'elle fit ſur le Ventre à 72 ans $\frac{1}{2}$ avança apparemment ſes jours, elle en devint Hidropique, parce que des Vaiſſeaux Limphatiques preſſés par la maſſe & par le poids de la tumeur ſe rompirent. Elle mourut au bout de ſix mois, après avoir ſouffert une Ponction qui réuſſit fort bien, mais n'étant plus en état d'en ſoûtenir une ſeconde.

CEtte année parut un Ouvrage de M. Winſlow, intitulé *Expoſition Anatomique de la ſtructure du Corps humain.* In quarto.

Que l'on s'imagine un Vaiſſeau de 100 piéces de Canon, dont on veuille décrire exactement, & dans tout le détail poſſible, toutes les différentes parties, en les comptant pour différentes, quelque peu qu'elles le ſoient, toutes les Planches, telles qu'elles ont été employées dans la conſtruction, leurs étenduës, leurs poſitions, leurs courbures, tous les Mats, tous les Cordages, toutes les Voiles, toutes les Poulies, toutes les Chambres, toutes les Cavités, les Cloiſons, & juſqu'aux Ferrures & aux Clous, on voit que ce ſeroit une deſcription immenſe, & d'un prodigieux travail. Si l'on conçoit maintenant le Vaiſſeau réduit au volume du Corps d'un Homme, en conſervant les mêmes parties dans leurs premiéres proportions, quoiqu'extrêmement diminuées, on voit que la deſcription deviendra beaucoup plus difficile, non par le nombre des parties qui ne ſera pas augmenté, mais par leur petiteſſe, qui le plus ſouvent ne permettra preſque pas qu'on les démêle les unes d'avec les autres. Et que ſera-ce donc, ſi à cette même Machine ainſi réduite, on y ajoûte dans toute ſa capacité, & ſans augmenter ſon volume, une infinité de Machines Hidrauliques & Chimiques, de Tuyaux qui porteront & rapporteront des Liqueurs, de Vaiſſeaux diſtillatoires, de Récipients, &c. ? tel eſt cependant le Corps humain, ſujet du Livre de M. Winſlow.

C'eſt une ſimple Expoſition des faits vûs à l'œil, ou tout au plus au Microſcope, en ſuppoſant néantmoins les différentes préparations, & les précautions délicates que demande aujourd'hui la pratique de l'Anatomie. La Conjecture, qui eſt une autre eſpece d'Oeil ou de Microſcope, mais ſouvent trompeur, n'a point été admiſe ici, M. Winſlow ne dit que ce qu'il a vû par lui-même, & ce qu'il a fait voir aux autres dans tous les Cours, ſoit publics, ſoit particuliers, qu'il a faits ſans relâche

pendant plus de 20 années. La plus fine ſtructure du Corps humain peut demeurer inconnuë, ou douteuſe, & ſur cela les différentes conjectures, les Siſtemes, pourront s'exercer ſans beaucoup de péril pour nous, mais la connoiſſance de la ſtructure ſenſible eſt plus importante à la Médecine, ſur-tout à la Chirurgie, & elle l'eſt trop pour ſouffrir des erreurs ſans conſéquence. Par exemple, dans toute amputation, il faut connoître exactement, non ſeulement la partie que l'on attaquera, mais encore toutes celles qui par leur connexion avec elle y ſeront intéreſſées. Un Muſcle peut s'attacher à pluſieurs Os, ce Muſcle coupé ne pourra plus mouvoir ces Os ; pluſieurs Muſcles peuvent s'attacher à un même Os, cet Os coupé rendra ces Muſcles inutiles, du moins en partie. C'eſt par cette raiſon que M. Winſlow donne une Table *reſpective*, pour ainſi dire, des Os & des Muſcles, on y voit à quels Os s'attache un certain Muſcle, & quels Muſcles s'attachent à un certain Os. La liaiſon & la dépendance mutuelle des parties eſt un des grands objets de cet ouvrage, & c'eſt effectivement ce qui demande le plus d'attention, & l'attention la plus ſcrupuleuſe. On ſent aſſés combien un nombre prodigieux de faits bien conſtatés doivent être utiles pour diriger & les raiſonnements des Médecins, & les opérations des Chirurgiens.

Dans une matiére auſſi compliquée, &, pour tout dire, auſſi confuſe par elle-même, l'ordre, ſi néceſſaire pour l'inſtruction, & pour donner à tout une certaine beauté, doit coûter beaucoup. M. Winſlow s'eſt piqué d'en trouver un le plus géométrique qu'il fût poſſible, & de ne mêler jamais l'inconnu avec le connu, quelque commode qu'en ſoit quelquefois le mêlange pour un Auteur. Ces ſortes de contraintes qu'il s'impoſe, ne ſont ordinairement guere récompenſées, car un Lecteur conduit par un chemin droit & aiſé ne s'apperçoit pas des chemins tortueux & pénibles qu'on lui a épargnés.

Qui s'attache à l'ordre, doit auſſi s'attacher à la clarté, à la briéveté & à la préciſion. Le Volume eſt gros, & il n'y a point de paroles perduës, chaque mot ſignifie, & manqueroit s'il n'y étoit pas. M. Winſlow a eu tant de ſoin d'être clair,

qu'il a évité les *Galliciſmes,* c'eſt-à-dire, certaines phraſes trop particuliéres à la Langue Françoiſe, & que les Etrangers pourroient n'entendre pas bien.

Enfin le Cenſeur Royal, choiſi pour ſa grande capacité en ces matiéres, a dit au Public dans ſon Approbation, que *jamais Livre d'Anatomie n'avoit mieux mérité d'être imprimé.*

On a l'obligation à M. Winſlow d'y avoir conſervé un excellent Ecrit de l'illuſtre Stenon ſon grand Oncle ſur l'Anatomie du Cerveau. On y voit avec plaiſir quel étoit le caractere d'eſprit de ce grand Homme, quelle idée il avoit de l'art de faire des Découvertes en Anatomie, ſon courage à n'y épargner aucune peine, ſa prudente crainte de croire trop vîte qu'il en eût fait, ſa modeſtie à les propoſer. On ne pourra guere s'empêcher de croire que le petit Neveu a hérité de ces qualités, ou les a bien imitées.

V. les M. p. 388.

NOus renvoyons entiérement aux Mémoires

Un ſecond Mémoire de M. Petit le Chirurgien ſur la maniére d'arrêter les Hémorragies.

V. les M. p. 428.

Un Ecrit de M. Morand ſur quelques accidents remarquables dans les Organes de la Circulation du Sang.

CHIMIE.

SUR LES ASTRINGENTS ET LES CAUSTIQUES.

LORSQU'EN 1731 M. Petit le Chirurgien parla dans l'Académie de la maniére d'arrêter le Sang après l'amputation des gros Vaiſſeaux, & de l'heureux ſuccès qu'il avoit eu dans une affaire très-délicate de cette eſpece *, ce ſujet fit naître à M. Petit le Médecin le deſſein d'examiner particuliérement les Aſtringents & les Cauſtiques, Remedes qui s'employent ou pour arrêter ou pour prévenir les Hémorragies. Les Aſtringents ſont pour les petites, & les Cauſtiques pour les grandes. Les petites ſont celles des petits Vaiſſeaux, & les grandes celles des grands. Celles des Veines ſont moindres que celles des Arteres, le reſte étant égal, puiſque l'impulſion du Sang eſt moindre dans les Veines.

V. les M. p. 31.

* V. les M. de 1731, p. 85.

On pourroit croire que ce qui s'appelle Aſtringents, ne ſont que des *Emplaſtiques,* ou Emplâtres, qui n'agiſſent qu'en fermant l'orifice des Vaiſſeaux ouverts, mais M. Petit le Médecin s'eſt bien aſſûré par un très-grand nombre d'expériences, qu'ils ſont véritablement Aſtringents, & qu'ils reſſerrent les orifices auſquels ils s'appliquent. Ils les reſſerrent, parce qu'ils en abſorbent l'humidité, ce qui étant fait, les parois des Vaiſſeaux diminuées de volume ſe rapprochent par leur reſſort naturel, & peuvent ſe rapprocher au point de ſe coller enſemble, & de fermer le Vaiſſeau. Il ne s'agit point ici de la compreſſion & des Bandages qui aideroient à cet effet.

Cela ſera vrai & indubitable, ſi les Aſtringents appliqués à des morceaux de chair d'Animaux en diminuent le volume, & il eſt ſûr qu'ils en auront diminué le volume, s'ils en ont diminué le poids. C'eſt ce que M. Petit a trouvé par toutes

ſes expériences, à quelque exception près que nous ne diſſimulerons pas, & qui fortifie encore le raiſonnement général. Il a toûjours pris la même quantité de chair de Bœuf ou de Mouton, c'étoit 16 Gros, il l'a miſe dans différents Aſtringents, dont il l'enveloppoit, il l'y a toûjours laiſſée 4 jours pendant un Eté aſſés chaud, au bout de chaque jour il la retiroit un moment pour la peſer, la remettoit auſſi-tôt en expérience, & par la ſomme totale des 4 *peſées* il voyoit de combien les 16 Gros étoient diminués.

Les Aſtringents qui dans le même temps diminuent davantage de poids une même quantité de chair, ſont certainement les plus forts, ils ont abſorbé plus d'humidité, ils ont mieux deſſéché la chair, & rendu ſon reſſort plus ferme. De plus en conſidérant quel a été leur effet plus ou moins grand pendant chacun des 4 jours que leur action a duré, & rien n'empêche de pouſſer, ſi l'on veut, l'expérience au de-là des 4 jours, on juge du plus ou moins de promptitude de cette action, ſi elle s'accelere, ou ſe rallentit.

Il y a encore une attention importante à faire, c'eſt celle de la corruption, ou de la non-corruption de la chair, & c'eſt par l'odeur qu'on en juge. La corruption vient de la deſunion des principes qui formoient les molécules de la chair, ou ſes petites parties intégrantes, l'humidité favoriſe cette deſunion, le deſſechement & le reſſerrement y eſt contraire. De-là ſuit manifeſtement qu'un bon Aſtringent doit laiſſer la chair, s'il eſt poſſible, ſans corruption & ſans mauvaiſe odeur.

Il y a des Aſtringents de trois eſpeces, les Terres, comme les Bols, la Terre Sigillée, le Plâtre, la Chaux, &c. les Sucs de Plantes ou Gommes & Réſines, comme le Suc d'Aloës, d'Acacia, le Storax, le Benjoin, la Gomme Arabique, &c. les Sels, comme le Sel marin, l'Alun, les Vitriols, &c. On y pourroit ajoûter une 4me eſpece tirée du Regne animal, la Toile d'Araignée, les Yeux d'Ecreviſſe. Toutes ces eſpeces ont été éprouvées par M. Petit, & leurs effets comparés dans un grand détail, dont nous ne donnerons que les Réſultats les plus généraux.

Communément

Communément tous les Aſtringents agiſſent plus dans les 2 premiers jours que dans les 2 derniers, & plus le 1er jour que le 2d. Il eſt rare que leur action n'aille pas toûjours en ſe rallentiſſant.

Les plus forts Aſtringents terreux ne diminuent que de 5 Gros les 16 Gros de chair.

Ils lui laiſſent toûjours quelque mauvaiſe odeur, mais moins ſelon qu'ils ont plus diminué le poids, ou, ce qui revient au même, qu'ils ont plus abſorbé d'humidité.

Les Aſtringents végétaux ſont en général plus forts que les terreux. La Noix de Galle a abſorbé juſqu'à 6 Gros 19 Grains d'humidité. Elle n'a laiſſé à la chair nulle mauvaiſe odeur, ce qui n'eſt pas commun dans cette eſpece.

Toutes les Gommes ſont de grands Aſtringents.

Les Aſtringents ſalins n'ont pas ordinairement plus de force que les meilleurs végétaux, mais ils l'emportent en bonté, c'eſt-à-dire, qu'ils n'abſorbent pas plus d'humidité, mais qu'ils garantiſſent mieux la chair de corruption; ils ne lui laiſſent preſque jamais de mauvaiſe odeur. Auſſi la Pratique s'eſt-elle fort déclarée pour le Vitriol.

Ces Aſtringents ont une propriété ſinguliére, & qui paroît oppoſée à celle de tous les autres. Ils augmentent ſouvent le poids de la chair, au lieu de le diminuer, mais il faut remarquer que ce n'eſt que dans les derniers jours, ils commencent toûjours par diminuer le poids. Après qu'ils ont abſorbé une partie de l'humidité de la chair, cette humidité, dont ils ſe ſont impregnés, diſſout quelques-uns de leurs Sels, & ces Sels mis en mouvement, & portés par ce véhicule, vont dans la chair, s'y joignent, & en augmentent le poids. On ſçait que les Sels empêchent la corruption; ainſi ces Aſtringents non ſeulement deſſéchent la chair comme les autres, en attirant hors d'elle ſon humidité, mais ils l'embaument, en lui fourniſſant une matiére étrangere. Il leur faut néceſſairement un temps avant qu'ils la puiſſent fournir, & après cela il eſt aiſé de voir ce qui arrivera ſelon qu'ils rendront plus ou moins qu'ils n'ont pris.

On voit auſſi que cet accident ne peut arriver que quand les Sels ſont peu embarraſſés dans les Mixtes, & diſpoſés à s'en dégager facilement, car on n'a pas ici de principe d'une grande action, il n'y a que l'humidité de la chair, & d'une chair morte. Les mêmes Aſtringents auroient beaucoup plus d'action ſur des parties vivantes, animés, comme ils le ſeroient, par la chaleur naturelle qu'ils y trouveroient.

Les Sels des Animaux étant les plus volatils, un Aſtringent qui en contiendroit beaucoup, ſeroit excellent. C'eſt apparemment par cette raiſon que dans les expériences de M. Petit la Toile d'Araignée bien nettoyée, bien deſſéchée, & miſe en poudre, a preſque autant abſorbé d'humidité qu'aucun Aſtringent des plus forts, & a parfaitement préſervé la chair de corruption, ſes Sels, qui ſont Animaux, paſſoient aiſément dans cette chair, & ſi la Toile d'Araignée a un peu moins abſorbé d'humidité qu'un autre Aſtringent, ce peut n'être qu'une fauſſe apparence, car elle aura pû abſorber plus d'humidité, ou diminuer davantage le poids de la chair à cet égard, & paroître d'ailleurs le diminuer moins à cauſe des Sels qu'elle aura fournis à la chair. C'eſt même là une réflexion qui pourroit s'appliquer en général à tous les Aſtringents qui laiſſent la chair ſans mauvaiſe odeur, ils ne doivent pas paroître avoir abſorbé tant d'humidité. Quoi qu'il en ſoit, les Aſtringents du Regne Animal ne ſeront pas communs, ils ne peuvent guere avoir aſſés de terre pour abſorber, & pour deſſécher. Les Yeux d'Ecreviſſe laiſſent la chair ſans odeur auſſi-bien que la Toile d'Araignée, mais ils abſorbent moins.

Les Eſprits Acides, tels que ceux de Sel, de Nitre, l'Huile de Vitriol, car M. Petit a voulu tout éprouver, cuiroient en quelque ſorte la chair, & la mettroient en pâte, ſi on les employoit purs, il faut les affoiblir avec beaucoup d'eau, & alors on voit qu'ils augmentent le poids de la chair. Mais nous ne nous arrêterons pas à ces expériences, qui vont plus à confirmer ce qui a été dit, qu'à rien découvrir de nouveau par rapport à l'objet principal. Venons aux Cauſtiques, que M. Petit n'a traités qu'après avoir fait l'Hiſtoire de tous les moyens

dont on s'eſt ſervi depuis Hippocrate juſqu'à préſent pour arrêter les Hémorragies après l'amputation des membres *.

* V. les M. p. 215.

Si on applique le feu à l'extrémité ouverte d'un Vaiſſeau, ſes parois, dès qu'elles le ſentent, ſe retirent, ſe froncent en dedans l'une vers l'autre, s'approchent juſqu'à ſe toucher & ſe coller enſemble, & par-là enfin ferment le Vaiſſeau. La partie la plus extérieure de ces parois qui ont eſſuyé l'action du feu, en a eſſuyé la plus grande force, parce qu'elle y étoit la plus expoſée, ſon tiſſu en a été totalement altéré, ſes fibres détruites ou confonduës, ce n'eſt plus qu'un débris informe qui n'a plus de part à la vie du reſte du Corps animal, c'eſt une chair morte, qui ne tenant plus à rien, tombe bientôt d'elle-même. On l'appelle une *Eſcarre.*

Le Fer chaud, le Plomb fondu, l'Huile bouillante, peuvent s'employer dans cette opération, mais comme ils la rendent fort douloureuſe, on a trouvé d'autres matiéres dont l'effet ſera le même, & plus doux, parce que ſans être actuellement enflammées, elles contiennent un certain feu qui ſe développera. On les appelle *Cauſtiques* ou *Cauteres potentiels*, à la différence des premiers qui ſont *actuels.* L'Huile de Vitriol, l'Eſprit de Nitre, l'Eau Régale, ſont des Cauſtiques potentiels liquides, la Pierre Infernale en eſt un ſolide.

La matiére ſubtile ou éthérée, ou, comme d'autres Phiſiciens la nomment, la *matiére du feu,* fait tous les Cauſtiques tant potentiels qu'actuels, mais avec cette différence que dans les potentiels, qui ont été originairement formés par le feu, pour la plûpart, elle s'y eſt frayé des paſſages, des routes, qu'elle retrouve & qu'elle reprend dès qu'elle eſt excitée, au lieu que dans les actuels elle ne ſe fait point de routes qui ſe conſervent, ce qui eſt cauſe que quand ils ſont refroidis, ils ne gardent point de traces de ſon action précédente, & qu'ils ne peuvent agir que chauds ou brûlants. Une Aiguille aimantée eſt un exemple inconteſtable d'un Corps où une matiére fort ſubtile & fort agitée s'ouvre de ces ſortes de routes qui ſubſiſtent.

La chaleur naturelle d'une partie vivante ſur laquelle on

applique le Cauſtique potentiel, jointe à l'humidité de cette même partie, met en mouvement & diſſout les Sels très-actifs du Cauſtique, la matiére éthérée, qui y étoit en quelque ſorte languiſſante, ſe remet à circuler avec toute ſa vivacité dans les routes qu'elle s'y étoit déja frayées, & voilà ce qui équivaut au feu actuel ſans avoir le même excès d'impétuoſité.

Une confirmation de cette petite Théorie, c'eſt que les Cauſtiques potentiels n'agiſſent point aſſés ſur les Cadavres pour y faire cette Eſcarre, qui eſt leur dernier effet. Les Cadavres n'ont plus la chaleur qui auroit produit un grand mouvement dans tout le Cauſtique. Vanhelmont a le premier avancé le fait, & M. Petit l'a vérifié par des expériences qui l'ont rendu en même temps mieux circonſtancié.

Il diſtingue trois eſpeces de Cauſtiques potentiels. Les 1ers n'agiſſent que ſur les chairs découvertes de la peau, les 2^ds^ ſur la peau & les chairs, les 3mes ſur la peau ſeule. Les deux 1res eſpeces ſont *Eſcarrotiques*, c'eſt-à-dire, font eſcarre, la 3me n'en fait point. Le Vitriol de Hongrie ou de Cypre, l'Arſenic, le Sublimé corroſif, &c. ſont de la 1re eſpece, l'Eau Régale, l'Huile de Vitriol, la Pierre Infernale, &c. ſont de la 2de. Ceux de la 3me eſpece, dont les Cantharides ſont les plus uſitées, ne méritent que le nom de *Véſicatoires*, à cauſe des Veſſies qu'ils excitent ſur la peau. Ils rarefient la Limphe, & particuliérement l'Air, contenus l'un & l'autre dans les petits Vaiſſeaux de la peau, dont les orifices vont aboutir à l'Epiderme qui les couvre. Cette rarefaction violente ſouleve l'Epiderme, ſous lequel ſe forme un vuide qui ſe remplit auſſi-tôt & d'air dilaté, & de Limphe épanchée de ſes petits vaiſſeaux qui ont crevé. L'Epiderme ſéparée de la peau, ſe ſéche en peu de temps, & s'enleve aiſément. Voilà ce qui tient lieu de l'eſcarre que font les autres Cauſtiques, car il y a toûjours de l'analogie par-tout.

SUR LES BOUILLONS DE POISSON, les Os des Animaux, &c.

M. GEOFFROY continuë le ſujet dont nous avons parlé en 1730*. La vûë générale eſt toûjours d'examiner Chimiquement les aliments que l'on donne d'ordinaire aux Malades, & l'examen conſiſte à tirer de ces Mixtes par un nombre ſuffiſant d'ébullitions ou coctions répétées, tout ce qui s'en peut tirer, après quoi les liqueurs chargées de ces ſucs, s'étant dépouillées par une lente évaporation de tout leur flegme inutile, laiſſent un Extrait qui contient toute la véritable ſubſtance du Mixte, tout ce qui peut nourrir, ou agir ſur le Corps humain. Il n'y a plus qu'à opérer ſur cet Extrait, & à reconnoître ou démêler ce qu'il renferme.

V. les M. p. 17.

* p. 45. & ſuiv.

Les épreuves de M. Geoffroy ſur la Carpe, le Brochet, les Ecreviſſes, les Grenouilles, lui ont vérifié l'opinion commune, que le Poiſſon eſt moins nourriſſant que la Viande. On s'eſt apparemment fondé ſur ce que le Poiſſon ſe nourrit d'eau; & peut-être ne s'attendroit-on pas que la différence fût auſſi peu conſidérable qu'elle l'eſt. Une Livre de Bœuf n'a que 1 Once, 2 Gros, 60 Grains d'humidité ou de flegme de moins qu'une Livre de Carpe, elle n'a que 38 Grains de Sel volatil de plus dans ſon Extrait, & 36 dans ſes Fibres deſſéchées, car nous ſuppoſons ici les notions établies en 1730. Si on l'eût ſçû, on auroit bien pû ne pas croire ſi déterminément ce que l'on croit.

L'examen des Viperes a été ſuivi par M. Geoffroy dans un grand détail, parce qu'on les employe beaucoup dans la Médecine, ſoit en bouillons, ſoit en poudre, ſoit en *Trochiſques*, c'eſt-à-dire, en paſtilles rondes.

Les Os des Animaux ont ſubi auſſi les épreuves. L'Os de la Jambe d'un Bœuf, préféré aux autres, parce qu'il a moins de Moelle, & dont on avoit coupé les deux têtes, ayant été rapé finement juſqu'à la derniére lame, que l'on épargnoit pour

ne pas entamer la Moëlle, M. Geoffroy a fait bouillir cette rapure à pluſieurs eaux, il a filtré les bouillons, qui d'un côté ont laiſſé ſur le filtre une eſpece de pâte blanche, & de l'autre ayant été évaporés après la filtration, ſe ſont réduits en Extrait. Par la comparaiſon de ce qu'on tiroit de ces deux matiéres avec les Analiſes précédemment faites de la chair de Bœuf, M. Geoffroy a trouvé ce paradoxe Phiſique, que le Sel volatil ſe dégageoit plûtôt & en plus grande quantité des Os de Bœuf que de la chair. Il a crû que l'eau où l'on cuit ces différentes matiéres devoit avoir moins d'action ſur les chairs, qui ſe dérobent à elle par leur ſoupleſſe, que ſur les Os qui ne cedent pas tant.

La Corne de Cerf & l'Yvoire peuvent être mis au rang des Os, ſur-tout l'Yvoire, qui croît comme les Os par lames ou couches circulaires, dont les plus grandes & les derniéres formées enferment les plus petites & les premiéres. Par la cuiſſon, ces couches ſe déboîtent facilement les unes de dedans les autres, en conſervant leur figure. Pour le Bois de Cerf, qui conſtamment n'a été dans ſon origine qu'une ſubſtance charnuë, mais enſuite extrêmement épaiſſie & endurcie par le temps, il reſſemble plus d'ailleurs aux Chairs qu'aux Os par la nature & la quantité des principes qu'il fournit aux Analiſes Chimiques.

Mais ces trois Corps, les Os de Bœuf, le Bois de Cerf & l'Yvoire, prouvent également que les matiéres ſolides donnent leur Sel volatil plus aiſément que les matiéres tendres. Par-là même ſe juſtifie la pratique commune aujourd'hui, de ne point ſéparer des Viperes qu'on met bouillir, leurs Arrêtes ni leurs Vertebres. Ce ſont des Os, qui loin d'être nuiſibles, parce que l'Animal eſt venimeux, fourniſſent beaucoup de principes actifs, très-ſalutaires.

A ces recherches M. Geoffroy en a joint ſur le petit Lait, remede très-uſité, & ſur le Pain, le plus général des Aliments. Il a trouvé dans le petit Lait des indices de Sel Marin, & enſuite des preuves de ſon exiſtence par la figure cubique des Criſtaux. Il eſt remarquable, non qu'il y ait de ce Sel dans

une matiére animale, mais qu'il y en ait juſque dans les premiéres liqueurs des Animaux. Dans une Livre de Pain de Goneſſe cuit de la veille, il y a 3 Onces 7 Gros 48 Grains d'humidité, 5 Onces 1 Gros d'Extrait, 6 Onces 3 Gros de matiére groſſiére. Apparemment ce ſont les 5 Onces 1 Gros qui font la nutrition.

SUR LE TARTRE SOLUBLE.

NOus avons déja effleuré cette matiére en 1728 *. Le Sel Végétal, remede ſi uſité, & dont le nom eſt ſi connu, eſt un Tartre, ou Criſtal, ou Crême de Tartre, que l'on a diſſous pour pouvoir le faire prendre intérieurement, ſans quoi on n'auroit guere pû en faire d'uſage médicinal. On l'a diſſous par un Sel lixiviel & alkali, extrait du Tartre même. Mais n'y auroit-il point d'autre moyen de diſſoudre le Tartre, un moyen plus ſimple, plus commode, plus avantageux pour l'effet du remede? ne fût-il que nouveau, il auroit encore ſon mérite.

V. les M. p. 323. * p. 38. & 39.

M. le Févre, Médecin d'Uzès, en propoſa un en 1728, dont nous avons parlé à l'endroit cité. M. Groſſe, l'un des Chimiſtes de l'Académie, travailloit ſur le même ſujet, & cherchoit des Terres alkalines propres à diſſoudre le Tartre, qui certainement a beaucoup d'Acide, tandis que d'un autre côté M. du Hamel cherchoit à purifier le Tartre crud, & à le rendre auſſi beau que celui qui nous vient de Montpellier, purifié par une Terre qu'on trouve aux environs de cette Ville. Les deſſeins des deux Académiciens, quoique différents par l'objet principal, les conduiſoient pourtant à employer les mêmes matiéres, ou des matiéres de même eſpece, & à faire les mêmes opérations, ils vinrent à s'en appercevoir, & ils jugerent plus convenable de réunir leurs travaux, & de n'avoir en vûë que le Tartre ſoluble. Leur avanture fut en partie pareille à celle de Mrs Geoffroy & Boulduc, rapportée en 1731 *. Ainſi tout ce qui va être dit, le ſera également d'après Mrs du Hamel & Groſſe.

* p. 34. & ſuiv.

Le Criſtal de Tartre, indiſſoluble à l'eau froide, diſſoluble ſeulement en apparence à l'eau bouillante, puiſqu'auſſi-tôt qu'elle eſt refroidie, il ſe précipite au fond tel qu'il étoit, ſe diſſout réellement par l'Eau de Chaux, & avec une grande effervescence, mais ce n'eſt qu'après y avoir jetté pluſieurs fois de cette Eau, de ſorte qu'on pourroit croire d'abord qu'il n'y auroit rien à en eſperer. Quand on a laiſſé évaporer lentement l'humidité de cette Solution, il ſe forme des Criſtaux, qui donnent quelques marques d'Alkali. Mais ſi, parce qu'ils ſont fort petits, on réitere les criſtalliſations pour en avoir de plus gros, ces nouveaux Criſtaux ne donnent plus de marques d'Alkali, ils n'en donnent pas non plus d'Acide, ils ſe fondent aiſément à l'eau froide, ils brûlent ſur la pêle comme le Tartre ſoluble ordinaire, & ſe réduiſent en charbon.

La chaux d'Ecailles d'Huitre a fait plus d'effet que la Chaux commune ſur le Tartre, puiſqu'elle en a diſſous une plus grande quantité, mais l'effet du Plâtre & du Gypſe calciné, qui ſont cependant des eſpeces de Chaux, n'a été que très-foible.

Quand le Tartre a été traité avec la meilleure Craye de Champagne, & de la même maniére qu'avec la Chaux, l'effervescence a été moins conſidérable, cependant la diſſolution paroît avoir été plus parfaite, puiſque toute la Craye a diſparu, ce que la Chaux n'avoit pas fait, & que quand on a filtré la Solution, il n'eſt reſté ſur le filtre qu'une très-petite quantité de Terre, au lieu qu'il en étoit reſté beaucoup davantage de la Chaux. Tous les autres effets ont été de part & d'autre aſſés ſemblables. Les deux Chimiſtes attribuent la différence à ce qu'une plus grande effervescence cauſe une plus grande évaporation d'Eſprits & de parties ſubtiles, qui laiſſent une plus grande quantité de Terre hors d'état de s'élever. Or l'effervescence a été plus grande par la Chaux.

La reſſemblance des effets de la Chaux & de la Craye, perſuade aux deux Phiſiciens, que puiſque la Craye, qu'on ne ſoupçonne pas de contenir aucun Sel, n'agit que par ſa Terre, la Chaux doit agir de même, & que par conſéquent il n'y a point

point de néceſſité, du moins par les faits préſents, de lui ſuppoſer un Sel. Le Tartre n'eſt donc pas décompoſé, ſes principes ne ſont pas deſunis, ſeulement ſes molecules ou parties intégrantes, ſéparées par une Terre qui s'eſt inſinuée entre elles, ſont devenuës plus acceſſibles à l'eau, & le tout prend une nouvelle forme, qui, comme il eſt aiſé de l'imaginer, l'expoſe d'une maniére plus avantageuſe à l'action de l'Eſtomac.

Il ſuit de-là que la Craye eſt une Chaux imparfaite.

La Stalactite non calcinée, les Yeux d'Ecreviſſe, & quantité d'autres matiéres, font à peu-près comme la Chaux.

Quand on a eſſayé différentes Terres ſur le Tartre pour voir celles qui le rendroient ſoluble, il s'en eſt trouvé beaucoup qui en étoient incapables, comme la Terre qu'on employe à Rouen pour raffiner le Sucre, la Craye de Briançon, le Crayon rouge, le Tripoli, le Bol, la Terre même qu'on employe à Montpellier pour purifier ce même Tartre, &c. Pourquoi cette grande différence entre ces Terres & la Chaux, quelques Crayes, &c. ?

Selon ce qui vient d'être dit, les matiéres terreuſes, qui rendent le Tartre ſoluble, ne le rendent tel, que parce qu'elles ſe ſont inſinuées entre ſes molecules, & pour cela il faut que leurs petites parties ſoient devenuës d'une extrême fineſſe. Qui peut les avoir attenuées & diviſées juſqu'à ce point ? On ſçait en Chimie que l'effet ordinaire des Acides eſt de diviſer le plus finement qu'il ſoit poſſible les matiéres ſur leſquelles ils agiſſent, & ici nous avons les Acides du Tartre, qui auront produit ſur les matiéres terreuſes l'effet en queſtion, ils les auront miſes en état de s'unir intimement avec le Tartre. Si ces mêmes Acides n'ont pas pû avoir la même action ſur d'autres matiéres terreuſes, le Tartre demeurera indiſſoluble.

Dans le cas où la Terre n'aura pas rendu le Tartre ſoluble, faute d'avoir été diſſoute, elle ne laiſſera pas de lui pouvoir être de quelque autre utilité. Elle en abſorbera des parties hétérogenes, dont il étoit mêlé, ſur-tout une huile ſuperfluë ou nuiſible, & c'eſt ce qu'on appelle le purifier. Une union

très-légere & très-ſuperficielle de la Terre avec le Tartre ſuffit pour cela.

Sur ce ſujet, Mrs du Hamel & Groſſe ont fait une réfléxion aſſés fine, qui les a conduits à une méthode par laquelle on jugera d'avance ſi une Terre rendra le Tartre ſoluble, ou ſi elle ne fera que le purifier. L'Acide du Tartre eſt celui du Vin, & par conſéquent le même que celui du Vinaigre, donc les Terres que le Vinaigre diſſoudra, rendront le Tartre ſoluble, & elles ne ſeront propres qu'à le purifier, ſi le Vinaigre ne les diſſout pas. Il ſe trouve en effet qu'il diſſout la Chaux, la Craye de Champagne, &c. & non pas la Terre de raffinerie de Rouen, celle de Montpellier, le Bol, &c. En un mot la Regle s'eſt vérifiée ſur tout ce qu'on avoit éprouvé.

SUR LE SEL DE LA CHAUX.

EN 1724, M. du Fay donna deux opérations, par leſquelles il tiroit un Sel de la Chaux *. Comme les Chimiſtes n'avoient encore pû y réuſſir, & que par cette raiſon ils doutoient fort de l'exiſtence de ce Sel, on eut peine à ajoûter foi à cette découverte. Des deux opérations rapportées tout au long dans les Mémoires de 1724, la 1re demandoit une ſeconde calcination de la Chaux, qui pouvoit y avoir introduit les Acides du Charbon dont on s'étoit ſervi, & ces Acides étrangers unis à la Terre alkaline de la Chaux auroient formé le Sel en queſtion. La 2de opération demandoit que la Chaux fût éteinte à l'air, c'eſt-à-dire, qu'elle y eût été expoſée aſſés long-temps pour s'abreuver, ſe pénétrer de ſon humidité, & ſe réſoudre en une pouſſiére fine; or cette humidité pouvoit avoir des Acides. Comme le Sel tiré par M. du Fay eſt en fort petite quantité, les deux objections en ſont plus vrai-ſemblables.

* V. l'Hiſt. de 1724. p. 39. & 40.

Il a répondu à la 1re, que ſi par ſa ſeconde calcination des Acides du Charbon ſe ſont introduits dans la Chaux, il doit s'en être introduit auſſi par la 1re calcination indiſpenſable,

qui a converti une Pierre en Chaux, qu'en cas que l'on eût pû tirer de la Chaux ordinaire le Sel qui s'en ſeroit formé, on l'auroit regardé comme un véritable Sel de Chaux, parce qu'en effet il appartenoit à la Chaux priſe comme Chaux, & non à la Pierre, & que par conſéquent une ſeconde calcination ne devoit pas empêcher qu'on ne le regardât de la même maniére.

Quant à la 2de objection, il n'étoit guere croyable que l'humidité de l'air pût fournir des Acides aſſés puiſſants pour diſſoudre un Corps tel que la Chaux.

Mais pour couper court à ces objections, M. du Fay a fait une expérience où il n'entre rien qui puiſſe être ſuſpect. Il a pris 12 Pintes d'eau de Riviére diſtillée, il les a miſes chauffer au feu de Sable dans une Terrine de Grès toute neuve, il y a fait éteindre une livre de Chaux, qui a bouilli quelque temps, après que le bouillon a été entiérement raſſis, il a enlevé le plus clair de l'eau qui ſurnageoit, & l'a tranſporté dans un autre Vaiſſeau de Grès ou de Verre, où il l'a laiſſé repoſer pendant une heure, & a encore enlevé le plus clair de ce qui ſurnageoit, & ayant répété cette opération, qui diminuoit toûjours la quantité de l'eau qu'il réſervoit, il a mis enſemble toute l'eau réſervée dans un Vaiſſeau où il l'a évaporée juſqu'à ſiccité, & il eſt demeuré au fond 10 Grains d'un Sel âcre & cauſtique, entiérement ſemblable à celui qu'il avoit eu par ſes opérations de 1724. On voit aſſés ce que ſignifie cette attention d'employer de l'eau de Riviére diſtillée, & ce choix de Vaiſſeaux de Grès tout neufs, ou de Verre. Il falloit prévenir tout ſoupçon d'Acides étrangers.

En réfléchiſſant ſur cette opération, M. du Fay jugea bien qu'il ne devoit avoir eu que la quantité de Sel la plus aiſée à dégager, & qu'il n'avoit pas entiérement dépouillé la livre de Chaux de tout ce qu'elle en contenoit. Auſſi en travaillant de nouveau & avec beaucoup d'eau nouvelle ſur cette même Chaux, il en tira en tout juſqu'à 2 Gros de Sel, moins 2 Grains, & elle n'étoit encore diminuée que de moitié, ce qui fait voir qu'il étoit poſſible d'aller plus loin.

Il eſt vrai que dans ces nouvelles opérations l'eau n'étoit pas diſtillée, & M. du Fay avouë que le nouveau Sel ne lui paroiſſoit pas tout-à-fait ſi pur. Mais pour ne ſe laiſſer à lui-même aucun ſcrupule, il fit évaporer dans une Chaudiére 50 Pintes d'eau de Pluye, & dans une autre 172 Pintes d'eau de Riviére, & il retira de part & d'autre une petite quantité de Sel qui n'avoit rien de l'âcreté ni de la cauſticité du Sel de Chaux. Ainſi ce Sel ne peut être qu'un peu affoibli, mais non pas formé par l'eau non diſtillée. Il faut redoubler de preuves à proportion que ce que l'on combat eſt plus établi.

SUR LE BORAX,

ET SUR DES EXPE'RIENCES NOUVELLES DE CE SEL.

V. les M. p. 398. * p. 49. & ſuiv. 2de E'dit.

NOUS avons déja donné en 1703 * quelques connoiſſances préliminaires ſur le Borax, & nous les ſuppoſons ici. Feu M. Lémery avoit examiné ce Sel à l'occaſion d'un uſage nouveau & heureux que M. Homberg en avoit fait dans la Médecine, lorſqu'il avoit donné ſon Sel volatil narcotique de Vitriol * ou Sel ſédatif. Long-temps depuis M. Lémery a beaucoup plus approfondi ce ſujet *, & enfin M. Geoffroy y trouve encore des choſes nouvelles.

* V. les M. de 1702. p. 50. 2de E'dit.

* V. les M. de 1728. p. 273. Et les M. de 1729. p. 282.

Le ſeul changement que tant de recherches ayent apporté aux premiéres idées qu'on avoit ſur le Borax, c'eſt qu'il n'eſt plus un Sel ſalé ou moyen, comme l'on croyoit, mais un véritable Sel alkali naturel, en quoi il differe des Alkalis ordinaires, qui ne ſont devenus tels que par l'action du feu, & par la décompoſition. On eſt obligé cependant à lui laiſſer encore quelque petite portion de Sel moyen. Du reſte il eſt toûjours vitrifiable, & même ſans addition, ce qui lui eſt particulier entre tous les Sels connus, & en même temps ce Verre, quoique dur & compacte, ſe fond très-aiſément à la ſeule humidité de l'air, & vient à perdre ſa forme de Verre,

& redevient du Borax qui n'auroit pas été vitrifié. Le Borax eſt toûjours gras, non ſeulement à l'extérieur, ce qui pourroit provenir de quelque accident, mais dans l'intérieur de ſa ſubſtance, par une matiére bitumineuſe, ſemblable à de la Colle-forte, qui ne s'en détache point quand on le purifie, & qui même y reparoît quelquefois, quand on croit l'avoir le mieux deſſéché. Si le Borax eſt la *Chriſocolle* des Anciens, il ne faut pas chercher ailleurs l'origine de ce nom.

Le Borax étant un Alkali, on s'attend bien qu'il abſorbera les Acides; il les abſorbe en effet, mais on n'eût pas prévû qu'un effet par-tout ailleurs ſi impétueux & ſi turbulent, eſt ici parfaitement tranquille, & ſe paſſe dans un grand calme. Il ſeroit inutile de répéter les Expériences de M. Geoffroy, les adreſſes de Chimie perdroient trop de leur prix, ſi elles n'étoient pas expoſées tout au long; nous nous bornerons à deux réſultats principaux, qui ont été le fruit d'un grand nombre d'opérations.

1°. Le Sel Sédatif trouvé par M. Homberg eſt utile en Médecine, quoiqu'il ne ſoit que ſédatif, c'eſt-à-dire, qu'il ne faſſe qu'appaiſer pour 6 ou 7 heures de violents accès de fiévre, mais il procure une eſpece de Treve, pendant laquelle on peut employer des remedes plus efficaces qu'il eût été impoſſible d'employer autrement. De la Solution de Borax dans de l'Huile de Vitriol, qui contient un fort Acide, il s'éleve par la diſtillation des *fleurs*, une matiére blanche, légere, ſéche, une eſpece de farine, qui eſt le Sel Sédatif. M. Lémery a trouvé qu'on pouvoit ſe ſervir de tous les Acides minéraux auſſi-bien que de l'Huile de Vitriol, qui en eſt un. Par là l'opération s'étend; maintenant M. Geoffroy la change en une autre plus commode, & qui même produit davantage; c'étoit une Sublimation, & il donne le moyen d'avoir plus facilement par une Criſtalliſation une plus grande quantité de Sel Sédatif. Cela ſera utile principalement pour les Hôpitaux, où ce Sel eſt d'un grand uſage.

2°. Quand de la Solution de Borax par un Acide minéral, on a tiré le Sel volatil, il reſte un Sel fixe, qui eſt une eſpece

de Sel de Glauber, dont apparemment on n'eût pas eu le ſoupçon, M. Geoffroy ne connoît qu'un ſeul Chimiſte Allemand qui l'ait un peu prévenu. Il faut, afin que ce Sel de Glauber ſe ſoit formé, que l'Acide minéral ſe ſoit uñi à une terre du Borax ſemblable à celle du Sel marin. Ce Sel de Glauber, autrefois ſi rare, devient bien commun.

Tout Verre eſt une Terre intimement pénétrée par un Sel dans ſes plus fines parties. Cette Terre, qui eſt la baſe du Sel fixe du Borax, ou de ſon Sel de Glauber, eſt la même qui entre dans cette vitrification ſi facile du Borax. Il y a plus. Le Sel Sédatif, même celui qui a été ſublimé, ſe vitrifie encore en partie, & par conſéquent il contient encore de cette même Terre, qui doit être bien inſéparable du Borax. Une grande difficulté de faire du Borax artificiel ſera apparemment de trouver cette Terre vitrifiable.

Le Sel Sédatif, ſoit ſublimé, ſoit criſtalliſé, ſe diſſout dans l'Eſprit de vin, & le feu y étant mis, la flamme en eſt verte. Ce n'eſt là qu'une curioſité, mais il ſeroit ſi agréable dans certains Spectacles d'avoir des flammes de telles couleurs qu'on voudroit, qu'il faut plûtot regretter de ne les avoir pas encore toutes.

OBSERVATION CHIMIQUE.

M. De Mars, établi par le Roi à Conſtantinople pour y enſeigner le Latin aux Enfants de la Langue de France, ayant envoyé à l'Académie un Sel qui ſe trouve naturellement en Egipte, & qu'il croyoit être le Sel Armoniac des Anciens, on l'examina, & on trouva, par toutes les épreuves, que du moins ce n'étoit pas le Sel Armoniac des Modernes, car pour l'autre, on ne le connoît point, à proprement parler. On ne craignit point d'aſſûrer que le Sel de M. de Mars étoit un vrai Sel de Glauber, il en avoit toutes les propriétés, & par là on apprit que ce Sel eſt naturel en Egipte auſſi-bien qu'en Dauphiné, en Eſpagne, en Allemagne, en Hongrie, dans toutes

les eaux de la Mer. Apparemment les Minéraux dont M. de Mars disoit avoir retiré son Sel, étoient composés de quelque substance vitriolique, & de quelque autre qui contenoit du Sel marin, ce qui aura fait que l'Acide vitriolique se joignant à la base du Sel marin, l'Acide du Sel marin se sera échappé, & il sera resté un Sel de Glauber.

NOus renvoyons entiérement aux Mémoires
L'Ecrit de M. du Fay sur la Teinture des Pierres. V. les M. p. 169.

BOTANIQUE.

M. Marchant a lû la Description
De l'*Aquilegia Canadensis præcox, procerior*, h. R. P.
De la *Dentaria Heptaphyllos*. C. B. Pin. 322. *Dentaire.*
Du *Horminum coma purpurea violacea*. J. B. T. 3. 309. ou *Horminum sativum*. C. B. Pin. 238.
Et de l'*Omphaloïdes Lusitanica Lini folio*. I. R. herb. ou *Linum umbilicatum*. Parck. Theat. 1687.

NOus renvoyons entiérement aux Mémoires
La Suite de l'Anatomie de la Poire par M. du Hamel. V. les M. p. 64.

GE'OME'TRIE.

SUR LES COURBES DE POURSUITE.

V. les M. p. 1.

UNE Courbe étant rapportée à un Axe, & ſes Tangentes en tel nombre qu'on voudra, tirées juſque ſur cet axe, dont elles déterminent certaines parties que l'on comptera depuis le ſommet ou l'origine de la Courbe, il eſt poſſible que ces parties de l'axe ſoient toûjours proportionnelles aux différents Arcs correſpondants de la Courbe, déterminés par les différents points d'où partiront les Tangentes, que par exemple ſi une partie de l'axe interceptée entre le ſommet de la Courbe & l'extrémité d'une Tangente n'eſt que la moitié d'une autre partie interceptée entre le même ſommet & une autre Tangente, les deux arcs correſpondants déterminés par les mêmes Tangentes ſeront dans la même raiſon de 1 à 2. Il eſt viſible que cette égalité de rapport ſubſiſtera, ſoit que les arcs ſoient en eux-mêmes plus grands, ou plus petits, ou égaux aux parties correſpondantes de l'axe, & cela fera trois eſpeces de Courbes compriſes dans un même Genre.

Elles ſont toutes rectifiables & quarrables en même temps, & par là M. Bouguer les juge dignes d'une attention particuliére. L'une ou l'autre proprieté eſt aſſés rare, & leur réünion l'eſt encore plus. On voit en gros que cette égalité perpétuelle de rapport entre la longueur d'une Courbe & celle d'une droite, peut amener plus facilement la Courbe à la condition de droite.

Si un Vaiſſeau, qui fait une certaine route, veut joindre un autre Vaiſſeau qui en fait une autre, & s'il croit néceſſaire de ſe mettre dans la route du ſecond pour le pourſuivre mieux, il faudra pour cela qu'il commence par décrire une Courbe, qu'on pourra nommer Courbe *de pourſuite*, dont l'axe ſera la ligne

ligne *de fuite*, ou la droite décrite par le Vaiſſeau qui fuit. La vîteſſe de chaque Vaiſſeau étant ſuppoſée uniforme, & le rapport de leurs vîteſſes toûjours le même, les arcs, ou longueurs des parties de la Courbe de pourſuite, parcourus dans un certain temps, ſeront toûjours proportionels aux parties de la ligne de fuite ou de l'axe parcouruës dans le même temps, & par cette raiſon M. Bouguer donne le nom abregé de Courbes de pourſuite aux Courbes dont il s'agit ici. Ce n'eſt pas que le principe de ſe mettre dans la route d'un Vaiſſeau auquel on donne chaſſe, ſoit bon, on en a reconnu l'erreur, mais l'exemple ne laiſſe pas de nous ſuffire.

Si le Vaiſſeau qui pourſuit a une vîteſſe abſoluë moindre que l'autre, ou s'il n'en a qu'une égale, il eſt bien clair qu'il ne le joindra jamais, & que ſa Courbe de pourſuite aura une Aſimptote, qui ſera la ligne de fuite ou ſon axe. Ce n'eſt que dans le cas où la vîteſſe du Vaiſſeau pourſuivant excede l'autre, que la Courbe de pourſuite rencontre ſon axe au bout d'un cours fini. Ainſi il y a deux eſpéces de ces Courbes qui ont des Aſimptotes, & une troiſiéme ſeulement qui n'en a point.

M. Bouguer cherchant leur Equation générale, la trouve d'abord en Infiniment petits du 2^{d} ordre, ce qui ne donneroit que des Courbes Méchaniques. Il faut, s'il eſt poſſible, intégrer, changer ces Infiniment petits du 2^{d} ordre en infiniment petits du 1er, & même encore ceux-ci en grandeurs finies, au moyen de quoi on a des Courbes Géométriques ou Algébriques. C'eſt ce qui réüſſit ici, hors-mis dans deux cas que nous allons expliquer.

On exprime en général le rapport des vîteſſes du point pourſuivant & du pourſuivi, par deux lettres qui répréſentent tous les nombres poſſibles. Elles deviennent les Expoſants des grandeurs de l'Equation. Si, comme il eſt ſans comparaiſon le plus naturel, ces deux lettres répréſentent deux nombres rationels, tels que 1 & 2, 2 & 3, &c. l'Equation exprime une Courbe Algébrique, mais elle n'en exprimera qu'une Méchanique, ſi les deux nombres, ou, ſi l'un eſt irrationel,

1 & la racine de 2, par exemple, la racine de 2 & celle de 3, &c. pourquoi cela ?

Une Courbe eſt Algébrique ou Géométrique quand le rapport perpétuel qui conſtituë ſon eſſence, ſe trouve entre des grandeurs finies, mais elle n'eſt que Méchanique quand ce rapport perpétuel ſe trouve, & ne ſe peut trouver qu'entre des Infiniment petits. La raiſon de cette différence eſt, qu'on peut décrire exactement, & par les régles de la Géométrie, une Courbe dont la deſcription ne dépend que de grandeurs finies, au lieu qu'on ne peut décrire qu'imparfaitement, par points ſéparés, & Méchaniquement, une Courbe dont la deſcription exacte demanderoit que l'on traçât des Infiniment petits, qui ne ſe peuvent tracer, & en général tout ce qui ſort du Fini, & va dans l'Infini, n'eſt plus aſſés ſoûmis à nos connoiſſances, pour être ſuſceptible de la rigoureuſe exactitude Géométrique. Quand on éleve une grandeur à une puiſſance rationelle quelconque, 2, 3, &c. on ſçait que c'eſt la multiplier 2 fois, 3 fois, &c. par elle-même. Mais ſi on l'éleve à une puiſſance exprimée par la racine de 2, de 3, de 5, &c. on ne ſçait combien de fois on la multiplie, ces nombres là ne ſe trouvent que dans l'Infini, ou n'ont que des expreſſions où il entre néceſſairement, ainſi qu'il a été prouvé dans les *E'lements de la Géométrie de l'Infini*, & par conſéquent des Courbes, dont la connoiſſance dépend de grandeurs ainſi affectées, vont autant dans l'Infini, & ſont auſſi Méchaniques, que ſi leur eſſence conſiſtoit dans des rapports d'Infiniment petits.

Le ſecond cas où les Courbes de pourſuite ſont Méchanique eſt aſſés ſurprenant, c'eſt celui où le rapport des vîteſſes des deux Points eſt le plus ſimple de tous les rapports, celui d'égalité. Alors l'E'quation Algébrique de M. Bouguer ne donne rien, ſinon que l'axe eſt infini, & qu'il n'y aura point de rencontre, ce que l'on ſçavoit déja bien par la nature de la choſe, ſans le ſecours de l'E'quation. Si l'on veut avoir une Courbe, il faut retourner à l'Equation différentielle, d'où l'on a tiré l'algébrique, & par conſéquent ce n'eſt qu'une Courbe

Méchanique que l'on trouve. Ainſi en arrangeant les trois eſpeces des Courbes de pourſuite, ſelon les rapports des vîteſſes des deux Points, & en poſant pour l'eſpéce du milieu, comme il eſt naturel, & preſque néceſſaire, celle où ces deux vîteſſes ſont égales, on verra dans un même Genre l'eſpece Méchanique placée entre deux Géométriques. Si l'on conçoit dans ces trois eſpéces une marche réguliére, de ſorte que l'une des extrêmes ne devienne l'autre extrême, qu'après avoir paſſé par eſtre la moyenne, ces Courbes renfermées d'abord dans le Fini s'approcheront toûjours de l'Infini, iront en quelque ſorte s'y perdre, & reviendront de là dans le Fini.

La Rectification des Courbes de pourſuite eſt fort ſimple. Puiſque les parties de l'axe que les Tangentes déterminent par leurs extrémités, ſont proportionnelles aux Arcs correſpondants, il s'enſuit que cette égalité de rapport ſe conſerve indépendamment de la grandeur abſoluë de ces parties de l'axe, & des Arcs, & par conſéquent entre ces parties devenuës infiniment petites, & les côtés infiniment petits de la Courbe. Deux Tangentes infiniment proches, toûjours terminées à l'axe, croiſſent toûjours par leur extrémité ſupérieure de la quantité d'un petit côté de la Courbe, & par l'extrémité inférieure elles décroiſſent ou croiſſent, ſelon la portion de la Courbe où elles ſont, d'une droite infiniment petite qui peut s'exprimer par l'infiniment petit de l'axe, dont le rapport au côté de la Courbe eſt connu. Quand ces Tangentes ſont priſes dans une étenduë finie de la Courbe, la ſomme de toutes leurs augmentations ſupérieures eſt l'Arc de la Courbe correſpondant, qui par conſéquent eſt égal à une Tangente, mais modifiée, comme elle doit l'être, par rapport à ce qui eſt arrivé aux extrémités inférieures. Il y a un cas où l'Arc eſt ſimplement égal à la Tangente, la modification, néceſſaire dans les autres cas, eſt alors devenuë nulle.

M. Bouguer aſſûre que la Quadrature de ces Courbes n'eſt pas plus difficile.

M. de Maupertuis a réſolu le même Probleme, en le rendant plus général. La ligne de fuite n'eſt plus une droite, mais

une Courbe quelconque donnée; il faut maintenant que les Tangentes à la Courbe de pourſuite prolongées juſqu'à la Courbe de fuite, y déterminent toûjours des Arcs proportionnels à ceux de la Courbe de pourſuite. M. de Maupertuis arrive aſſés facilement à une Equation générale de la Courbe de pourſuite en Infiniment petits du 2^{d} ordre.

Mais ce qui peut paroître ſurprenant, c'eſt que quand dans cette Equation générale on met, au lieu de la Courbe de fuite, une droite, qui y étoit ſelon la premiére idée du Probleme, cette ſuppoſition, qui a coûtume de ſimplifier tout, produit un Calcul fort long, & fort compliqué, & tel que M. de Maupertuis a cherché d'autres Solutions plus ſimples, indépendantes de la Solution générale, tant dans ces matiéres là même, ſi parfaitement embraſſées par notre Eſprit, il peut encore arriver d'évenements imprévûs.

Le rapport des vîteſſes du Point pourſuivant & du pourſuivi eſt toûjours le même dans le Probleme de M. de Maupertuis comme dans celui de M. Bouguer, mais M. de Maupertuis avertit qu'il pourroit ne l'être pas dans le ſien, & qu'il ſuffiroit de le ſuppoſer variable, mais réglé ſur quelque fonction des Coordonnées des Courbes, car il eſt bien évident que la Géométrie ne peut avoir de priſe que ſur ce qui ſuit quelque ordre connu.

SUR UNE ESPECE DE COURBES
décrites ſur la ſurface d'une Sphere.

V. les M. p. 237. & 255.

ON a demandé que des Courbes décrites ſur la ſurface d'une Sphere fuſſent algébriques & rectifiables. Il eſt bien clair d'abord que ce ne peuvent pas être des Cercles, puiſqu'ils ne ſont pas rectifiables, & l'on ſçait combien les deux qualités, d'algébrique ou géométrique & rectifiable, ſont diſtinctes & différentes.

Ce Probleme étoit digne d'exercer M. Bernoulli, il en trouva la Solution compriſe dans une grande & belle Théorie

qu'il fit des Epicycloïdes Sphériques. Le hazard voulut que ce fût préciſément dans le même temps que M. de Maupertuis, qu'il avoit invité à y penſer, y penſoit auſſi de ſon côté. A peine en avoit-il trouvé la Solution, qui fut vûë de quelques amis, qu'il reçut de Bâle celle de M. Bernoulli, il eut le plaiſir & la gloire de la voir conforme à la ſienne, & il fut bien vérifié qu'il ne pouvoit l'avoir vûë plûtôt. Il nous ſuffira de donner une légere idée du principe général de ces Solutions pour les Courbes algébriques & rectifiables.

Comme la Courbe cherchée, & qui ſera décrite ſur la ſurface de la Sphere, ne le ſera donc pas à l'ordinaire ſur un plan droit, il faut la rapporter à un plan de cette nature, & on le fera ſi on en imagine un dans la Sphere ſur lequel on tirera de tous les points de la Courbe des perpendiculaires. Elles formeront ſur ce plan droit, par leurs extrémités, une ſeconde Courbe, qui ſera la *Courbe de projection*, à la différence de la premiére, que nous appellerons *Courbe de la ſurface*.

Il ne s'agit que de déterminer la nature de la Courbe de la ſurface ſelon les conditions preſcrites, & elle peut être fort différente de la Courbe de projection. Mais on trouve moyen de les lier l'une à l'autre par un rapport entre leurs étenduës ou longueurs, de ſorte que la rectification de l'une donnera celle de l'autre. Les perpendiculaires tirées de tous les points de la Courbe de la ſurface ſur le plan de projection, ſont des grandeurs qui du côté de la ſurface ſphérique croiſſent ou décroiſſent toûjours d'une quantité infiniment petite, & cette quantité eſt en même temps un des côtés du petit Triangle dont l'hipotenuſe eſt l'Elément de la Courbe de la ſurface. L'Elément ou arc infiniment petit de la Courbe de projection étant très-aiſé à exprimer algébriquement, il n'y a qu'à ſuppoſer entre cet arc & la différentielle de la perpendiculaire correſpondante un rapport connu, moyennant quoi la ſomme des arcs de la Courbe de projection, ſi on la peut avoir, aura ce rapport connu à la ſomme de toutes les différentielles des perpendiculaires qui entrent dans la compoſition des arcs de

la Courbe de la ſurface, & par conſéquent à ces arcs mêmes. Or par cette voye il ſe trouve que l'infiniment petit de la Courbe de projection eſt intégrable, donc on a la longueur de cette Courbe, donc auſſi celle de l'autre.

Afin que ces deux Courbes rectifiables ſoient de plus algébriques, il faut que ce rapport ſuppoſé que l'on a laiſſé général, ne ſoit qu'un nombre rationnel, autrement les Courbes deviendroient Méchaniques, ſelon ce qui a déja été expliqué ci-deſſus *.

* p. 58.

M. de Maupertuis n'eut beſoin que de la même Méthode pour réſoudre un autre Probleme, qui s'offroit naturellement à lui, c'eſt de trouver ſur la ſurface de la Sphere des Courbes dont les arcs ſeront en raiſon donnée quelconque aux arcs d'un grand Cercle, & qui par conſéquent ne ſeront rectifiables que dépendamment de la rectification du Cercle. On voit aſſés la liaiſon de ces Problemes.

Nous avons expliqué en 1704 * comment les arcs de l'Ecliptique décrits par le Soleil en un temps déterminé, avoient un rapport toûjours changeant aux arcs correſpondants de l'Equateur, ou, ce qui eſt le même, le mouvement du Soleil en Longitude a ſon mouvement en Aſcenſion droite, hors-mis dans un certain point, où il y avoit égalité.

* p. 62. & ſuiv.

M. de Maupertuis trouve & conſtruit aiſément, par ſa Théorie générale, la Courbe où cette égalité ſeroit perpétuelle, ſi le cours du Soleil la ſuivoit au lieu du Cercle de l'Ecliptique.

Et dans l'Ecliptique même, il détermine avec la même facilité le point où les deux mouvements du Soleil ſeront, non pas ſeulement en raiſon d'égalité, mais en telle autre raiſon qu'on voudra, & cela par ſa ſeule Théorie, & ſans employer la Trigonométrie Sphérique.

SUR LES LIGNES DU IV.me ORDRE.

TOUT ce qui a été dit ſur cette matiére en 1730 * & 1731 *, n'eſt encore qu'une eſpece de Préliminaire. On a traité des Infléxions & des Rebrouſſements de différentes eſpeces, & particuliérement des différents Points multiples, parce que ce ſont là des *affections* générales, qui commençant à paroître dès le 3me ordre, ſe montrent dans le 4me revêtuës de nouvelles circonſtances plus ſinguliéres & plus difficiles à démêler. Comme ces affections ne ſont pas rares dans cet ordre, il a été bon de n'y arriver qu'après s'être préparé à les voir. Mais maintenant il faut entrer dans une conſidération plus étenduë, & qui embraſſe tout l'ordre. M. l'Abbé de Bragelongne entreprend l'énumération de toutes les lignes qu'il contient. Le 1er, n'en a que 1, qui eſt la droite, le 2d, les 4 ſi connuës, le 3me, 77, dont l'énumération eſt dûë à M. Newton, & par la progreſſion de ces nombres, 1, 4, 77, on peut juger que le nombre des Lignes du 4me ordre ne ſera pas médiocre.

* p. 68. & ſuiv.

* p. 45.

Pour ſe conduire avec plus de ſûreté dans une recherche où les omiſſions doivent être ſi aiſées, M. l'Abbé de Bragelongne a imaginé la diviſion nouvelle d'un ordre quelconque en *Claſſes*, & voici ſur quoi elle eſt fondée. Quand on a à conſtruire une Equation un peu compoſée de quelque Courbe Algébrique, il arrive ſouvent qu'on peut rendre l'Equation plus ſimple, & la conſtruction plus élégante, en rapportant la Courbe à certains axes différents de ceux où elle ſe rapportoit d'abord, parce que l'une de ſes Coordonnées ſe trouve alors élevée à une moindre puiſſance, ſimple, par exemple, ſi elle étoit élevée au quarré ou au cube, & cela ſans que la nature de la Courbe ſoit aucunement changée en elle-même. Cet art eſt connu des Géometres. Il n'eſt pas praticable en toute occaſion, mais il ſuffit ici qu'il le ſoit quelquefois. Toute Coordonnée, qui ſe laiſſera abbaiſſer, ne ſe laiſſera pas non plus

abbaiſſer autant qu'on voudroit. On l'abbaiſſera d'une puiſſance ou d'un degré, mais non pas de trois ou de deux, &c. Ainſi dans l'Equation d'un ordre, qu'on peut ſuppoſer ſi élevé qu'on voudra, une Coordonnée pourra être abbaiſſée juſqu'à la premiére puiſſance, ce qui eſt le cas le plus ſimple & le plus avantageux, & dans une autre Equation du même ordre, une Coordonnée ne pourra être abbaiſſée que juſqu'à la 2de puiſſance, & enfin il y aura telle Equation de ce même ordre où aucune des deux Coordonnées ne pourra être abbaiſſée, & où elles conſerveront invinciblement la puiſſance que cet ordre leur donnoit.

Ces différentes Equations, que nous venons de ſuppoſer, repréſentant autant de Courbes ou même d'eſpeces de Courbes d'un même ordre, M. l'Abbé de Bragelongne appelle dans un certain ordre déterminé, comme le 4me, Courbes de la 1re Claſſe celles qui peuvent être exprimées par une Equation, où l'une des Coordonnées ne ſoit élevée qu'à la 1re puiſſance, & enfin Courbes de la 4me Claſſe celles dont les deux Coordonnées auront néceſſairement conſervé leur 4me puiſſance, ou, car c'eſt la même choſe, leur élévation à la 4me dimenſion. Un ordre ne pourra donc avoir qu'autant de Claſſes qu'il y aura d'unités dans ſon expoſant. Dans le 2^d ordre, il y a déja des Claſſes, & il y en a 2, qui y ſont naturellement, & ſans que l'art de la Géométrie s'en mêle. La Parabole & l'Hiperbole entre ſes Aſimptotes ſont la 1re Claſſe, car dans la Parabole, une des Coordonnées, qui eſt l'Abſciſſe, n'eſt qu'à la 1re puiſſance, l'autre étant à la 2de, & dans l'Hiperbole entre ſes Aſimptotes, l'une & l'autre Coordonnées ne ſont également qu'à la 1re puiſſance. Pour le Cercle & l'Ellipſe, on ſçait que les deux Coordonnées y ſont néceſſairement à la 2de puiſſance, & ces deux Courbes feront la 2de Claſſe du 2^d ordre.

Une Equation d'une Courbe d'un ordre quelconque étant propoſée, M. l'Abbé de Bragelongne a trouvé la méthode de déterminer de quelle Claſſe elle eſt dans ſon ordre. Cela ne ſe fait que par un grand nombre de transformations & de comparaiſons

comparaiſons d'Equations qu'on fait naître les unes des autres, par des Suites nouvelles de certains Triangles algébriques, &c. Ce Probleme général réſolu, il en réſulte que quand toutes les racines d'une certaine Equation ſont imaginaires, les Courbes auſquelles cette Equation ſe rapporte, ne peuvent être réduites à une Claſſe d'une dénomination inférieure à l'expoſant de l'ordre, c'eſt-à-dire, que ſi l'ordre eſt le 4me, par exemple, elles y ſeront néceſſairement de la 4me & derniére Claſſe. Or les racines imaginaires vont toûjours deux à deux, & par conſéquent toutes les racines d'une Equation ne peuvent être imaginaires qu'elles ne ſoient en nombre pair, ni être en nombre pair que dans un ordre dont l'expoſant ſoit pair. Donc ce n'eſt que dans le 2^d^ ordre, dans le 4me, dans le 6me, &c. qu'il ſe trouve des Courbes *irréductibles* dans le ſens qu'on a marqué. Nous en avons déja vû un exemple pris du 2^d^ ordre, le plus ſimple de tous.

Puiſque le 4me ordre eſt ſuſceptible de 4 Claſſes, M. l'Abbé de Bragelongne tire de ſon Equation générale les 4 Equations particuliéres qui conviennent à chaque Claſſe, ou, ſi l'on veut, les trois ſeulement qui appartiennent aux 3 premiéres Claſſes, car la 4me ne ſera que l'Equation générale. Cette diviſion empêchera que rien n'échappe aiſément dans l'Enumération qu'on veut faire des Courbes de tout cet ordre. Il ne ſera queſtion préſentement que de celles de la 1re Claſſe.

Elles s'étendent toutes à l'infini, & par rapport à cette propriété elles peuvent avoir ou 2 branches infinies, ou 4, ou 6, ou 8, ce qui fournit encore une ſubdiviſion. Il eſt de l'art de s'en ménager le plus que l'on peut. Une Parabole ou une Hiperbole ont deux branches infinies, qui partent d'un ſommet commun, & c'eſt la même choſe pour toutes les Courbes qui auront la même forme, quand elles ne ſeroient pas préciſément de la même nature par leur équation géométrique. Ainſi une Ligne du 4me ordre compoſée de 4 Courbes, qui auront une forme Parabolique ou Hiperbolique, aura huit branches infinies, le plus grand nombre qu'elle en puiſſe avoir. Ces 4 Courbes ſeront entiérement détachées les unes des

autres, n'auront aucun point commun ni à toutes les 4, ni ſeulement à quelques-unes, & elles ne ſeront liées que par ſe rapporter aux mêmes axes, les unes étant au-deſſus, les autres au-deſſous, les unes à droite, les autres à gauche. Par cette Ligne du 4me ordre, qui auroit 8 branches infinies, on peut juger de celles qui n'en auroient qu'un moindre nombre.

Il n'eſt pas néceſſaire que ces branches ſoient de la forme que nous venons de dire. Une Courbe de celles qu'on nomme *Anguinées*, parce qu'ayant un point d'inflexion, elles ont de part & d'autre de ce point deux branches infinies, l'une concave & l'autre convexe, & paroiſſent *ſerpenter*, ſeroient auſſi propres à être portions d'une Ligne du 4me ordre que des Courbes à forme Parabolique ou Hiperbolique.

Tout le monde ſçait que l'Hiperbole, la Conchoïde, & un petit nombre d'autres Courbes fort connuës, ont des Aſimptotes, mais tout le monde ne ſçait peut-être pas que toutes les Courbes en ont, dès qu'elles s'étendent à l'infini, comme font toutes celles de la 1re Claſſe du 4me ordre, & c'eſt une de leurs propriétés qui mérite d'être traitée un peu à fond.

La Parabole même, & toutes les Paraboles ont donc des Aſimptotes, ce qui pourroit paroître un paradoxe. Il eſt vrai que ces Aſimptotes ne ſont pas des lignes droites, comme celles de l'Hiperbole, & de la Conchoïde, ce ſont des Courbes, dont ces Paraboles, ſi on veut les prendre ſeules pour exemple, s'approcheront toûjours ſans pouvoir les joindre qu'après un cours infini. Cela n'a plus rien de merveilleux, car que je conçoive la Parabole ordinaire tracée, je conçois très-facilement que dans le nombre infini de Courbes qui lui peuvent être ou circonſcrites ou inſcrites, il y en aura quelqu'une qui s'approchant toûjours d'elle à chaque pas ne la rencontrera qu'à ſon extrémité infiniment éloignée. Mais pourquoi ne ſera-ce pas une droite auſſi-bien qu'une Courbe, qui pourra être l'Aſimptote de la Parabole? pourquoi la droite en eſt-elle incapable, de quelque maniére qu'on détermine ſa poſition, & ſa direction à l'égard de la Parabole? c'eſt là où il peut y avoir quelque choſe à éclaircir.

Selon la nouvelle Théorie de l'Aſimptotiſme établie dans les *E'lements de la Géométrie de l'Infini*, l'Hiperbole eſt telle qu'après un cours fini, pendant lequel ſes côtés infiniment petits ont toûjours changé infiniment peu de direction les uns par rapport aux autres, ce ne ſont plus pendant le reſte de ſon cours, qui eſt infini, que des côtés d'une grandeur finie, qui ont ces mêmes changements de direction infiniment petits. Anſi dans la 1re partie finie de ſon cours elle eſt courbe à l'ordinaire, dans la 2de partie infinie elle eſt courbe d'une autre façon, elle change infiniment peu de direction ſeulement à chaque pas fini qu'elle fait, c'eſt moins une Courbe qu'une droite *non-exacte*. Cette droite non-exacte rapportée à une droite exacte, qui ſera l'Aſimptote, peut donc en vertu de ſa *non-exactitude* s'approcher toûjours de l'autre, & prendre une direction plus approchante de la ſienne, & enfin ne la prendre entiérement qu'au bout d'un cours infini. Tout cela a été expliqué plus amplement & ſuffiſamment dans l'Ouvrage cité.

On y a dit auſſi que l'Hiperbole, & toute autre Courbe Aſimptotique de même nature, étoit pendant la portion infinie de ſon cours *imparfaitement* parallele à l'Aſimptote, & toûjours plus parallele, juſqu'à ce qu'enfin elle le fût parfaitement.

Ce changement par lequel l'Hiperbole ceſſe d'eſtre courbe à la maniére ordinaire, & n'eſt plus qu'une droite non-exacte, eſt quelque choſe de réel, & d'indépendant de la diviſion arbitraire des Courbes en côtés droits. L'Hiperbole conçûë d'abord comme diviſée en côtés droits infiniment petits, qui changeront toûjours infiniment peu de direction, ne ſçauroit être conçûë ſous cette idée, que juſqu'à un certain point, paſſé lequel ſes côtés doivent être conçûs d'une grandeur finie, & ſe détournants infiniment peu. Cela a été démontré par l'Equation de cette Courbe dans la *Géométrie de l'Infini*. Mais la Parabole, qui n'a pas moins un cours infini, doit être conçûë dans toute ſon étenduë de la même courbure, c'eſt-à-dire de la même eſpece, qui eſt l'ordinaire, & ſans ce changement qui la rendroit droite non-exacte.

Il y a donc des Courbes, qui par leur nature reçoivent ce

changement, d'autres qui ne le reçoivent pas. Les premiéres étant dans une étenduë infinie droites non-exactes, il eſt impoſſible qu'il n'y ait quelque droite exacte, à laquelle elles ſeront dans toute cette étenduë imparfaitement, & enfin parfaitement paralleles, & ce ſera là une Aſimptote droite. Les autres Courbes, qui ne recevront point le changement dont il s'agit, ne pourront par conſéquent être pendant une étenduë infinie imparfaitement paralleles à une droite, ni l'avoir pour Aſimptote. Leurs changements de direction infiniment plus frequents que dans l'autre cas, feront qu'elles s'en approcheront trop, & la joindront par un cours ſeulement fini. Une droite, dont la direction eſt invariable, ne peut pas fuir, pour ainſi dire, une Courbe qui s'approche trop d'elle.

Mais une autre Courbe, dont les directions ont toûjours été changeantes, peut la fuir, & la fuir ſi à propos & ſi peu, que quoique celle qui, ſi l'on veut, pourſuit, s'approche toûjours de l'autre, elle ait beſoin d'un cours infini pour la joindre. Alors la Courbe *pourſuivante* a une autre Courbe pour Aſimptote. La marche des deux Courbes eſt tellement concertée dans leur cours infini Aſimptotique, qu'elles ne changent jamais de direction, l'une par rapport à l'autre, qu'après quelque portion finie du cours de l'une & de l'autre, ce qui répond parfaitement à l'Aſimptotiſme des Courbes & des droites. On voit aſſés que toute Courbe d'un cours infini, qui n'aura pas une Aſimptote droite, en aura néceſſairement une courbe.

Les Courbes, qui ont des Aſimptotes droites, paſſent pour être de l'eſpece Hiperbolique, & celles qui n'en ont que de courbes, pour être de l'eſpece Parabolique. C'eſt là une diviſion générale, & très-ſimple.

Les Aſimptotes ſervent à faire voir dans quelles bornes, ſelon un certain ſens, le cours infini des Courbes ſe renferme. On le voit mieux par les Aſimptotes droites que par les courbes, ſur-tout quand ce ſont deux droites paralleles entre elles.

Tout cela poſé, M. l'Abbé de Bragelongne détermine toûjours quelles ſont les Aſimptotes des branches de toutes ſes

Lignes de la 1re Claſſe du 4me ordre. Il arrive ſouvent que de deux branches qui partent du même ſommet, l'une a une Aſimptote droite, l'autre une Aſimptote courbe, & que par conſéquent la 1re eſt de l'eſpece Hiperbolique, la 2de de la Parabolique. Deux autres branches pareilles peuvent être tellement poſées, qu'une même droite ſera l'Aſimptote commune des deux branches Hiperboliques qui ſe regarderont, & une même Courbe l'Aſimptote commune des deux branches Paraboliques qu'elle embraſſera.

Afin qu'une Courbe de cette 1re Claſſe puiſſe avoir 8 branches infinies, il faut qu'elle ſoit formée de 4 Courbes, ayant chacune deux branches, & que ces 4 Courbes ſoient diſtribuées dans les 4 angles que deux axes feront entre eux. C'eſt là le cas le plus compliqué de cette Claſſe, & en demeurant dans cette complication, quant au nombre des Courbes qui compoſeront la totale, il reçoit de grandes variétés par la nature, les contours, les poſitions des Courbes partiales, & même de leurs deux branches, qui, comme nous venons de le dire, peuvent être différentes entre elles.

Il eſt important de connoître d'où partent ces Courbes partiales, ou, ce qui revient au même, quelle eſt la diſtance de leurs ſommets à un axe déterminé que M. l'Abbé de Bragelongne appelle le *véritable*. Ces ſommets étant paralleles à cet axe, on trouve par la Regle des Tangentes le point où ſera une Tangente parallele, & à ce point ſera le ſommet cherché, & de-là on tirera ſa diſtance à l'axe. Il arrive quelquefois qu'il en eſt à une diſtance infinie. Il eſt clair que les Courbes partiales ne pouvant être plus de 4, la totale ne peut avoir au plus que 4 ſommets.

Ce ne ſont pas toûjours des Courbes à ſommet, comme les Paraboliques, ou les Hiperboliques, qui ſont les Courbes partiales, ce ſont auſſi des Courbes Anguinées qui n'ont point de ſommet, puiſque les deux branches qu'elles ont de part & d'autre de leur point d'Infléxion, s'étendent chacune d'un côté oppoſé, & non du même côté. Ces deux branches ont chacune une Aſimptote droite, & ces deux droites ſont paralleles,

ce qui renferme leur cours infini entre des bornes les plus étroites, & les plus marquées qu'il ſoit poſſible.

Ce que nous avons dit en 1729 * des Hiperboles *inſcrites* ou *circonſcrites* à leurs Aſimptotes ou *ambigenes,* s'applique de ſoi-même ici aux Courbes qui ont des Aſimptotes courbes. Ces Courbes peuvent être ambigenes, c'eſt-à-dire, en partie inſcrites, en partie circonſcrites à leurs Aſimptotes, & alors elles n'ont point de diametre, ce qui eſt remarquable. On appelle diametre dans une Courbe quelconque une droite qui coupe en deux moitiés égales toutes les paralleles en nombre infini tirées d'un point de cette Courbe à un oppoſé. Quand une Courbe eſt ambigene par rapport à ſon Aſimptote courbe, il eſt bien vrai que cette Aſimptote a un diametre qui coupe également toutes les paralleles qu'on y peut tirer, mais il ne peut couper de même toutes celles de la Courbe ambigene, tant dans la partie inſcrite que dans la circonſcrite, car s'il le peut à l'égard d'une de ces parties, on voit aiſément qu'il ne le pourra à l'égard de l'autre.

* p. 43. & 44.

En ôtant le diametre à ces ſortes de Courbes, M. l'Abbé de Bragelongne donne à d'autres un *contre-diametre*, dont l'idée eſt nouvelle. Sa fonction eſt de couper une Courbe en deux parties égales & ſemblables. Si par le point d'Infléxion de la 1re Parabole cubique on tire une Tangente infinie, ce ſera un contre-diametre, parce que d'un côté ſera la moitié concave de la Courbe, de l'autre la convexe, toutes deux égales & ſemblables. Les Courbes Anguinées qui ſe trouvent ſouvent ici, pourront avoir des contre-diametres. Une Science ne peut guere s'enrichir de vûës nouvelles ſans groſſir ſon Dictionnaire de quelques termes nouveaux, mais la modeſtie des Sciences Mathématiques demande qu'ils ſoient néceſſaires.

On ne trouvera point dans les Mémoires celui pour lequel tout cet article a été fait. Comme cette Théorie des Lignes du 4me. Ordre devoit encore dans la ſuite s'étendre beaucoup, l'Académie, de concert avec M. l'Abbé de Bragelongne, jugea qu'il étoit plus à propos de faire du tout enſemble un Volume qui paroîtra ſéparément.

CEtte année M. Fontaine apporta à l'Académie des Solutions dont le ſujet avoit quelque choſe de ſingulier. On ſuppoſe que ſur une ſurface quelconque donnée ſoient diſpoſés en tel nombre & en tels endroits qu'on voudra des points actifs, comme des Feux dont on connoiſſe la Force abſoluë de chacun, & de plus la Loi ſelon laquelle croît ou décroît leur action en vertu de leur diſtance au Corps ſur lequel ils agiſſent, on demande 1° quelle eſt la route qu'il faut ſuivre ſur cette ſurface pour ſe dérober le plus qu'il eſt poſſible à l'action de ces points ou feux, 2° s'il faut partir d'un point déterminé, & aller à un autre déterminé, quelle ſera encore la route, 3° quelle elle ſera encore, s'il eſt preſcrit qu'elle ſoit d'une certaine longueur, & entre deux points déterminés.

Il ne faut pas beaucoup de Géométrie pour ſentir la difficulté de ces Problemes, ou, pour mieux dire, plus on ſera Géometre, plus on la ſentira. Auſſi M. Fontaine fut-il obligé d'entrer dans un Calcul Infinitéſimal fort compliqué & fort délicat, où l'on trouva qu'il faiſoit preuve de beaucoup d'habileté.

NOus renvoyons entiérement aux Mémoires

L'Ecrit de M. Nicole ſur les Roulettes formées ſur la ſuperficie convexe d'une Sphere, &c. V. les M. p. 271.

Celui de M. Clairaut ſur les Epicycloïdes Sphériques. p. 289.

Du même, ſur les Courbes algébriques & rectifiables de la ſurface du Cone. p. 383.

Les Solutions d'un Probleme géométrique de M. Cramer, Profeſſeur à Geneve, trouvées par Mrs Clairaut, Nicole, de Maupertuis & Camus. V. les M. p. 435. 437. 442. & 446.

ASTRONOMIE.

SUR LA PARALLAXE DE LA LUNE.

V. les M. p. 51.

* p. 77. & ſuiv. 2de Edit.

NOUS avons dit en 1703 * combien il eſt important pour les Eclipſes de Lune de connoître la Parallaxe de cet Aſtre, on ſous-entend toûjours *l'Horiſontale*, qui eſt la plus grande qu'un Aſtre puiſſe avoir à un point donné ou déterminé de ſon Orbite.

La parallaxe d'un Aſtre eſt égale à l'angle ſous lequel le demi-diametre de la Terre ſeroit vû de cet Aſtre. Si donc nous pouvons ſçavoir ſous quel angle, ou de quelle grandeur paroîtroit le demi-diametre de la Terre à un Spectateur placé dans la Lune, nous aurons la parallaxe de la Lune, & c'eſt ce que M. Godin recherche, en faiſant preſque voir ſur la Lune ce demi-diametre de la Terre, tel qu'il y eſt vû.

L'ombre de la Terre, qui ſe jette ſur la Lune, eſt un Cone dont la pointe ou le ſommet eſt un peu au de-là du corps de la Lune. Si l'on imagine le Triangle générateur de ce Cone, la perpendiculaire à l'axe tirée du centre de la Lune à l'hipoténuſe du Triangle, eſt le demi-diametre de l'ombre en cet endroit, & en même temps il eſt viſible qu'elle eſt de la grandeur dont paroît être en cet endroit le demi-diametre de la Terre, vû de la Lune. Il ne faut donc que trouver moyen de meſurer dans une Eclipſe de Lune ce demi-diametre d'ombre.

Pour le déterminer il faut ſe rappeller ce que nous avons expliqué en 1703 à l'endroit cité. Le Soleil eſt ſuppoſé à une diſtance infinie de la Terre. S'il n'étoit qu'un point lumineux, l'ombre de la Terre ſur la Lune, & par tout ailleurs à l'infini, ſeroit cilindrique, mais le Soleil a un diametre très-ſenſible, des deux extrémités duquel deux lignes tirées aux deux extrémités du diametre de la Terre font un angle, qui eſt celui

du

du ſommet d'un Cone d'ombre. C'eſt de la grandeur de cet angle que dépend celle des lignes paralleles ou Ordonnées tirées dans le Cone, & cet angle eſt meſuré par le nombre de Minutes du diametre apparent du Soleil. Ainſi pour avoir la grandeur d'une de ces Ordonnées tirée du centre de la Lune, ou, ce qui eſt la même choſe, du demi-diametre d'ombre en cet endroit, il faut tenir compte du demi-diametre apparent du Soleil en ce moment, car on ſçait qu'il varie toûjours de grandeur depuis l'Apogée juſqu'au Périgée.

Si une Eclipſe de Lune eſt centrale, ſi les deux moments de l'immerſion totale & de la premiére émerſion ont été obſervés, & ſi par conſéquent le temps écoulé entre les deux eſt connu, on ſçaura par ce temps quel chemin en degrés & minutes le diametre de la Lune, qui ſera exactement déterminé pour ce jour ou ce temps-là, aura fait dans l'ombre, la moitié de ce chemin, augmentée du demi-diametre apparent du Soleil, ſera le demi-diametre de l'ombre Conique qu'on cherche, & par conſéquent le demi-diametre de la Terre vû alors de la Lune, ou la parallaxe horiſontale de la Lune pour ce temps-là.

Cette propoſition n'eſt pas nouvelle, & M. Godin ne veut qu'en faire l'application à des cas plus difficiles que celui où nous venons de la mettre, car il eſt rare qu'une Eclipſe ſoit centrale, même qu'elle ſoit totale, &c. l'art conſiſte à trouver toutes les reſſources que le principe général peut fournir dans les circonſtances les moins favorables. C'eſt ce que M. Godin enſeigne, & de quoi il donne des Exemples ſur quelques Eclipſes des plus exactement obſervées.

SUR LA ROTATION DE VENUS.

LORSQU'IL a été queſtion en 1729 des découvertes de feu M. Bianchini ſur la Planete de Venus *, nous avons dit qu'il avoit déterminé ſa rotation ſur ſon axe de 24 jours 8 heures, tandis que d'un autre côté feu M. Caſſini l'avoit, non pas déterminée, mais ſeulement ſoupçonnée, de

V. les M. p. 197.

* p. 109. & 112. & ſuiv.

23 heures, ou environ. Nous avons fait ſentir comment cette grande différence d'un nombre preſque égal de jours ou d'heures pouvoit ſe trouver entre deux bons Obſervateurs, toute énorme qu'elle paroît, mais nous allons le faire voir encore plus ſenſiblement.

L'extrême difficulté de bien obſerver Venus, ſur tout celle d'y découvrir des Taches ou des parties plus luiſantes, qui donnent aſſés de priſe pour y faire apercevoir une rotation, le peu de temps que feu M. Caſſini avoit pu donner à cette Planete, ſa détermination de 23 heures avancée ſimplement comme un ſoupçon, quant à la préciſion de la durée, & en attendant mieux, tout cela a été rapporté en 1729, & la gloire de ce grand Aſtronome étoit parfaitement à couvert, quand la détermination de M. Bianchini ſeroit venuë, qui l'eût emporté ſur la ſienne, qu'il avoit lui-même ſi peu garantie. C'eſt donc pour l'intereſt ſeul de la vérité, & non par un zele exceſſif pour la mémoire de ce grand homme, que M. ſon fils a entrepris de faire voir que la rotation de 24 jours n'eſt point encore ſuffiſamment prouvée, & cela ſans attaquer non plus l'honneur de M. Bianchini, dont on reconnoît tout le mérite, & qui a pu juger comme il faiſoit, mais qui ne l'a pas dû néceſſairement.

Son obſervation principale, & qu'il regarde comme déciſive, a été par l'incommodité du lieu, ſelon le récit qu'il en fait lui-même, interrompuë pendant près de 3 heures. Au bout de ce temps, il reprend ſur Venus les Taches qu'il y avoit ſaiſies d'abord, il les retrouve dans le même état, dans la même poſition où il les avoit vûës, à la petite différence près qu'avoit dû y apporter une rotation auſſi lente que celle de 24 jours. Cela paroît aſſés fort. Mais M. Caſſini, en prenant les figures des Taches données par M. Bianchini, en ſuppoſant l'axe de rotation poſé comme ils en conviennent tous deux, fait voir que pendant les 3 heures d'interruption de l'obſervation, le mouvement de rotation de 23 heures auroit été tel que d'un côté changeant la poſition des Taches vûës d'abord, ou les faiſant diſparoître, de l'autre amenant de

nouvelles Taches, il auroit remis le tout préciſément dans le même état où on l'avoit laiſſé au moment de l'interruption. On entend aſſés juſqu'où peut aller ce *préciſément* en pareille matiére. Juſque là l'affaire ſeroit donc devenuë équivoque.

Il ſemble qu'il n'y ait qu'à recommencer une obſervation qui ne ſera point interrompuë, mais outre qu'il eſt rare d'en pouvoir faire une pour Venus, qui fût d'aſſés longue durée, & que celles de différents jours ſeront toûjours très-difficiles à lier enſemble à cauſe de l'incertitude, & du peu de diſtinction des Taches, M. Caſſini aſſûre que ni feu M. Maraldi ni lui n'ont pû ſeulement appercevoir ſûrement des Taches dans les temps les plus favorables, & avec d'excellents Verres. Peut-être celles que M. Bianchini a vûës ont-elles diſparu, peut-être eſt-il plus aiſé de les voir dans un Climat tel que celui d'Italie, & en effet toutes les obſervations de feu M. Caſſini ſur les Taches de Venus ſont d'Italie, & il n'en put enſuite retrouver aucunes en ce pays-ci. On continuera cependant ici à les chercher autant qu'il ſera poſſible, il y a en tout genre des hazards imprévûs & heureux, qui ne ſont que pour ceux que de longs obſtacles n'ont pas découragés.

Au reſte M. Caſſini fait voir que la rotation de Venus ſuppoſée de 23 heures 20′ ne s'accorde pas moins avec les obſervations de M. Bianchini même qu'avec celles de feu M. Caſſini faites en 1666 & 1667. Mais ſi l'on ſuppoſe la rotation de Venus de 24 heures, ſelon M. Bianchini, alors il faudra rejetter abſolument les obſervations de M. Caſſini en 1666 & 1667, car il ſe ſera trompé en croyant voir les Taches de Venus marcher ſur ſon diſque avec beaucoup plus de vîteſſe qu'elles n'en pouvoient avoir réellement. Or on ne peut guere lui attribuer une ſi grande erreur, & d'ailleurs une hipotheſe aſtronomique qui ſatisfait aux obſervations de deux bons Obſervateurs, eſt aſſûrément préférable à celle qui ne ſatisfait qu'aux obſervations de l'un ou de l'autre.

Il s'en faut peu que la rotation de Venus ne ſoit l'exception d'une Regle qui juſqu'à préſent n'en a point dans tout notre Siſteme Solaire, & cela, de l'aveu des deux ſeuls Aſtronomes

qui ayent vû cette Planete tourner, M. Caſſini & M. Bianchini. Tout notre Tourbillon ayant un mouvement d'Occident en Orient, il eſt naturel, il paroît même néceſſaire que ce mouvement général qui fait tourner les Planetes ſur elles-mêmes en même temps qu'il les emporte autour du Soleil, les pouſſe dans l'un & l'autre cas ſelon ſa direction, ſeulement quelque cauſe particuliére & perpétuelle empêche que leur rotation ne ſuive la direction ſimple d'Occident en Orient qu'a leur Orbite autour du Soleil, & les en détourne, chacune plus ou moins, vers le Nord & vers le Sud. L'Equateur de la Terre, qui eſt ſon grand Cercle de rotation, eſt incliné de $23\frac{1}{2}$ degrés ſur l'Ecliptique, qui eſt ſon Orbite autour du Soleil, ainſi la direction de la rotation de la Terre eſt compoſée d'une direction d'Occident en Orient, & d'une autre Nord & Sud. C'eſt viſiblement la premiére qui domine, mais il ſe pourroit en général que la ſeconde fût la dominante, & enfin le fût infiniment, ce qui arriveroit ſi l'on concevoit que l'Equateur faiſant avec l'Ecliptique un angle plus grand que $23\frac{1}{2}$ degrés, & toûjours plus grand, en faiſoit enfin un de 90; alors la rotation de la Terre n'auroit plus rien de la direction d'Occident en Orient, & ne ſeroit que Nord & Sud. Venus n'eſt pas fort éloignée d'être dans ce cas-là, puiſque l'Equateur de ſa rotation eſt élevé de 75 degrés ſur le plan de ſon Orbite. L'Equateur de Jupiter eſt preſque dans le plan de la ſienne, & c'eſt une extrême différence entre ces deux Planetes. Les Poles de la rotation de Venus ont été déterminés par M. Bianchini à 10 degrés d'Aquarius, & à l'oppoſite.

Dans les rotations des Planetes on appelle hemiſphere *inférieur* celui qui eſt tourné vers le Soleil, lieu le plus bas du Tourbillon, l'hémiſphere oppoſé eſt le *ſupérieur*. Si le ſupérieur va *principalement*, c'eſt-à-dire, ſelon ſa plus forte direction, d'Occident en Orient, comme dans tout ce qui nous étoit connu, l'inférieur va néceſſairement d'Orient en Occident. De même dans Venus, ſi l'hémiſphere ſupérieur va principalement du Nord au Sud, l'inférieur va du Sud au Nord. De-là vient qu'en différentes obſervations, Venus ayant été

différemment expoſée au Soleil, & les Poles de ſa rotation, qui ſont fixes comme ceux de la Terre, à cauſe du paralleliſme dont nous avons parlé en 1729, s'étant trouvés tantôt l'un tantôt l'autre dans un même hémiſphere, ſoit inférieur, ſoit ſupérieur, dans la lumiére ou dans l'ombre, on a vû que le mouvement des Taches avoit une direction, tantôt du Nord vers le Sud, tantôt du Sud vers le Nord, ſelon qu'elles devoient paſſer de l'un ou l'autre des hémiſpheres dans l'oppoſé. Cela ſuffit pour faire entendre comment M. Caſſini a levé cette contrariété apparente. Si l'on vient jamais à faire autant de découvertes ſur Mercure & ſur Saturne que l'on en a fait depuis peu ſur Venus, ſa rotation extraordinaire peut faire craindre d'autres nouveautés qui embarraſſeroient, & c'eſt-là du moins une raiſon pour ne preſſer pas tant l'édifice de l'Aſtronomie phiſique.

SUR LES SATELLITES DE JUPITER.

CETTE matiére a été traitée à diverſes repriſes dans cette année, & nous mettrons enſemble tout ce qui en a été dit, plûtôt ſelon l'ordre naturel des ſujets, que ſelon celui des temps.

M. Grandjean a examiné les cauſes des variations ou inégalités qui ſe trouvent dans les Eclipſes des Satellites de Jupiter, & ſur leſquelles les Tables, quoiqu'exactes d'ailleurs, n'ont point compté; nous avons dit en 1707 * qu'on avoit rapporté la cauſe de ces variations du 1 er Satellite au mouvement ſucceſſif de la lumiére, & que feu M. Maraldi avoit combattu cette hypotheſe. M. Grandjean en convenant des raiſons par leſquelles M. Maraldi la combat, ne laiſſe pas de la recevoir par d'autres raiſons; mais il la croit inſuffiſante, ſi on la prend ſeule, & il fait entrer dans l'effet propoſé de nouvelles cauſes, dont il a donné une petite Théorie.

V. les M. p. 419.

* p. 77. & ſuiv.

Quand on peut voir l'Immerſion d'un Satellite dans l'ombre de Jupiter, & l'Emerſion ſuivante, on compteroit naturellement pour la durée de l'Eclipſe le temps écoulé entre

l'Immerſion & l'Emerſion, en ſuppoſant que l'une & l'autre a été totale; c'eſt-à-dire, que le Satellite a été entiérement plongé dans l'ombre au moment qu'on a ceſſé de le voir, & qu'il en étoit entiérement ſorti au moment qu'on l'a revû. Mais cela n'eſt pas exactement vrai, & il y a déja long-temps qu'on le ſçait. Un Satellite diſparoît ſans être entiérement plongé dans l'ombre, & dès qu'il le ſera aſſés pour n'envoyer plus une lumiére ſuffiſante à nos yeux; ainſi on comptera trop tôt le moment de l'Immerſion, ou, ce qui eſt la même choſe, l'Immerſion retardera. Par la raiſon contraire, le Satellite reparoîtra avant que d'être entiérement ſorti de l'ombre, & l'Emerſion avancera.

Ce raiſonnement a ſuppoſé pour plus de clarté, mais il ne demande point néceſſairement, que l'on voye dans une même Eclipſe l'Immerſion & l'Emerſion. Il eſt aiſé de voir comment on l'appliquera aux Eclipſes du 1er Satellite, où il n'y a que l'une ou l'autre de ces Phaſes qui ſoit viſible. *

* V. l'Hiſt. de 1727. p. 112.

Plus un Satellite eſt éclairé par Jupiter, plus il eſt de temps à ſe plonger dans l'ombre avant que nous le perdions de vûë, ou, ce qui revient au même, plus ſa moindre partie viſible, celle qui ſuffit pour le faire voir, eſt petite, & plus l'Immerſion apparente s'approche de la vraye. La même idée renverſée s'appliquera à l'Emerſion. Cela dépend de la diſtance du Satellite à Jupiter, & ſuppoſe, comme il eſt très-vraiſemblable, que les Orbes des Satellites ne ſoient pas concentriques à Jupiter.

Plus un Satellite eſt vû de près par la Terre, plus il eſt vû lumineux, plus ſa moindre partie viſible eſt petite, &c. cela dépend de la diſtance de la Terre à Jupiter.

Puiſque la moindre partie viſible d'un Satellite eſt tantôt plus grande, tantôt plus petite, elle varie dans chacun. On peut ſuppoſer qu'elle varie également dans chacun d'une certaine quantité, comme de $\frac{1}{6}$ du diametre, & ce ſera là l'étenduë de la variation de leurs Eclipſes. Un Satellite dont la revolution autour de Jupiter ſera plus prompte, parcourra plus vîte cette étenduë de variation de ces Eclipſes; c'eſt-à-dire,

que la différence de deux de ſes Eclipſes conſécutives ſera plus ſenſible, & ce ſera le contraire pour un Satellite dont la révolution ſera plus lente. Cela dépend donc des temps périodiques des révolutions.

Ainſi l'inégalité, qui arrive de ce chef aux Eclipſes des Satellites, dépend de trois principes ou Eléments, des diſtances ou plûtôt des quarrés des diſtances de Jupiter tant au Satellite qu'à la Terre, & des temps des révolutions des Satellites autour de Jupiter.

D'autres principes pourroient y entrer auſſi, par exemple, des Taches conſidérables d'un Satellite, qui diminuëroient beaucoup ſa moindre partie viſible, & précipiteroient ſon Immerſion apparente, & cela ſans aucune regle que l'on pût connoître, à moins que l'on n'eût découvert la rotation du Satellite ſur ſon axe, & la durée de cette rotation, ce qu'il n'eſt guere permis d'eſperer. Mais peut-être ces extrêmes préciſions ne ſont-elles pas néceſſaires. Lorſqu'une fois on aura bien établi à force d'obſervations tout l'Aſtronomique, tout ce qui eſt produit par des cauſes conſtantes & réguliéres, il ne faudra pas ſe déranger pour quelques accidents particuliers & rares qu'ameneront les cauſes phiſiques.

Il eſt certain que parce qu'une plus longue Lunette augmente davantage le diametre apparent d'un Satellite, elle le rend plus long-temps viſible, & par conſéquent retarde l'Immerſion apparente, & avance l'Emerſion, ce qui rapproche tout l'apparent du vrai, & de-là il ſemble qu'on pourroit conclurre que l'expédient de ſe ſervir de longues Lunettes, rendroit la Théorie de M. Grandjean peu utile dans la pratique. Mais des Lunettes, qui augmentent les diametres, & même quelquefois dans des rapports connus *, n'augmentent pas de même le degré ou l'*intenſité* de Lumiére, or c'eſt cette intenſité dont M. Grandjean a conſidéré les effets.

* V. l'Hiſt. de 1729. p. 74.

Si l'on trouve que ces inégalités *optiques* des Eclipſes des Satellites dans l'ombre de Jupiter, les rendent ſujettes à trop de difficultés ou d'incertitude, on peut s'en délivrer tout d'un coup, en meſurant la durée d'une autre ſorte d'Eclipſes, qui

ſont les paſſages de l'ombre des Satellites ſur le diſque éclairé de Jupiter dans leurs conjonctions inférieures. M. Grandjean panche à croire que ce ſeroit là le moyen le plus ſûr, mais la vérité eſt que l'on n'a pas trop de tout.

V. les M. p. 95. & 471.

Voici maintenant des choſes qui tendent à amener encore de plus grands changements dans toute l'Aſtronomie des Satellites. Feu M. Caſſini, le ſeul qui en ait donné des Tables, & qui, comme nous l'avons dit ailleurs, les donna après 18 ans d'obſervation, perfectionnées enſuite au bout de 25, avoit poſé les Orbes des 4 Satellites circulaires & concentriques à Jupiter, l'inclinaiſon de leurs Orbes ſur celui de Jupiter la même dans tous, & conſtante, leurs Nœuds avec cet Orbe fixes & immobiles. Ces trois hipotheſes étoient contraires à ce que l'on connoît d'ailleurs certainement dans l'Aſtronomie Phiſique, ſur-tout à l'égard de la Lune, ſeul Satellite bien connu, & qui doit avoir beaucoup d'analogie avec les autres. M. Caſſini n'ignoroit pas que dans ces trois points où il ſuppoſoit la plus grande ſimplicité, ou une uniformité parfaite, il devoit, ſelon toutes les apparences, ſe trouver réellement des inégalités & des variations, mais il n'en avoit ni découvert ni ſoupçonné de ſuffiſantes dans ſes 43 années d'obſervation, & il étoit ſi bien fondé à conſtruire ſes Tables ſur les principes qu'il a pris, que depuis le temps de leur publication, ou plûtôt de leur correction juſqu'à préſent, c'eſt-à-dire pendant 40 ans, elles ont toûjours été aſſés d'accord avec le Ciel. Mais enfin le vrai & la néceſſité des corrections commencent à ſe faire ſentir. Nous avons dit en 1712 * par quelle voye feu M. Maraldi s'apperçut qu'il falloit diminuer de 3′ l'inclinaiſon de l'Orbe du 4me Satellite poſée par M. Caſſini de 2° 52′, comme celles des autres. Maintenant M. Maraldi ſon Neveu demande encore d'autres changements, & plus grands. Nous allons donner une idée générale de la maniére dont on en découvre la néceſſité.

* p. 68. & ſuiv.

Il s'agit d'avoir le moment précis de l'Immerſion d'un Satellite quelconque dans l'ombre de Jupiter, ou celui de ſon Emerſion, ou la durée de ſon Eclipſe.

1°. Si l'Orbe du Satellite, au lieu d'être un Cercle concentrique à Jupiter, eſt une Ellipſe qui ait Jupiter pour un de ſes foyers, il eſt clair que le Satellite ſera tantôt plus proche, tantôt plus éloigné de Jupiter, & tombera plûtôt ou plus tard, plus ou moins dans ſon ombre.

2°. Si l'inclinaiſon de l'Orbe du Satellite ſur celui de Jupiter eſt moindre, le Satellite tombera plûtôt, & plus avant dans l'Ombre de Jupiter, & au contraire.

3°. Comme les Eclipſes d'un Satellite n'arrivent que quand il eſt dans un Nœud de ſon Orbe avec celui de Jupiter, ou à une certaine diſtance de part & d'autre de ce Nœud, ce qu'on appelle les *limites Ecliptiques*, il faut, pour avoir le moment de l'Eclipſe, avoir préciſément le lieu du Nœud dans le Zodiaque, & l'étenduë des limites, & il eſt très-important de ſçavoir ſi ces poſitions ou ces grandeurs varient.

On a devant ſoi un grand nombre d'obſervations des Satellites faites depuis 1650 juſqu'à préſent. On compare celles où, ſelon les trois hipotheſes des Tables de M. Caſſini, les Eclipſes auroient dû être, par ex. de la même durée, ſi cela ne ſe trouve pas, & il eſt aiſé de voir que plus les obſervations auront été éloignées les unes des autres, plus les différences ſe feront ſentir, quelqu'une des trois hipotheſes a été fautive, peut-être toutes les trois. Il faut démêler où eſt le défaut, & en ſuppoſant ici qu'il ne ſoit que dans une, ce qui arrive le plus ordinairement, y porter le remede, ou imaginer la correction qui remettroit les Tables d'accord avec le Ciel. Ce remede doit être le moindre qu'il ſoit poſſible, mais ſelon la grandeur dont il eſt en lui-même, il doit être appliqué à une hipotheſe ou à une autre, ſelon qu'elles peuvent d'elles-mêmes produire de plus grandes, ou de moindres erreurs. Celle des Orbes circulaires produira les moindres, celle des Nœuds fixes de plus grandes, enfin celle des inclinaiſons égales & conſtantes produira les plus grandes de toutes.

Il ne ſuffit pas qu'une correction convienne au cas particulier pour lequel on l'a imaginée, il faut de plus qu'on la retrouve néceſſaire dans les autres pareils, & même qu'on l'y

voye ſuivre un certain ordre régulier. Par exemple, ſi un certain cas exige qu'on ait ſuppoſé variable l'inclinaiſon d'un Orbe, il faut que cette variation ne ſe montre qu'avec une certaine période d'accroiſſement & de décroiſſement qui ſe ſoûtienne dans tous les cas.

Nous n'avons point parlé d'un autre défaut, parce qu'il peut être commun à toutes les Tables, c'eſt celui des *Epoques*. Les lieux du Zodiaque & les temps d'où l'on compte les mouvements des Aſtres, peuvent n'avoir pas été aſſés exactement poſés, & cela ſeul influeroit ſur tout le reſte, avanceroit ou retarderoit les Eclipſes, &c. en ce cas-là le changement de l'Epoque raccommode tout. C'eſt à l'Aſtronome à voir ſi ce changement ſuffiroit, mais ce n'eſt pas là celui qui peut avoir le plus de lieu dans le ſujet que nous traitons.

Selon toutes les vûës que nous avons expoſées en abregé, & par toutes les comparaiſons néceſſaires d'obſervations des Satellites combinées différemment enſemble, feu M. Maraldi avoit déja fait voir que l'inclinaiſon du 1er * & du 2^d^ Satellite * ſur l'Orbe de Jupiter étoit variable dans leurs Conjonctions & Oppoſitions, au lieu que celle de la Lune ſur l'Orbe de la Terre eſt poſée conſtante dans les mêmes phaſes, quoique variable dans le reſte de ſon cours.

* V. l'Hiſt. de 1727. p. 108. & ſuiv.

* V l'Hiſt. de 1729. p. 63. & ſuiv.

Maintenant M. Maraldi examine de la même maniére le 3me & le 4me Satellite.

Pour commencer par le 3me à cauſe de ſa poſition par rapport à Jupiter, une remarque générale que M. Maraldi tire de la longue ſuite d'Obſervations qu'il a devant lui, le guide principalement dans ſa recherche, & lui en applanit heureuſement les difficultés ; c'eſt que depuis 1691 juſqu'à préſent la durée des Eclipſes de ce Satellite a toûjours diminué, moins ſenſiblement depuis 1691 juſqu'en 1715, & enſuite plus ſenſiblement, de 7′ 22″ dans ce 1er intervalle, & de 9′ 22″ dans le 2^d^. A quoi rapporter cette variation ?

Que l'Orbe du Satellite ſoit excentrique à Jupiter, il eſt bien vrai que la durée des Eclipſes variera, mais non pas toûjours du même ſens, elles ſeront plus longues quand le Satellite

dans ſon oppoſition à Jupiter ſe trouvera à l'extrémité du petit axe de ſon Orbe, plus courtes au contraire quand il ſe trouvera à l'extrémité du grand axe, & cette alternative dépendra de la révolution du Satellite autour de Jupiter, qui n'eſt que de 7 jours 4^{h}. Combien cela eſt-il éloigné d'une variation uniforme de 40 ans? En général on ne peut jamais tirer un grand effet de l'excentricité ſuppoſée des Orbes des Satellites; ſi elle étoit en elle-même d'une grandeur un peu ſenſible, on verroit les Satellites dans leurs plus grandes digreſſions ou éloignements de Jupiter tantôt plus, tantôt moins éloignés de cette Planete, & c'eſt ce qu'on n'apperçoit point.

Que les Nœuds de l'Orbe du Satellite ayent eu un mouvement, c'eſt encore ſûrement un principe de variation, mais il le faudroit ſuffiſant, & l'on n'eſt pas le maître de faire ce mouvement auſſi grand que l'on voudra. Les Eclipſes ſont toûjours arrivées proche des Nœuds, ou dans les limites Ecliptiques, & l'on ſçait à quels points du Zodiaque répondent ces Nœuds, ou ces limites. Ces points ont toûjours été preſque les mêmes, ou enfin ſi peu différents, que depuis 1691 juſqu'en 1727 on ne pourroit donner aux Nœuds qu'un mouvement de 3 degrés, d'où par le calcul de M. Maraldi il réſulteroit à peine 10″ de temps pour la diminution totale des Eclipſes depuis 1691, au lieu des 16′ 44″ qui ſe trouvent.

On ne peut pas employer ici les principes optiques de M. Grandjean. Un Satellite plus éclairé diſparoît plus tard, & reparoît plûtôt, ce qui, à la vérité, accourcit l'Eclipſe, mais auſſi quand il eſt moins éclairé, il diſparoît plûtôt, & reparoît plus tard, ce qui allonge l'Eclipſe, au lieu qu'il faut ici qu'elles diminuent toûjours pendant une longue ſuite d'années. Il eſt aiſé de voir auſſi qu'on ne peut pas avoir recours à des Taches du Satellite pour accourcir ſes Eclipſes, il eſt clair qu'elles ne feroient que les allonger, & même il faudroit forger des hipotheſes bien violentes pour faire qu'elles les allongeaſſent toûjours pendant un fort long temps.

Il n'y a plus à choiſir, il ne reſte que la variation d'inclinaiſon de l'Orbe du Satellite ſur celui de Jupiter. Elle aura

toûjours augmenté pendant 40 ans, & par conſéquent l'axe de l'ombre de Jupiter, qui eſt toûjours dans le plan de l'Orbe de Jupiter, étant toûjours plus éloigné de l'Orbe du Satellite, ce Satellite aura toûjours moins rencontré l'ombre, & s'y ſera moins plongé. M. Maraldi a calculé l'inclinaiſon du Satellite de $3^{\circ}\ 0'\ 30''$ pour 1691, de $3^{\circ}\ 5'\ 25''$ pour 1715, & de $3^{\circ}\ 12'\ 5''$ pour 1727. Selon M. Caſſini, qui n'en avoit encore pû obſerver la variation en 1693, elle étoit de $2^{\circ}\ 52'$. Il eſt étonnant que des déterminations ſi poſtérieures aux ſiennes, les changent ſi peu, malgré le grand avantage qu'elles devroient avoir.

Comme il ne paroît pas que cette variation d'inclinaiſon ſoit encore arrivée à ſon terme, que du moins on n'en eſt pas ſûr, il n'y a que le temps, & un aſſés long temps, qui puiſſe amener toutes les connoiſſances qu'on peut encore deſirer ſur ce ſujet.

Le 4me Satellite n'a pas donné moins d'occupation à M. Maraldi. Il a remarqué que ſes Immerſions ou Emerſions obſervées prévenoient toûjours le temps où le calcul fondé ſur les Tables les auroit fait attendre, & cela à tel point que la plus grande différence pouvoit être de près de 2 heures. Heureuſement on y appercevoit un ordre qui paroiſſoit avoir rapport à la révolution de Jupiter autour du Soleil.

De plus M. Maraldi a trouvé des Eclipſes de ce Satellite hors des limites Ecliptiques aſſignées par M. Caſſini, & par conſéquent l'étenduë de ces limites trop petite dans les Tables; & enfin dans les Eclipſes où l'on a pû voir & l'Immerſion, & l'Emerſion, ce qui eſt rare, il a trouvé la durée des Eclipſes plus longue, & quelquefois de moitié, que les Tables ne la donnoient. Il faut donc une correction, reſte à ſçavoir où il faut la placer, & quelle elle doit être.

En la mettant ſur les Nœuds, auſquels on donneroit un mouvement, M. Maraldi fait voir que ce mouvement, pour s'ajuſter aux faits obſervés, devroit être fort irrégulier, tantôt direct, tantôt rétrograde, j'entends réellement, ce qui ne pourroit être admis ſans une néceſſité abſoluë.

Il y a quelques cas qui s'accorderoient avec la variation d'inclinaiſon de l'Orbe du Satellite, mais d'autres lui ſeroient contraires.

Ainſi M. Maraldi ſe tourne d'un autre côté. Il voit qu'en changeant l'Époque des révolutions du Satellite, & en commençant à les compter du point où Jupiter eſt dans ſa moyenne diſtance au Soleil, il aura une Equation, additive dans une moitié de l'Orbe du Satellite, ſouſtractive dans l'autre, avec laquelle les Tables ſe rendront plus conformes au Ciel. Je dis ſeulement *plus conformes*, parce que l'entiére conformité demande encore une hipotheſe, c'eſt celle de l'excentricité de l'Orbe du Satellite par rapport à Jupiter, & même avec deux conditions, l'une que le grand axe de cet Orbe ſoit parallele à celui de l'Orbe de Jupiter, l'autre que l'Apogée ou plûtôt *Apojove* du Satellite réponde au même point du Ciel que l'Aphélie de Jupiter.

Tout ceci commence à vérifier ce que nous avions annoncé & en quelque ſorte prédit en 1727, que les hipotheſes de la concentricité des Orbes des Satellites, de l'immobilité de leurs Nœuds, de la conſtance de leur inclinaiſon, pourroient bien ne pas ſubſiſter. Elles n'étoient pas aſſés phiſiques, & ce n'eſt pas-là la ſorte de régularité que la Nature affecte. Voilà déja la conſtance des inclinaiſons ébranlée dans les 3 premiers Satellites, la concentricité dans le 4me. L'immobilité des Nœuds tient bon juſqu'à préſent, mais il y a bien de l'apparence qu'à la fin tout aura le même ſort.

CEtte année parut un Livre de M. de Maupertuis, intitulé, *Diſcours ſur les différentes Figures des Aſtres. D'où l'on tire des Conjectures ſur les Etoiles qui paroiſſent changer de grandeur, & ſur l'Anneau de Saturne, avec une expoſition abregée des Siſtemes de M. Deſcartes & de M. Newton ;* ouvrage d'un fort petit volume, & qui ſe réduit, comme il le faudroit toûjours, à ce qu'il peut contenir de nouveau.

Si l'on conçoit un amas d'une matiére ſuppoſée homogene

& parfaitement fluide, telle que peut être le Soleil, on ne voit aucune autre cauſe qui puiſſe tenir toutes les parties de cet amas unies enſemble de maniére à faire un tout, qu'une certaine tendance qu'elles auront toutes vers un même point, vers un centre commun, & ce ſera une Peſanteur. En ce cas, & dans la ſuppoſition de l'homogeneïté & de la fluidité parfaites de l'amas, il prendra une figure exactement Sphérique, par la néceſſité de l'équilibre, qui ne pourroit pas ſubſiſter autrement.

Si l'on conçoit que cette Sphere tourne ſur un de ſes diametres qui ſera ſon axe de rotation ou de révolution, ou ſimplement ſon axe, une nouvelle Force agira, la Force centrifuge, qui tendra à écarter du centre de la Sphere toutes les parties que la Peſanteur y pouſſoit.

Une Peſanteur étant connuë, & la vîteſſe d'une rotation l'étant auſſi, on ſçait quel ſera le rapport de la Force centrifuge à la Peſanteur. Si la Force centrifuge étoit ſupérieure, toute la Sphere ſuppoſée ſe diſſiperoit, & il n'y auroit plus de figure à y conſidérer. Il faut donc que la Peſanteur ſoit toûjours la plus forte, ou du moins égale dans tous les Corps qui ſont ici l'objet de nos recherches, & alors la Sphere ne ſe diſſipe pas, mais ſeulement ſa figure eſt altérée.

Elle ne le ſeroit pas, ſi les deux Forces contraires agiſſoient de la même maniére & ſelon les mêmes directions; le combat de la Force centrifuge contre la Peſanteur n'iroit qu'à diminuer la Peſanteur, & tout au plus à rendre les parties de la Sphere moins ſerrées entre elles, & à en augmenter le volume. Mais il n'en eſt pas ainſi. La peſanteur agit uniformément, au moins dans toute une même ſurface Sphérique, & la Force centrifuge y agit inégalement, elle eſt plus grande dans le Cercle où eſt le plus grand mouvement de rotation, c'eſt-à-dire dans l'Equateur, & de-là elle va toûjours de part & d'autre en décroiſſant vers les Poles, où elle s'anéantit. La Peſanteur agit toûjours par des rayons de la Sphere, & n'imprime que cette direction, les directions de la Force centrifuge ſont à chaque inſtant les Tangentes de chaque point d'un

Cercle quelconque, où l'on la conſidere. Il eſt donc impoſſible que la figure Sphérique ne ſoit changée, puiſque la Peſanteur qui la cauſeroit, ſi elle étoit ſeule, ſe trouve compliquée avec la Force centrifuge.

Tout ce qu'on peut appercevoir en général qui réſulte de cette complication, c'eſt que la Force centrifuge plus puiſſante dans l'Equateur de la rotation de la Sphere que par tout ailleurs, y élevera davantage les parties, & par conſéquent rendra le diametre de cet Equateur plus grand que tous les autres, qui lui étoient auparavant égaux, & que celui qui eſt l'axe de rotation, ou, ce qui eſt la même choſe, la Sphere deviendra un Sphéroïde applati dans le ſens de ſon axe de rotation, ou ſimplement *applati.* Si l'axe de rotation étoit plus grand que le diametre de l'Equateur, le Sphéroïde ſeroit *allongé.*

Mais quelle ſera la Regle pour trouver le rapport précis du diametre de l'Equateur & de l'Axe dans une Sphere qui aura dégénéré en Sphéroïde en vertu de ſa rotation, cette rotation étant donnée, ou connuë? Il faut auparavant avoir déterminé la Loi de l'action de la Peſanteur, car cette action ou eſt toûjours la même indépendamment de la diſtance du centre auquel la Peſanteur ſe rapporte, auquel cas elle eſt uniforme, comme dans le Siſteme de Galilée, ou elle varie ſelon la raiſon directe ou renverſée de quelque puiſſance parfaite ou imparfaite de cette diſtance. Il n'y a encore rien ſur cela de bien arrêté, ſeulement l'hipotheſe la plus ordinaire pour les grandes diſtances, telles que celles des Corps céleſtes, eſt que l'action de la Peſanteur y varie en raiſon renverſée de leurs quarrés. Quant à la Force centrifuge, les Loix en ſont établies d'un conſentement unanime.

M. de Maupertuis a cherché quelle ſeroit dans toute hipotheſe poſſible de l'action de la Peſanteur la forme du Sphéroïde ſuppoſé, c'eſt-à-dire, quel y ſeroit le rapport du diametre de l'Equateur à l'axe, & il en donne une Formule générale, qui lui eſt venuë par un calcul aſſés pénible & aſſés adroit.

Il en réſulte qu'il n'y a nulle hipotheſe de Peſanteur qui ne rende le diametre de l'Equateur plus grand que l'axe, ou le Sphéroïde applati, ainſi que nous l'avons déja trouvé par un raiſonnement très-ſimple.

Si la Peſanteur eſt uniforme, le diametre de l'Equateur ſera d'autant plus grand par rapport à l'axe, que la Force centrifuge ſera plus grande par rapport à la Peſanteur, & par conſéquent en diminuera davantage l'action, ce qui eſt tout-à-fait naturel, car la Peſanteur tend à produire une Sphere, & la Force centrifuge en fait un Sphéroïde applati, & plus ou moins applati ſelon le degré dont elle eſt. Il ſuit de-là que ſi la Force centrifuge devenoit nulle par rapport à la Peſanteur, il n'y auroit plus de Sphéroïde, mais une ſimple Sphere, & c'eſt auſſi ce que la Formule donne. Si dans cette même hipotheſe, la Force centrifuge étoit égale à la Peſanteur, ce qui eſt le plus haut point où l'on puiſſe la porter, on voit par la Formule que le diametre de l'Equateur ſeroit double de l'axe du Sphéroïde, & que par conſéquent jamais dans l'hipotheſe de la Peſanteur uniforme le Sphéroïde ne peut être plus applati.

Si l'on ſuppoſe que la Peſanteur agiſſe en raiſon de la diſtance du centre auquel elle ſe rapporte, on trouve que dans le cas extrême, où la Force centrifuge lui ſeroit égale, le Sphéroïde auroit un axe nul par rapport au diametre de ſon Equateur, ou ſeroit infiniment applati, ou enfin, ce qui eſt la même choſe, ne ſeroit plus qu'un grand plan circulaire formé de toute la matiére, qui en tout autre cas auroit compoſé un Sphéroïde. Cette concluſion, aſſés ſurprenante au premier coup d'œil, eſt cependant très-conforme au raiſonnement. On a ſuppoſé que la Peſanteur agiſſoit en raiſon de la diſtance au point central, c'eſt-à-dire, qu'elle agiſſoit d'autant plus puiſſamment que ce point central étoit plus éloigné, plus, par ex. à la ſurface d'une Sphere que dans tout l'intérieur. Par conſéquent elle pouſſe moins cet intérieur vers le centre, & l'éleve en quelque façon. D'un autre côté toute l'action de la Force centrifuge tend auſſi à élever les parties de la Sphere, de ſorte qu'à cet égard les deux Forces contraires s'accordent

ou

ou ſont le moins contraires qu'elles puiſſent être, & cela a l'avantage de la Force centrifuge, qui, lorſqu'elle eſt d'ailleurs la plus grande qu'il ſoit poſſible, ne peut manquer de produire le plus grand de tous les effets dont elle eſt capable.

Mais il eſt vrai que cette hipotheſe de la Peſanteur agiſſant en raiſon de la diſtance du point central, n'eſt pas auſſi recevable en Phiſique qu'en Géométrie ou en Algebre, d'où l'on n'exclut que les contradictions formelles. On peut croire que la Peſanteur ſoit uniforme, qu'elle agiſſe toûjours également à quelque diſtance que ſoit le point central, on en voit un exemple ſur la Terre, qui peut pourtant être trompeur, mais qu'elle acquiere de la force par une plus grande diſtance du point central, c'eſt ce qui ne s'accorderoit pas directement & immediatement avec l'idée ſimple de Peſanteur, telle que nous la prenons ici; encore moins qu'elle acquiere de la force ſelon les quarrés, ou les cubes, &c. de ces diſtances. Si l'on ſuppoſoit que la Peſanteur agît ſelon les quarrés de diſtance, il en réſulteroit dans le cas extrême de ſon égalité avec la Force centrifuge, quelque choſe de moins poſſible encore & de moins réel que ce ſimple Plan circulaire que nous venons de voir dans l'hipotheſe des diſtances ſimples; la Peſanteur y agiroit encore davantage en faveur de la Force centrifuge. Ainſi il faut abandonner toutes ces hipotheſes à l'infini, qui nous produiroient toujours de moins en moins les figures que nous cherchons, & nous devons commencer les hipotheſes poſſibles par celle de la Peſanteur uniforme, moyenne par ſa ſituation algébrique, pour ainſi dire, entre toutes celles que nous venons de rejetter, & celles où la Peſanteur agira en raiſon renverſée de quelque puiſſance des diſtances. On conçoit aiſément que ſon point central étant moins éloigné elle en ſera plus forte, & les mouvements des corps céleſtes donnent cette idée, quoiqu'à y regarder de près on ne voye pas bien la premiere origine de cette augmentation de force. Dans ces hipotheſes de la raiſon renverſée la Peſanteur eſt toujours auſſi contraire qu'elle peut l'être à la Force centrifuge, & toûjours d'autant plus contraire que la

raiſon renverſée eſt celle d'une plus haute puiſſance.

La plus reçûë aujourd'hui de toutes ces hipotheſes eſt celle des Quarrés. Si l'on en prend le cas que nous appellons ici *extrême*, le diamettre de l'Equateur du Sphéroïde eſt à l'axe, par la formule de M. de Maupertuis, comme 3 à 2.

Nous avons vû que la Peſanteur étant uniforme, le diametre de l'Equateur étoit à l'axe, dans ce même cas extrême, comme 2 à 1 ; d'où il ſuit que de l'hipotheſe de la Peſanteur uniforme à cette ſeconde, le rapport du diametre de l'Equateur à l'axe a diminué, ou que le Sphéroïde eſt devenu moins applati. Et en effet l'action de la Peſanteur ayant été plus forte dans la ſeconde hipotheſe, cet effet a dû s'en enſuivre.

L'hipotheſe de la Peſanteur qui agiroit en raiſon renverſée de la ſimple diſtance, eſt moyenne entre celle de la Peſanteur uniforme, & celle de la Peſanteur qui agit en raiſon renverſée des Quarrés, & par conſequent l'analogie demande que dans le cas extrême de cette hipotheſe moyenne, le rapport du diametre de l'Equateur à l'axe ſoit moindre que de 2 à 1, & plus grand que de 3 à 2. Si ce rapport étoit un moyen arithmetique entre les deux autres, ce ſeroit celui de 7 à 4, le 1er étant 8 à 4, & le 3me 6 à 4.

Ainſi à meſure que les hipotheſes ſur la Peſanteur, toûjours agiſſant en raiſon renverſée des diſtances au centre, ſeroient plus fortes & ſe regleroient ſur de plus hautes puiſſances, les Sphéroïdes ſeroient toûjours moins applatis, ou, ce qui eſt le même, ſe rapprocheroient de la figure Spherique, juſqu'à ce qu'enfin dans l'infini ils vinſſent à la prendre exactement, parce qu'alors la Peſanteur auroit une action infinie par rapport à celle de la Force centrifuge. Si l'on veut raſſembler & mettre en ordre toutes les hipotheſes ſur la Peſanteur, tant impoſſibles ou peu poſſibles, que poſſibles & vrai-ſemblables, on verra combien la ſuite des effets eſt reguliére & conforme à des raiſonnements fort naturels. Cette Suite partira, ſi l'on veut, du Plan circulaire, qui s'enflant, pour ainſi dire, par degrez, deviendra ſucceſſivement tous les Spheroïdes, & enfin une Sphere.

Dans toutes les hipotheſes nous n'avons conſideré que le cas extrême, parce qu'il ſuffit pour faire juger des autres. Si dans l'hipotheſe de la Peſanteur uniforme, la Force centrifuge a beſoin de lui être égale pour rendre le diametre de l'Equateur double de l'axe, il eſt bien sûr que quand cette Force ſera moindre que la Peſanteur, & elle peut l'être ſelon une infinité de rapports, ſans être jamais nulle, elle ne donnera pas un ſi grand avantage au diametre de l'Equateur, & que le Sphéroïde ſera moins applati. Il en va de même de toutes les autres hipotheſes, & dans toutes le cas extrême eſt rare, puiſqu'il eſt unique entre une infinité d'autres, il pourroit même ne ſe rencontrer jamais dans la Nature.

Toute cette Théorie de M. de Maupertuis n'eſt que pour arriver à certains phénomenes du Ciel. Les Etoiles fixes ou Soleils ſont les corps qu'on peut le plus raiſonnablement conſidérer comme des amas de matiére homogene & fluide, quoique ſelon toutes les apparences l'idée ne ſoit pas exacte. On leur ſuppoſe à tous une Peſanteur, puiſque ce ſont des amas de matiére fluide déterminés & circonſcrits, & on leur donne, ſur l'exemple connu du Soleil, une rotation qui produit une Force centrifuge. Ce ſont donc toûjours, ou preſque ſans exception, des Sphéroïdes.

L'immenſité & la variété de l'Univers demandent qu'il y ait des Soleils de toutes les figures poſſibles. Ceux où le diametre de l'Equateur ſera fort grand par rapport à l'axe ſeront fort applatis, & tels qu'expoſés à notre vûë dans le ſens de leur Equateur, ils paroîtront moins grands & moins lumineux que s'ils étoient vûs ſelon leur axe. Ils auront donc, ſelon la durée de leur rotation, des périodes d'accroiſſement & de décroiſſement apparents, & même ils en auront d'apparition & d'occultation, s'ils ſont aſſés applatis pour ne pouvoir être vûs quand ils ne nous préſentent que leur *tranchant* ou leur Equateur. Il eſt vrai que nous avons vû que dans le cas le plus favorable, le diametre de l'Equateur ne pouvoit être que comme 2 à 1, ce qui pourroit ne pas paroître un aſſés grand applatiſſement pour l'effet propoſé, mais d'ailleurs le Soleil

pourra être ou ſi petit ou ſi éloigné de nous qu'il aura beſoin, pour être apperçû, de ſa poſition la plus avantageuſe à notre égard. Ce cas-là ne ſera pas commun, auſſi les Fixes qui paroiſſent & diſparoiſſent ne le ſont-elles pas.

Si, ſelon l'idée de Deſcartes, la Terre avoit été un Soleil, ou ſeulement ſi elle avoit été originairement formée d'une matiére liquide, d'une eſpece de pâte molle, la Théorie de M. de Maupertuis s'y pourroit appliquer, & notre globe deviendroit un Sphéroïde applati, ainſi que l'a penſé M. Newton, qui a même déterminé que le rapport du diametre de notre Equateur à l'axe de la rotation ou au diametre d'un Méridien étoit celui de 230 à 229, ce qui ne nuit guere à la ſphéricité parfaite. Mais d'un autre côté la Meſure de la Terre faite par l'Académie, & dont nous avons donné l'hiſtoire entiére en 1721 *, nous a appris que la Terre étoit un Sphéroïde allongé, quoique très-peu auſſi, du moins à en juger par une étenduë de 8 degrés terreſtres. Il eſt évident que les meſures actuelles doivent être préférées à ce qui réſulte de Théories géométriques fondées ſur un très-petit nombre de ſuppoſitions très-ſimples, d'où l'on a écarté à deſſein toute la complication du Phiſique & du réel. Si Jupiter eſt un Sphéroïde applati, il ſe ſera trouvé plus exactement dans les circonſtances requiſes par la Théorie, mais il n'aura pas empêché la Terre d'en ſortir.

* p. 66. & ſuiv.

Si un grand amas ou Torrent de matiére homogene & fluide qui en circulant ſur ſon axe, auroit pris une figure par les principes qui ont été établis, venoit à circuler autour d'un autre axe pris hors de lui, parce qu'il ſeroit attiré vers cet axe par quelque force, comme par celle d'un Corps dont il ſeroit l'axe, il eſt certain que la figure primitive du Torrent ſeroit altérée, & M. de Maupertuis a déterminé géométriquement la nouvelle Figure qu'il prendroit, ce qui fait une Solution très-compoſée, & fort digne de la Géométrie moderne. On ſent aſſés quel en pourra être l'uſage dans l'Aſtronomie Phiſique, & M. de Maupertuis le fait entrevoir par l'explication qu'il donne de l'Anneau de Saturne, quoique fort courte, & ſans aucun calcul.

Les Queuës des Cometes ſont formées d'une quantité prodigieuſe de vapeurs & d'exhalaiſons qui ſe ſont elevées de leur corps, quand elles ont paſſé aſſés près du Soleil pour en être échauffées à ce point là. Qu'une Comete ainſi pourvûë d'une longue queuë ait paſſé enſuite près de Saturne, qui eſt une des plus groſſes Planetes, il aura attiré vers lui la matiére de cette queuë avec une force proportionnée à ſa maſſe, & avec d'autant plus de facilité que dans la Region de Saturne, ſi éloignée du Soleil, la vîteſſe des Cometes ſe rallentit, & reſiſte moins à une nouvelle impreſſion de mouvement. Saturne aura obligé cette matiére à circuler autour de lui, & la Force centrifuge qu'elle aura priſe en circulant l'aura diſpoſée, non en ſurface Spherique qui enveloppperoit Saturne, mais ſeulement en grande Zone circulaire, ou Anneau concentrique à la Planete. Il faut concevoir de plus que cette matiére ſe ſera condenſée en devenant Anneau, car on voit les Etoiles à travers les queuës des Cometes, & l'Anneau de Saturne eſt ſi épais qu'il jette une ombre très-ſenſible ſur le diſque de cette Planete.

De la même maniére Saturne, & toute autre Planete aſſés puiſſante aura pû acquerir un ou pluſieurs Satellites. Une petite Comete plus foible aura paſſé auprès d'elle, & lui aura été aſſujettie.

Voilà l'attraction qui ſe montre ici ſans voile, car toutes les tendances des corps vers des points centraux peuvent toûjours être ramenées à des idées Mechaniques, ou du moins il ne paroît pas impoſſible qu'elles le ſoient, mais dès qu'un corps agit par ſa maſſe ſur un autre corps éloigné, on ne peut plus diſſimuler que ce ne ſoit l'attraction proprement dite. Auſſi M. de Maupertuis ne le diſſimule-t-il pas. Il commence preſque ſon Livre par un Parallele de l'impulſion & de l'attraction, où il ne convient pas des avantages de l'une ſur l'autre. Il donne de même un Parallele des ſentimens de Deſcartes & de M. Newton, & tout l'avantage eſt pour le Philoſophe Anglois.

NOus renvoyons entiérement aux Memoires
L'Ecrit de M. Caſſini ſur la Meridienne de l'Obſervatoire.

V. les M. p. 452.

Les Obſervations de l'Eclipſe de Lune du 1 Decembre par Mrs Caſſini, & Godin.

p. 481. & 484.

Et la Réponſe de M. Caſſini a des Remarques qui ont été faites dans un Journal ſur ſon Traité *de la Grandeur & de la Figure de la Terre.*

p. 498.

CHRONOLOGIE.

M. l'Abbé Sauveur, Fils de feu M. Sauveur, a fait voir à l'Académie un Calendrier perpetuel de ſon invention, contenu ſur un ſeul grand Carton, par le moyen duquel la Lettre Dominicale & l'Epacte étant données dans la forme Gregorienne, ou la Lettre Dominicale & le Nombre d'or dans la forme Julienne pour l'année que l'on veut, on voit auſſi-tôt l'état de cette année préciſément tel qu'il doit être pour la Pâque; les Fêtes, &c. L'artifice conſiſte dans la diſpoſition & le mouvement de certaines Piéces mobiles, qui coulent comme l'on veut ſous des Colonnes immobiles, & ſe placent ſelon la recherche que l'on fait. L'Académie a trouvé cette forme de Calendrier nouvelle, ſimple, ingénieuſe, & commode.

OPTIQUE.

CEtte année M. Kurdwanowski, Gentilhomme Polonois, Capitaine dans le Regiment de Saxe, preſenta à l'Académie un Mémoire aſſés ample, intitulé *Problemes ſur la Lumiére,* qui par ſon titre appartient à l'Optique, & eſt cependant au fond un pur ouvrage de Géométrie, puiſqu'il n'y eſt pas queſtion d'expériences, ou de recherches ſur la Lumiére, mais ſeulement de Courbes, dont la Lumiére eſt l'occaſion. C'eſt en quoi il différe eſſentiellement d'un Livre de M. Bouguer dont nous avions donné d'avance quelque idée en 1726.* & que M. Kurdwanowski ne connoiſſoit pas quand il fit ſon Traité. Les deux Auteurs ont pris des routes fort différentes.

* p. 11. & ſuiv.

Un point lumineux éclaire d'autant plus une ſurface, ou même, ſi l'on veut, un autre point, qu'il en eſt moins éloigné, & au contraire, & il eſt démontré en Optique que la variation, cauſée dans l'action du point lumineux par les différentes diſtances, ſuit le rapport renverſé des quarrés de ces diſtances, c'eſt-à-dire, par ex. qu'un point lumineux deux fois plus éloigné agit quatre fois moins. Une ligne quelconque, droite ou Courbe, expoſée à l'action d'un point lumineux, ou d'une Lumiére, la reçoit donc différemment en ſes différents points, ſelon le rapport de leurs diſtances à la lumiére, tel que nous venons de le marquer. Ces différents effets de la Lumiére ſur chaque point de la ligne quelconque expoſée à ſon action, peuvent être repreſentés par les Ordonnées de quelque Courbe, qui varieront de grandeur préciſément comme ces effets. Cette Courbe, dont les Ordonnées les repreſenteront, s'appellera, *Courbe à la lumiére.*

Une ligne quelconque, ou généralement une Courbe, puiſqu'une Courbe peut être changée en droite, étant déterminée pour être expoſée au point lumineux, il eſt évident

que l'action de ce point ſur elle variera 1° ſelon qu'il ſera poſé par rapport à elle, plus ou moins loin, ſur l'axe, ou hors de l'axe, au ſommet ou ailleurs, &c. 2.° Selon que le contour de la Courbe en approchera, ou en éloignera les différentes parties ou points par rapport à la Lumiére. Car tout cela change les diſtances, qui font tout ici. Une Courbe demeurant la même, ſi la poſition du point lumineux, par rapport à elle, change de façon, qu'elle y ſoit différemment expoſée, les effets de la Lumiére changent auſſi, & la Courbe qui les doit repréſenter par ſes Ordonnées, ou la Courbe à la Lumiére, devient différente de ce qu'elle étoit. A plus forte raiſon cela ſera-t-il ſi l'on change la Courbe que l'on concevoit comme expoſée à la Lumiére.

M. Kurdwanowski a cherché une Formule générale telle que quand on auroit une Courbe quelle qu'elle fût, expoſée à un point lumineux, & la diſtance ou poſition de ce point par rapport à cette Courbe, on eût auſſi-tôt la Courbe à la lumiére qui en reſulteroit. On ſuppoſe que la Courbe, qui ſera donnée, & la Courbe cherchée ont le même axe, & que les Ordonnées de l'une & de l'autre partent des mêmes points de cet axe. Toutes les Ordonnées d'une Courbe, & toutes celles de l'autre, n'ont qu'une expreſſion indéterminée; de ſorte que les Ordonnées de la Courbe donnée venant à être déterminées, & exprimées par leurs rapports aux Abſciſſes de l'axe commun, on voit naître l'équation de la Courbe cherchée. D'ailleurs la poſition & la diſtance du point lumineux par rapport à la Courbe ſur laquelle il raïonne, étant des grandeurs indéterminées, on les détermine par l'hipotheſe que l'on choiſit, ou qui eſt donnée. Enfin, comme tout ne conſiſte qu'en rapports de quarrés des diſtances, on change ces rapports en grandeurs abſoluës, en connoiſſant ou en ſuppoſant connu un certain effet d'un point lumineux placé à une certaine diſtance. Ce ſeront là les grandeurs conſtantes de la Formule ou Equation générale, ce qui n'empêche pas qu'il n'y en entre encore d'autres dans les cas particuliers.

Si

Si au lieu d'une Courbe expoſée au point lumineux, on veut que ce ſoit une ligne droite, ce que l'Equation générale permet aiſément, puiſque l'on n'a qu'à y égaler à Zero les Ordonnées que la Courbe auroit euës, & par conſéquent tous les termes qu'elles multiplient, ſi l'on veut de plus que le point lumineux ſoit placé ſur la ligne droite qu'il éclairera à ſa droite & à ſa gauche, ce qui anéantit encore les termes où entroient la diſtance ou la poſition de ce point, l'Equation devenuë auſſi ſimple qu'elle puiſſe jamais être, donne pour Courbe à la lumiére une ligne du 3me ordre, qui eſt une Hiperbole dont les deux branches égales & ſemblables, placées à droite & à gauche du point lumineux, s'étendent à l'infini entre des Aſimptotes, dont l'une leur eſt commune. Les effets du point lumineux, qui doivent toûjours diminuer à meſure que la ligne droite éclairée s'éloigne de ce point de part & d'autre, diminuent donc ſelon la raiſon des Ordonnées de cette eſpece d'Hiperbole, priſes ſur ſes Aſimptotes. En ce cas l'effet de la Lumiére parvenuë à l'extrémité d'une droite infinie eſt un infiniment petit du 2^d ordre, & en ſuivant la Théorie de l'Aſimptotiſme établie dans les *Eléments de la Géométrie de l'Infini,* on trouve que pendant un chemin infini l'effet de la Lumiére n'a été qu'un infiniment petit toûjours décroiſſant du 1er ordre, & qu'il n'a été fini ou ſenſible que pendant un chemin fini, mais très-long, ce qui revient aux idées Phiſiques.

Si l'on met le point lumineux hors de la ligne droite éclairée, il eſt évident que le plus grand effet de la lumiére étant à la moindre diſtance de ce point, il ſera exprimé par la perpendiculaire qu'on en abaiſſera ſur la ligne éclairée, & que cette perpendiculaire ſera la plus grande Ordonnée de la Courbe à la lumiére. Il y aura à droite & à gauche des Ordonnées décroiſſantes à l'infini, & par conſéquent la Courbe aura ſes deux branches Aſimptotiques à l'égard de la droite éclairée, comme dans le cas précédent, & du même genre d'Aſimptotiſme, c'eſt-à-dire, que la derniére lumiére ſera un infiniment petit du 2^d ordre. Il ſe trouve ſeulement cette

différence, que dans ce 2d cas les deux branches de la Courbe ont à une certaine diſtance du ſommet une infléxion qu'elles n'ont pas dans le 1er cas. Elles ont été d'abord concaves vers l'axe, enſuite elles deviennent convexes, & c'eſt alors qu'elles prennent la nature de branches Aſimptotiques. Leurs Ordonnées toûjours décroiſſantes, l'ayant été d'abord de plus en plus, le ſont enſuite de moins en moins, au lieu que dans l'autre cas les Ordonnées ne l'ont été que de moins en moins.

Tant que le point lumineux peut rayonner à l'infini ſur la ligne quelconque qui lui eſt expoſée, il ſuit de tout ce qui vient d'être dit que la Courbe à la lumiere doit toujours être Aſimptotique; car la lumiere toûjours affoiblie par la diſtance, le ſera toûjours infiniment par une diſtance infinie. Mais ſi la ligne éclairée eſt un Cercle dont un point lumineux, placé au-dehors, ne peut éclairer qu'une certaine partie déterminée, alors la Courbe à la lumiére n'a certainement pas beſoin de s'étendre à l'infini, ni par conſéquent d'être Aſimptotique. Elle l'eſt cependant encore, & c'eſt une Hiperbole, mais il eſt vrai que de cette Hiperbole la Courbe à la lumiére n'en prend qu'une partie déterminée, & que tout le reſte lui eſt inutile.

Nous ne ſuivrons point M. Kurdwanowski dans les recherches où il s'engage, en expoſant au point lumineux différemment placé, différentes Courbes, la Parabole, l'Ellipſe, l'Hiperbole, &c. pour trouver les Courbes à la lumiére qui en reſultent, & leurs propriétés. Nous nous arrêterons ſeulement un moment à l'Hiperbole éclairée par un point lumineux placé à ſon centre. Au lieu que nous n'avons vû juſqu'ici dans cette Théorie que des Courbes à la lumiére dont les Ordonnées décroiſſent toûjours, ce qui eſt naturel, puiſque la lumiére diminuë toûjours en s'éloignant du point lumineux, ici on a une Courbe à la lumiére, dont les Ordonnées ſont d'abord croiſſantes, & par conſéquent auſſi les premiers effets de la lumiére, après quoi ces effets & ces Ordonnées décroiſſent à l'infini.

Une ligne quelconque expoſée à pluſieurs points lumineux,

même, ſi l'on veut, inégaux en force, ne produira pas plus de difficultés que le cas plus ſimple que nous venons d'expoſer, ſeulement l'Equation de la Courbe à la lumiére ſera un peu plus compoſée. Il ne faudra que prendre ſéparément l'effet de chaque point lumineux ſur un même point de la Courbe éclairée, & faire de ces effets une ſomme que repréſentera l'Ordonnée correſpondante de la Courbe à la lumiére, qui réſultera de tous ces points lumineux. S'il y en a deux égaux placés aux deux extrémités d'une ligne droite, le calcul fait voir que leur moindre effet eſt au point du milieu de cette ligne, quoiqu'on eût peut-être penſé d'abord qu'à ce point autant que chaque effet eſt affoibli par la diſtance d'un point lumineux, autant eſt-il fortifié par la jonction de l'effet de l'autre point. Ainſi le plus grand effet de chacun des deux eſt au point où il eſt placé, quoique ce ſoit celui où il reçoit le moins de ſecours de l'autre. M. Kurdwanowski a examiné auſſi le cas de deux points lumineux placés aux deux extrémités du diametre d'un Cercle, ce qui ne differe pas beaucoup. L'Académie a trouvé dans toute cette Théorie des vûës nouvelles.

MECHANIQUE.

SUR LA COMPARAISON DES FORCES DE LA PESANTEUR ET DE LA PERCUSSION.

PLUSIEURS habiles Géometres croyent que la Force de la Peſanteur & celle de la Percuſſion ne peuvent ſe comparer. Leur raiſon eſſentielle eſt qu'il eſt démontré que dans un inſtant infiniment petit la Peſanteur ne peut imprimer à un Corps qu'une vîteſſe infiniment petite, & qu'il eſt certain que dans le même inſtant, ou même, ſi l'on veut, dans un inſtant indiviſible, la Percuſſion imprimera au même Corps une vîteſſe finie. Or les Forces étant les produits des maſſes par les vîteſſes, ces deux Forces qui ſeront entre elles comme les vîteſſes, ſeront donc l'une infiniment petite, l'autre finie, & par conſéquent nullement ſuſceptibles de comparaiſon. On voit en effet qu'un Clou enfoncera bien plus dans une matiére dure par de petits coups de Marteau, qu'il ne feroit étant ſimplement chargé de quelque grand poids. Il en eſt de même des Pilotis, & de pluſieurs autres expériences qu'on fait tous les jours.

Cependant il y en a d'autres qui ſemblent prouver auſſi que la ſimple peſanteur n'eſt pas ſans action, & pour peu qu'elle en ait, j'entends que ce peu ſera fini, la force de la percuſſion ne ſera pas infinie par rapport à elle. Un Corps peſant ſuſpendu à une Corde, la rompra, pourvû qu'il ſoit d'un certain poids. Il eſt vrai qu'on pourra dire qu'il ne la rompt qu'en l'allongeant, qu'à meſure qu'il l'allonge il deſcend, & qu'en deſcendant il acquiert une accélération finie. Mais n'eſt-ce pas par ſa ſeule peſanteur qu'il allonge la Corde?

de même un grand tas de Bled rompt quelquefois de groſſes poutres d'un Grenier. On met dans un baſſin d'une Balance un Corps d'un certain poids, on fait tomber de l'autre côté dans l'autre baſſin de la Balance, à diſtance égale du point d'appui, un Corps beaucoup plus leger que le premier. Voilà donc d'un côté la ſeule force de la peſanteur, de l'autre celle de la percuſſion. Selon que le Corps qu'on laiſſe tomber eſt d'un plus grand ou d'un moindre poids, il fait monter l'autre, ou ne le fait pas monter. S'il ne le fait pas monter, la peſanteur l'emporte donc ſur la percuſſion, & par conſéquent ces deux forces ſont finies & comparables.

Le dernier Memoire que M. le Chevalier de Louville ait donné à l'Académie, rouloit ſur ce ſujet. Il en traitoit le pour & le contre, mais en laiſſant voir plus de diſpoſition à croire les deux forces comparables, & juſques-là que comme la Force centrifuge d'un Corps qui circule eſt cenſée être du même ordre que la peſanteur, il propoſoit le deſſein d'une Machine pour comparer la Force centrifuge à celle de la Circulation, qui eſt certainement finie, & analogue à la percuſſion. Une Table ronde horiſontale, fort unie, & mobile, qu'on auroit fait circuler ſur ſon axe vertical avec une vîteſſe uniforme, auroit porté à un point de ſa circonférence une boule attachée à un fil, & l'auroit fait circuler avec elle. Cette Table ſe ſeroit emboîtée juſte & ſans frottement dans une autre Table immobile, qui n'auroit été qu'une circonférence large. On auroit coupé le fil de la boule dans un moment quelconque de la circulation, & la boule ſe ſeroit échappée auſſi-tôt de deſſus la Table mobile ſur l'immobile, qu'on auroit même legerement couverte de farine, par ex. afin de mieux voir quel chemin la boule auroit tenu en s'échappant. Ce chemin ſera toûjours, ſelon l'idée ordinaire, une Tangente de la Table mobile, & en ce cas l'effet de la Force centrifuge eſt infiniment petit par rapport à celui de la Circulation. Mais M. le Chevalier de Louville tenoit pour beaucoup plus probable, que le chemin feroit un angle avec la Tangente, auquel cas l'effet de la Force centrifuge aura un rapport fini

avec celui de la Circulation, & qui ſe déterminera aiſément.

M. le Chevalier de Louville n'a pas été plus loin, & il a laiſſé la queſtion indéciſe. En attendant qu'on la décide, nous pouvons faire une reflexion, qui abregeroit bien l'affaire. Ne conſidérons que la Peſanteur & la Percuſſion, qui ſuffiront ici. La difficulté vient de ce qu'il eſt très-certain d'un côté que la Peſanteur ne produit dans un inſtant infiniment petit qu'une vîteſſe infiniment petite, & que de l'autre la Percuſſion dans le même inſtant en produit une finie, ainſi qu'il paroît dans le choc de tous les Corps. Mais il eſt viſible que la difficulté ceſſe, ſi ce 2^{d} point n'eſt pas vrai, ſi, ſelon ce qui eſt dit dans la derniére Section des *E'léments de la Géométrie de l'Infini*, la Percuſſion elle-même n'agit que comme la Peſanteur, imprimant d'abord à un Corps une vîteſſe infiniment petite, enſuite une toûjours plus grande du même ordre, & enfin une finie dans un temps fini. Il eſt vrai que l'inſtant du choc de deux Corps paroît un infiniment petit, mais ce n'eſt réellement qu'un fini très-court. Si les deux Corps ſont à reſſort, comme apparemment ils ſont tous, l'inſtant de leur choc n'eſt-il pas auſſi court, que ſi on les ſuppoſoit parfaitement durs? Il faut pourtant qu'il ſe faſſe dans cet inſtant des applatiſſements, & des renflements ſucceſſifs. D'un autre côte, l'inſtant du choc de deux Corps n'eſt-il pas auſſi long que celui pendant lequel on concevra qu'un Corps peſant tombera de $\frac{1}{10000}$, &c. de ligne? mais la continuation perpétuelle d'accélération qu'on a vûë dans les chûtes, a fait imaginer avec raiſon une premiére vîteſſe infiniment petite, & l'on n'y a pas penſé pour les chocs qui ne produiſent effectivement nulle accélération ſenſible, quoiqu'il y en ait eu une inſenſible dans un premier inſtant fini très-petit.

Si l'on prend cette idée, que nous ne faiſons ici qu'indiquer, la Peſanteur & la Percuſſion feront toûjours comparables, & l'on verra aſſés aiſément pourquoi dans les cas particuliers les circonſtances Phiſiques donnent l'avantage tantôt à l'une, tantôt à l'autre.

SUR UNE NOUVELLE MACHINE POUR MESURER LA VISTESSE DES EAUX COURANTES.

DANS tous les ouvrages où l'on employera la Force d'une Eau courante, comme des Moulins, des Pompes, &c. dans tous ceux qu'on fera pour détourner le cours d'une Riviére, ou pour la contenir en certaines bornes, dans toutes les diſtributions des eaux d'un Aqueduc, &c. c'eſt une connoiſſance eſſentielle & fondamentale que celle de la vîteſſe de l'Eau, puiſque de-là dépend toute l'action de l'Agent qu'on met en œuvre, ou de l'Ennemi qu'on veut vaincre. Il eſt à ſouhaiter que cette vîteſſe ſoit connuë le plus immédiatement qu'il ſe pourra, & avec le moins de ces ſuppoſitions qui, à la vérité, facilitent le calcul, mais qui ſont ſouvent démenties par la réalité. V. les M. p. 363.

La Méthode dont on ſe ſert ordinairement eſt de mettre dans le fil de l'eau, dans l'endroit où elle va le plus vîte, une boule de bois ou de cire, & d'obſerver en quel temps elle parcourt un certain eſpace qui ſe reconnoît à quelques marques qu'on a poſées. Cela eſt fort ſimple & fort naturel, mais il s'y trouve pluſieurs inconvénients. On ne peut avoir par-là que la vîteſſe de la ſurface de l'eau, & pour connoître la vîteſſe totale d'une Riviére, il faudroit avoir celle du milieu & du fond. Il faudroit que le chemin de la boule fût droit, & ſouvent il ne l'eſt pas. On n'eſt pas ſûr d'avoir pris le fil où le courant eſt le plus rapide. Quand il l'eſt à un certain point, la boule va ſi vîte, qu'il eſt très-difficile d'avoir juſte le temps qu'elle employe; ſur-tout ſi l'on veut meſurer ſa vîteſſe ſous l'Arche d'un Pont, ce qui eſt ſouvent important, elle paſſe trop promptement dans un ſi petit eſpace. La vîteſſe de la boule de bois eſt moindre que celle de l'eau, parce qu'elle eſt diminuée par la réſiſtance de l'Air, & celle de la boule de cire étant moins diminuée par cette cauſe, elle ſe dérobe trop

tôt à la vûë. Il eſt vrai que pluſieurs de ces erreurs ne peuvent être que fort légeres, mais elles ſe multiplieront beaucoup, quand de vîteſſes trouvées autant en petit que celles-là, on en conclurra les vîteſſes en grand.

M. Pitot a trouvé une Méthode exempte de tous ces inconvénients, & ſi ſimple, qu'il a eu de la peine à s'en croire le premier Inventeur. Il n'y a pas plus de difficulté, comme il le dit, qu'à plonger un Baſton dans l'eau, & à le retirer. La vîteſſe quelconque d'une eau a été ou pourroit avoir été acquiſe par une chûte d'une certaine hauteur, & il eſt démontré & connu de tout le monde qu'avec cette vîteſſe acquiſe l'eau remontera à une hauteur égale à celle d'où elle étoit tombée. Il ne faut donc que préſenter à une eau courante un Tuyau vertical, recourbé horiſontalement, & même évaſé en forme d'Entonnoir, afin qu'elle y entre plus facilement, elle y entrera, & s'élevera dans le vertical à la même hauteur d'où elle auroit dû tomber pour acquerir la vîteſſe qu'elle aura, & dans ce moment, & dans cet endroit-là. Or la hauteur d'une chûte étant connuë, on ſçait ou par le calcul, ou par des Tables, quelle vîteſſe y répond, c'eſt-à-dire, combien de pouces ou de pieds ſeront parcourus dans un temps donné.

Nous ne conſidérerons que le Tuyau recourbé, & nous ne parlerons point des accompagnements qui lui ſont néceſſaires pour en marquer les degrés, pour faire hauſſer & baiſſer les marques, &c. tout l'eſſentiel de la Machine eſt dans ce Tuyau. Il ne demande aucune obſervation du temps, comme les boules. On eſt ſûr de l'avoir placé dans le fil le plus rapide de l'eau, quand on le voit dans l'endroit où elle monte le plus haut. Il n'importe plus que ce fil ſoit une ligne parfaitement droite. Si même, comme il arrive quelquefois, il vient un petit Tourbillon d'eau s'engouffrer dans l'Entonnoir ſelon la direction de ce vaſe, l'eau monte dans le Tuyau beaucoup plus qu'elle n'eût fait, redeſcend enſuite, & après quelques balancements ſe remet à la hauteur où naturellement elle devoit être. Si la vîteſſe du même fil d'eau varie, on s'en apperçoit auſſi-tôt. La vîteſſe de la ſurface n'eſt pas plus aiſée à prendre

prendre que celle de tout autre endroit, pourvû que le Tuyau ſoit aſſés long, & ſi un Tuyau de verre ne l'eſt pas aſſés pour aller juſqu'au fond d'une eau profonde, on l'allongera par un Tuyau de métal bien maſtiqué avec le premier, qui fera la partie inférieure du Tuyau total.

Si l'on ſe ſervoit de Tuyaux capillaires, l'eau qui, comme on ſçait, s'y éleve par la ſeule raiſon qu'ils ſont capillaires, s'y éleveroit trop, & donneroit une fauſſe hauteur. Il ne faut donc prendre, ſi l'on peut, que des Tuyaux qui ayent plus de 4 lignes de diamétre, car alors ils ceſſent d'eſtre capillaires, mais ſi on en employe d'un plus petit diamétre, il ſera bien aiſé de ſçavoir par expérience juſqu'où une eau tranquille s'y éleve, & l'on retranchera cette élevation de celle qu'une eau courante y prendra.

C'eſt un grand avantage à la Machine de M. Pitot de pouvoir également meſurer toutes les différentes vîteſſes de l'eau depuis ſa ſurface juſqu'à ſon fond, car de là dépend la vîteſſe moyenne, qu'il ſeroit néceſſaire de bien connoître pour régler juſte de grands travaux qu'on auroit à faire ſur le cours d'une Riviére. La ſeule Théorie laiſſeroit beaucoup d'incertitude ſur ce ſujet. Les eaux du fond doivent aller plus lentement, parce qu'elles ont des frottements à vaincre, d'un autre côté elles doivent aller plus vîte, parce qu'elles ſont pouſſées par tout le poids des eaux ſupérieures; lequel des deux arrivera, ou que réſultera-t-il du combat des deux principes oppoſés? On ne peut pas le déterminer au vrai, & encore moins ſi l'on fait attention à toutes les variétés dont le fond d'une Riviére eſt ſuſceptible. Mais les expériences faites par la Machine décident le tout en un moment; de la ſomme de toutes les vîteſſes qu'elle a données, on en tirera auſſi-tôt la vîteſſe moyenne. Ce ne ſera que pour la Riviére dont il s'agit, mais quelque choſe de général ſeroit fort ſujet à erreur.

M. Pitot a déja joui de la facilité que lui donne ſa Machine de meſurer la vîteſſe de l'eau à différentes profondeurs, & il rapporte le détail & les réſultats des épreuves qu'il en a faites ici tant au Pont-neuf qu'au Pont-Royal. Quand elles ſeront

en plus grand nombre, on verra, du moins pour la Seine qui coule à Paris, quels ſont les rapports des hauteurs aux vîteſſes, & en général M. Pitot paroît diſpoſé à n'épargner ni le temps ni ſes ſoins ſur quantité de recherches importantes qui appartiennent aux Eaux, par ex. ſur la proportion de leurs vîteſſes à l'augmentation de leurs volumes par les accroiſſements qu'elles reçoivent, ſur celle de leurs volumes, & de leurs frottements contre les bords, ou ſur le fond, &c.

En attendant, M. Pitot fait voir que ſon idée peut être employée à meſurer le ſillage d'un Vaiſſeau, puiſque ce ſillage dépend entiérement de la vîteſſe, & que la vîteſſe du Vaiſſeau eſt la même que celle d'une Eau courante ſur laquelle il ſeroit immobile. Deux Tuyaux de métal, placés le plus près qu'il ſe pourra du centre de balancement du Vaiſſeau, en perceront le fond pour aller juſqu'à l'eau de la Mer, & il n'y aura rien à craindre de ces ouvertures ſi petites. Dans ces deux Tuyaux ſeront enchaſſés deux Tuyaux de verre à la hauteur néceſſaire pour les obſervations. L'un ſera droit, l'autre recourbé par embas. L'eau dans le premier montera juſqu'à ſon niveau, dans le ſecond elle montera de plus à la hauteur que lui donnera la vîteſſe du Vaiſſeau, qui devient la ſienne propre. La différence des deux élévations ſera ce qui appartiendra à la vîteſſe du Vaiſſeau. L'ouverture du Tuyau recourbé ſera toûjours tournée dans la direction de la Quille à la Prouë, moyennant quoi on fera la même choſe que ſi on ſe mettoit exactement dans le vrai fil d'une Eau courante.

On comprend aſſés que pour faire commodément les opérations de M. Pitot, il faut des Tables où l'on trouve les vîteſſes en pieds & en pouces qui répondront aux élévations d'eau obſervées. Auſſi en a-t-il conſtruit. L'élévation cauſée par une eau courante ne paſſe guere 21 pouces auſquels répondent 10 pieds par Seconde, qui ſont à peu-près la plus grande vîteſſe que puiſſe avoir une Riviére. Elle feroit donc 1050 Toiſes par heure, & il y a bien loin de là à la vîteſſe d'un Vaiſſeau qui dans le même temps feroit 4 Lieuës, c'eſt-à-dire, 8 fois plus de chemin.

SUR LE MOUVEMENT OU LA DE'PENSE *DES EAUX.*

CE qu'on appelle la *dépenſe* des Eaux, c'eſt la quantité d'eau qu'une ſource fournit, ou qui ſort d'un canal ou d'une conduite en un temps quelconque donné, comme une Minute ; on ſuppoſe en ce 2^d^ cas que l'eau ſorte, non par un ajutage, qui eſt un canal rétréci, où l'égalité de l'écoulement ne ſe conſerve pas, mais à *gueule-bée*, c'eſt-à-dire, par une ouverture égale à celle par où l'eau eſt entrée dans la conduite. V. les M. p. 113.

L'uſage a établi que l'on divisât la quantité de l'eau en pouces cubiques, & voici comment M. Mariotte avoit déterminé ce pouce par des expériences. On préſente à une eau qui coule horiſontalement & d'une vîteſſe égale une plaque verticale fort mince, percée d'un trou circulaire, dont le diametre a un pouce ; l'eau n'a qu'une ligne d'élévation au deſſus du bord ſupérieur de ce Cercle, de ſorte qu'elle eſt 7 lignes au deſſus de ſon centre ; & M. Mariotte appelle 1 pouce la quantité d'eau qui ſort en 1 Minute par cette ouverture de 1 pouce de diametre. Il a trouvé que cette quantité étoit de 13 Pintes $\frac{3}{8}$ meſure de Paris, mais comme il a un peu varié ſur ce ſujet, M. Couplet croit qu'il eſt plus ſûr de s'en tenir à 13 $\frac{1}{3}$ Pintes, conformément à d'anciennes expériences faites par d'autres Académiciens, Mrs Roëmer, Picard, & Couplet le Pere. N'y eût-il qu'une plus grande facilité de calcul, elle ſuffiroit pour déterminer un choix dans une ſi petite différence. On appellera donc ſource de 1 pouce celle qui dans les circonſtances poſées donneroit en 1′ 13 Pintes $\frac{1}{3}$, ou, ce qui revient au même, on appellera 1 pouce cette quantité d'eau fournie en 1′. On ſçait combien il y a de pouces cubiques d'eau dans une Pinte de Paris, & d'ailleurs le rapport de la Pinte au Muid étant connu, on ſçaura combien il viendroit de Muids, ou de parties de Muid en 1 heure, combien en 1 jour, &c.

Sur ce principe, & par une ſimple regle de proportion, il ſera très-aiſé de voir de combien ſeroit plus forte ou plus abondante une ſource qui en 1′ donneroit plus que 1 pouce d'eau, ou de combien au contraire elle ſeroit plus foible, ſi elle en donnoit moins. Celle, par ex. qui donneroit 1 pouce d'eau en 1″ ſeroit 60 fois plus forte, ou donneroit 60 fois plus de pouces cubiques d'eau. Il ne faut donc que voir pendant quel temps ſe remplira d'eau de la ſource ou de la conduite propoſée un vaiſſeau dont on connoîtra exactement le nombre de pouces cubiques d'eau qu'il peut contenir, & qui ſera une meſure générale, appellée pour cela *étalon*. Il ſeroit plus naturel & plus ſimple que l'étalon fût préciſément de 13 $\frac{1}{3}$ Pintes de Paris. M. Couplet employe toûjours pour la meſure du temps de l'écoulement le Pendule à demi-ſecondes. Si l'étalon ſe remplit en 120 demi-ſecondes, qui ſont 1′, la ſource eſt donc de 1 pouce; s'il ſe remplit en 1 demi-ſeconde, la ſource eſt de 120 pouces; c'eſt-à-dire, qu'elle donnera 120 pouces en 1′. M. Couplet a conſtruit des Tables, où il marque la différente quantité de pouces d'eau, qui répondent de demi-ſeconde en demi-ſeconde aux différents temps, pendant leſquels un même étalon ſe remplit.

A cette occaſion M. Couplet fait une remarque qui ne paroît pas devoir être oubliée. Le Pendule, qui bat les ſecondes à Paris, doit être accourci pour les battre encore dans des Climats plus proches de l'Equateur, & de-là il ſemble s'enſuivre qu'on ne pourra pas meſurer par tout avec le même Pendule le temps de l'écoulement de l'eau. Mais la neceſſité d'accourcir le Pendule en approchant de l'Equateur, vient de ce que la peſanteur des corps y eſt moindre; or l'écoulement des eaux eſt un effet de leur peſanteur, & par conſéquent la même cauſe étant également diminuée dans les deux effets, il n'y arrivera point de changement de l'un par rapport à l'autre.

Comme la meſure ou *jauge* des eaux ſe fait toûjours extrêmement en petit avec un étalon, & que par conſéquent la

moindre erreur, faite dans cette expérience fondamentale, devient conſidérable par être beaucoup répétée dans le calcul total, on ne peut apporter trop de ſoin à l'exactitude & à la préciſion de l'expérience ; & pour cela il faut connoître la nature & la différente valeur des erreurs où l'on peut tomber.

Il eſt très-difficile, & preſque impoſſible, de juger à plus d'une ligne ou une demi-ligne près, ſi l'étalon eſt plein, & cela tire à conſéquence lorſqu'il eſt, comme à l'ordinaire, d'une figure cubique, car alors la ſurface ſuperieure de l'eau qu'il contient eſt une grande baſe qui multiplie la ligne ou la demi-ligne douteuſe. On préviendra cet inconvenient ſi en conſervant la même capacité à l'étalon, on le rend de figure piramidale ſi pointuë qu'une ligne de hauteur d'eau, de plus ou de moins à ſon extrémité ſuperieure, ne ſoit rien par rapport au volume total d'eau.

La chûte d'une eau un peu rapide dans l'étalon, y cauſera des ondulations trés-incommodes, que l'on pourroit empêcher par des diafragmes, qui les rompront, il faudra ſeulement avoir égard à la diminution que le volume de ces diafragmes apportera à celui de l'eau.

Outre les erreurs ſur *le plein* de l'étalon, il peut y en avoir, & il y en a preſque néceſſairement ſur le temps pendant lequel il ſe remplit, une demi-ſeconde de plus ou de moins eſt très-difficile à juger ſûrement. Les erreurs de ces deux eſpeces ont de commun qu'elles tirent d'autant plus à conſéquence que les ſources ſont plus fortes, ou, comme dit M. Couplet, ont plus de *valeur*, car il eſt évident que le calcul les repete dans une plus grande quantité d'eau. Mais les erreurs ſur le temps ont cela de particulier que dans le même temps d'erreur il s'eſt écoulé une quantité d'eau plus ou moins grande ſelon la valeur de la ſource. Ainſi la valeur de la ſource entre deux fois dans l'expreſſion de leur grandeur, ou, ce qui eſt le même, elles ſont comme les quarrés des valeurs des ſources, & elles en deviennent plus conſidérables.

Elles ſont d'autant plus grandes en elles-mêmes, qu'une ſource eſt plus rapide, & puiſqu'on diminuera ſa rapidité en

la partageant en pluſieurs rameaux, & cela ſelon la proportion exacte du nombre des rameaux, ce ſera là un moyen de diminuer ſelon la même proportion les erreurs ſur le temps. Si l'on s'eſt trompé d'une demi-ſeconde ſur le temps de l'écoulement d'une ſource, & qu'on ne ſe trompe que de la même demi-ſeconde ſur le temps de l'écoulement des deux rameaux égaux, dans leſquels on l'aura partagée; il eſt clair que comme chacun de ces rameaux aura employé à ſon écoulement un temps double de celui de ſa ſource, il ne ſe trouvera que la même erreur ſur un temps double, & par conſéquent elle ſera 2 fois moindre. Elle le ſeroit 3 fois, ſi la ſource avoit été partagée en trois rameaux, &c. M. Couplet, après avoir démontré géométriquement cette Théorie, en fait voir la parfaite conformité avec ſes Tables.

Il vient enfin au point le plus difficile de toute cette matiére, à la diminution que cauſent dans la dépenſe des eaux les accidents Phiſiques, tels que les frottements de l'eau contre les parois intérieures des conduites, les ſinuoſités de ces conduites, l'air qui s'y trouve intercepté. On eſt peu inſtruit ſur ces ſujets, faute d'expériences aſſés en grand, les conduites courtes ne s'écartent pas beaucoup des Regles ordinaires, & de la Théorie, les longues s'en écartent quelquefois prodigieuſement. Par bonheur M. Couplet a fait des expériences à Verſailles, où tout eſt à ſouhait pour le grand, mais il s'en faut bien qu'il en ait fait encore aſſés pour en pouvoir tirer des concluſions un peu générales avec quelque ſûreté. Nous ne ferons que détacher de ſes obſervations ou de ſes réfléxions celles qui paroiſſent les plus remarquables, & nous n'entrerons nullement dans la deſcription exacte qu'il donne des lieux & des conduites, parce qu'elle n'eſt néceſſaire que pour le détail.

La Regle que les vîteſſes de l'eau ſont comme les racines quarrées des hauteurs d'où elle tombe, ou, ce qui eſt le même, des hauteurs de la colonne d'eau dont la charge fait couler l'eau inférieure, eſt extrêmement trompeuſe dans les grandes conduites, telles que celles de Verſailles, qui vont quelquefois à plus de 2000 toiſes. Si l'on jugeoit par cette Regle de la

quantité d'eau qui doit venir, il y a tel cas où l'on trouveroit 407 pouces, au lieu des 10 $\frac{1}{2}$ qui ſont venus réellement à M. Couplet, lorſqu'il en a fait l'expérience. C'eſt une différence preſque du total. Aſſés ſouvent la quantité d'eau eſt 20 ou 30 fois moindre que celle que la Regle promettoit.

Cette étrange diminution vient des frottements, du moins en grande partie. On voit, & on le devineroit ſans expérience, que leur effet eſt d'autant plus grand, que les conduites ſont plus longues, les diametres des tuyaux plus petits, les ſinuoſités ou *coudes* plus fréquents, les angles de ces coudes plus aigus, la vîteſſe de l'eau plus grande, mais on aura bien de la peine à ſçavoir, ſeulement à peu-près, la valeur de chacun de ces principes de diminution, & quels ſeront les réſultats de leurs combinaiſons différentes.

M. Couplet a vû qu'en lâchant l'eau à l'embouchure d'une conduite, il ſe paſſoit près de 10 jours avant qu'il en parût une goutte à ſon bout de ſortie. Cet accident, ſi bizarre en apparence, venoit, ſelon l'explication de M. Couplet, d'un air cantonné dans la partie ſupérieure de certains coudes de la conduite élevés ſur l'horiſon. Une eau qui ſe préſentoit pour paſſer, tendoit à forcer cet air dans ſon retranchement, & à le pouſſer en avant, mais une autre eau déja paſſée avant que l'air ſe fût amaſſé dans le haut du coude le ſoûtenoit, & ſi elle ſe trouvoit être à la même hauteur verticale que celle qui tendoit à pouſſer en avant, il ſe faiſoit un équilibre & un repos que l'on voit bien qui pouvoit durer long-temps. On remedia à cet inconvénient en *adouciſſant* quelques coudes de la conduite, & en mettant aux angles les plus élevés des *Ventouſes*, où l'air pouvoit ſe retirer ſans nuire au cours de l'eau. Après cela l'eau venoit au bout de 12 heures, précédée de bouffées de vent, de flocons d'air & d'eau, de filets d'eau interrompus, & tout cela prenoit preſque la moitié des 12 heures d'attente. Par-là on peut juger des effets de l'air dans les conduites, les cas extrêmes ſuffiſent pour mettre ſur la voye de tous les autres.

SUR L'ATTRACTION NEWTONIENNE.

V. les M. p. 343.

IL ne falloit pas moins que le grand génie & la grande autorité de M. Newton pour faire rentrer l'Attraction dans la Phiſique, d'où Deſcartes & tous ſes Sectateurs, ou plûtôt tous les Philoſophes l'avoient bannie d'un conſentement unanime. Elle revient cependant, mais le plus ſouvent, un peu déguiſée, ce n'eſt point, ſi l'on veut, l'Attraction proprement dite, ce n'eſt qu'un nom que l'on donne à une Cauſe inconnuë dont les effets ſe font ſentir par-tout, effets que l'on compare enſemble, & que l'on calcule pour connoître du moins la maniére dont elle agit en attendant que ſa nature même vienne à être développée. C'eſt ſous cette idée, & avec ces ſages ménagements que M. Newton, & ſes Diſciples la preſentent.

L'excellent ouvrage de M. Newton dont elle eſt un des fondements, a été écrit d'une maniére ſi ſçavante, ſi fine, ſi peu à la portée du commun des Géometres, qu'il lui a fallu des Commentateurs, & les plus habiles Géometres, non ſeulement Anglois, mais François, n'ont pas dédaigné de l'être. De grandes Théories de cet illuſtre Auteur ſur les Forces centrales, ſur les Reſiſtances des Milieux, &c. ont été éclaircies, mais la Théorie de l'Attraction ne l'a pas encore été, du moins ſuffiſamment, & c'eſt ce que M. de Maupertuis entreprend ici, invité ſans doute par une occaſion d'employer la plus ſubtile Géometrie.

Il faut concevoir l'Attraction comme une force naturelle à la matiére, & par laquelle tous les Corps s'attirent mutuellement les uns les autres. Cette force eſt proportionnée à la maſſe, un grand Corps & un petit vont l'un vers l'autre, mais le petit plus puiſſamment attiré, fait plus de chemin vers le grand, que le grand vers le petit, & cela en raiſon renverſée de leurs grandeurs. La diſtance eſt encore un élément eſſentiel de la quantité de l'Attraction, un Corps attire plus puiſſamment à une moindre diſtance, mais il n'eſt pas encore tout-à-fait

tout-à-fait bien réglé ſelon quelle raiſon de la diſtance l'Attraction décroît, ſi c'eſt ſelon la diſtance ſimple, ou ſelon ſon quarré, ou ſon cube, &c. ou ſelon quelqu'une de ſes racines, &c.

Ce qui rend cette détermination difficile, & peut-être impoſſible, c'eſt que les Expériences ou les Phénomenes n'offrent que des faits extrêmement compliqués. Les attractions mutuelles produiſent déja de la confuſion, les directions par leſquelles doivent agir les forces attractives, auſſi-bien que toutes les autres forces, varient ſelon les figures des Corps, ſelon leurs poſitions reſpectives, ſelon leurs mouvements particuliers, & elles ſe combinent enſemble de cent maniéres, qui peuvent nous échapper. Cependant il paroît en général, ſurtout par les phénomenes céleſtes, que l'Attraction ſuit la raiſon renverſée des quarrés des diſtances, c'eſt-à-dire, l'Attraction *primitive*, telle qu'elle eſt naturellement dans tous les Corps, & dépouillée de toutes les circonſtances accidentelles qui la peuvent modifier.

Comme M. Newton n'a donné ſur cette matiére que les propoſitions particuliéres dont il avoit beſoin, M. de Maupertuis a voulu remonter à une Théorie générale, qui fût la ſource de tout. Pour ſimplifier la choſe, il ne conſidere qu'un Corps infiniment petit, du moins phiſiquement, par rapport à un autre Corps, qui par conſéquent l'attirera ſans en être attiré; le grand Corps eſt un Sphéroïde décrit par la révolution d'une Courbe quelconque autour d'un axe, & le Corpuſcule eſt placé ſur un point de cet axe prolongé à une diſtance quelconque du Sphéroïde. L'action de la Force attractive variera ſelon telle puiſſance qu'on voudra de la diſtance, c'eſt en quoi conſiſte principalement la généralité. M. de Maupertuis ne conſidere d'abord que l'Attraction de la ſeule ſurface du Sphéroïde.

Dans l'Infiniment petit, il n'y a qu'une Zone circulaire infiniment peu large de cette Surface qui agiſſe. Elle agit & ſelon ſa grandeur, & ſelon ſa diſtance au Corpuſcule qu'elle attire. Elle eſt d'autant plus grande, quoique toûjours de même

largeur, qu'elle eſt plus éloignée du ſommet du Sphéroïde, ou, ce qui revient au même, qu'elle répond à une plus grande Ordonnée de la Courbe génératrice du Sphéroïde. De tous les points de cette Zone circulaire, il part des lignes d'attraction terminées au Corpuſcule, & qui forment la ſurface d'un Cone ; ce ſont là les diſtances de chaque point de la Zone au Corpuſcule, & ce ſont elles qui pourront être élevées à telle puiſſance qu'on voudra. Comme elles ſont toutes égales, & qu'en les prenant toûjours deux à deux diamétralement oppoſées, on voit qu'elles tirent en ſens contraires, aucune ne peut avoir d'effet ſelon ſa direction propre, mais elles ont toutes un effet commun ſelon l'axe de leur Cone, qui eſt auſſi l'axe du Sphéroïde. A cauſe de leur égalité, il ſuffit d'en conſidérer une, qui ne fera donc avancer le Corpuſcule que le long de l'axe, dont la portion parcouruë aura néceſſairement une certaine raiſon déterminée à la diſtance abſoluë du point attirant. Tout cela exprimé géométriquement, forme une Formule générale Différentielle, qu'il ne faudra plus qu'intégrer ſelon les ſuppoſitions particuliéres qu'on aura faites ou ſur la Courbe génératrice du Sphéroïde, ou ſur la raiſon de l'Attraction aux diſtances. Cette raiſon eſt toûjours la primitive, & il eſt peut-être bon d'en avertir encore, parce que dans les cas particuliers elle ſe trouve ſouvent ſi changée, qu'elle en eſt preſque méconnoiſſable.

Dès qu'on change la ſurface du Sphéroïde en ſurface Sphérique, il arrive, quoique la Sphere ſoit le plus ſimple des Sphéroïdes, que l'intégration devient ſi difficile que M. de Maupertuis a recours à d'autres Méthodes indépendantes de ſa Solution générale. Par cette voye, & en ſuppoſant de plus que l'Attraction primitive agiſſe ſelon la raiſon renverſée des quarrés des diſtances, il trouve que le Corpuſcule placé ſur l'axe prolongé de la ſurface Sphérique eſt attiré en raiſon directe du quarré du diametre de la Sphere, & en raiſon renverſée des quarrés des diſtances du Corpuſcule au centre de la Sphere. Ici l'Attraction primitive que l'on a ſuppoſée, ſe conſerve ſans aucune altération, car il eſt bien viſible que le

quarré du diametre de la Sphere repréſente la grandeur de la ſurface Sphérique, qui ſuit effectivement cette raiſon, & qui doit agir par ſa grandeur, en même temps qu'elle agira ſelon les diſtances.

Si le Corpuſcule eſt placé au centre d'une ſurface Sphérique, on ne ſera pas étonné que l'Attraction ſoit nulle, on concevra auſſi-tôt qu'elle l'eſt, parce que de tous côtés elle agit également en ſens contraires. Mais elle eſt encore nulle en quelque endroit hors du centre que le Corpuſcule ſoit placé au dedans de la Surface. Ce ſera donc que la Surface étant coupée en deux parties inégales en grandeur, l'une plus proche, l'autre plus éloignée du Corpuſcule, la plus petite aura, à cauſe de ſa proximité, une plus grande force attractive en même raiſon que la plus éloignée ſera plus grande. Cela eſt vrai, mais il faut bien remarquer que c'eſt ſeulement dans l'hipotheſe de l'Attraction en raiſon renverſée des quarrés des diſtances. Hors de-là cet équilibre de forces, quoique toûjours dans une ſurface Sphérique, ne ſubſiſteroit plus; il ne dépend pas ſeulement de cette figure, mais auſſi de la qualité des forces. Il ſeroit donc poſſible, pourvû que la Nature eût pris cette hipotheſe, & que la Peſanteur ne ſoit que l'Attraction Newtonienne, qu'il y eût un Monde enfermé dans une grande Sphere creuſe, deſtitué des phénomenes de la Peſanteur. Les Habitants iroient en tous ſens avec une égale facilité, à cela près qu'ils s'attireroient encore les uns les autres.

Il eſt aiſé de paſſer géométriquement de la ſurface Sphérique à la Sphere, & c'eſt en effet la Sphere qui dans le ſujet préſent nous intéreſſe plus que tout Corps d'une autre figure, tant parce qu'elle eſt celle de tous les Corps céleſtes, que parce que les Corps terreſtres qui ne l'ont pas en ſont ſi peu éloignés, quant au point dont il s'agit, qu'on peut la leur ſuppoſer ſans erreur ſenſible.

Dans l'hipotheſe de l'Attraction primitive ſelon les quarrés, une Sphere ſolide agit ſur le Corpuſcule placé au dehors préciſément comme faiſoit la ſurface Sphérique, mais cette conformité ceſſe, ſi le Corpuſcule eſt placé au dedans de la même

Sphere, le Corpuſcule qui n'étoit nullement attiré par la ſurface, l'eſt par la Sphere en raiſon directe de ſa diſtance ſimple au centre. Ici l'Attraction primitive eſt bien altérée, non ſeulement le Corpuſcule eſt attiré ſelon la diſtance ſimple, mais encore ſelon la raiſon directe de cette diſtance, c'eſt-à-dire, d'autant plus attiré par la Sphere qu'il eſt éloigné de ſon centre, ce qui eſt tout le contraire de la premiére idée qu'on a établie.

Si l'on prenoit l'attraction de ce dernier cas pour la primitive, ou, ce qui eſt le même, ſi l'Attraction primitive ſuivoit la raiſon directe ſimple des diſtances, un Corpuſcule placé ſoit au dehors, ſoit au dedans de la Sphere, & qui auroit reçû une impulſion en ligne droite que l'attraction perpétuelle de la Sphere modifieroit à chaque inſtant, feroit des révolutions autour du centre, & les feroit toûjours en des temps égaux à quelque diſtance de ce centre qu'il fût placé, car quand il en ſeroit plus loin, & qu'il décriroit par conſéquent un plus grand arc, il le décriroit avec une vîteſſe à proportion plus grande, & au contraire.

Quelque parfaite que puiſſe être pour le géométrique la Théorie de l'Attraction, il eſt aiſé de s'appercevoir que l'application à la Nature en ſera toûjours difficile, & ſur-tout le choix de la véritable Loi primitive de l'Attraction. Celle de la raiſon renverſée des quarrés des diſtances réuſſit dans l'Aſtronomie Phiſique, & tout le monde ſçait avec quelle adreſſe infinie & avec quel ſuccès M. Newton l'a maniée. D'autres Sçavants Anglois ont crû avec beaucoup de raiſon qu'elle devoit s'étendre auſſi aux phénomenes terreſtres, principalement aux Chimiques, qui portent une idée d'attraction ſans comparaiſon plus frappante que tous les phénomenes céleſtes. Avec quelle impétuoſité certains Acides vont-ils pénétrer les Alkali qui leur ſont propres! quelle tempête dans le Vaiſſeau! mais tout cela eſt trop violent pour le Siſtême qu'il paroîtroit favoriſer. Quoiqu'il ſoit bien ſûr que l'Attraction eſt la plus forte qu'il ſoit poſſible dans le contact des deux Corps, elle l'eſt trop ici, par rapport à la petiteſſe des accroiſſements qu'elle auroit pris hors de ce contact. Il faudroit, ſelon M. Newton

même, que l'Attraction primitive fût en raiſon renverſée, non pas des quarrés des diſtances, mais de leurs cubes, ou même de leurs 4mes puiſſances, ce qui lui donneroit des accroiſſements plus grands & plus rapides. Ce ſera l'affaire des Phiſiciens de faire voir qu'une certaine Attraction primitive ſuppoſée ſatisfait à tous les Phénomenes, tant terreſtres que céleſtes. Les Phiſiciens n'ont pas à craindre de manquer d'occupation, les Géometres en manqueroient plûtôt.

NOus renvoyons entiérement aux Mémoires
Le Métrometre de M. d'Onzembray. V. les M. p. 182.
Les Obſervations de M. de la Condamine dans un Voyage de Levant. p. 295.
Une nouvelle Bouſſole de M. Buache. p. 377.

MACHINES OU INVENTIONS APPROUVE'ES PAR L'ACADE'MIE EN M. DCCXXXII.

I.

UNE Pendule à Equation du Sr Mathias Kricgſeiſſein, Horloger Allemand, dont nous avons déja parlé en 1726 *, à l'occaſion d'une autre Horloge, inventée auſſi par lui, & qui marquoit tout ce qu'on pouvoit demander à un Calendrier fort ample. Celle-ci n'eſt qu'une Pendule à Equation, mais d'une conſtruction nouvelle & ingénieuſe. Une grande partie de tout le fin du Méchaniſme conſiſte dans les deux diametres d'une Ellipſe, de l'un deſquels doit couler ſur l'autre une eſpece de Verroüil. Mais comme ils ne ſont que peu inégaux, ce paſſage n'eſt pas difficile; & l'Equation ſe faiſant par un ſimple avancement ou retardement de Roues, qui vont toûjours du même côté, le jeu des engraînages ne peut empêcher l'effet qu'on ſe propoſe.

* p. 69.

II.

Une Machine à élever des eaux de M. Kernilien le Demour. Ce n'eſt preſque pas une Machine, tant elle eſt ſimple. Il eſt certain que ſi l'on fait mouvoir dans une Eau avec un peu de force un Tuyau incliné, l'eau y montera juſqu'à une certaine hauteur, & en ſortira par le bout d'enhaut, pourvû que le Tuyau ne ſoit pas trop long. Il faut de plus, que le bout inférieur ſoit taillé en bec-de-flute, afin qu'il prenne mieux l'eau, & la ramaſſe plus aiſément. Voilà tout le principe, il n'y a plus qu'à faire une petite Charpente qui tienne le tuyau fixement incliné, & telle que par ſon moyen on puiſſe le mouvoir commodément dans l'eau, ce qui eſt très-aiſé à imaginer & à exécuter. La Machine ayant été miſe en mouvement par un ſeul homme appliqué à une Manivelle, a fait 34 tours en autant de ſecondes, & a élevé environ 220 pintes d'eau à la hauteur de 6 pieds. Le tuyau étoit incliné de 50 degrés. Cette quantité d'eau eſt la même que donne le meilleur Chapelet à la hauteur de 8 pieds, en y appliquant 4 hommes. On voit par-là combien la nouvelle Machine épargneroit de peine & de dépenſe. La principale intention de l'Auteur a été qu'elle ſervît à arroſer des terres à peu de frais quand on auroit des ſources ou des rivieres, à changer des terres labourables en prairies, à ameliorer des fonds, ce qui n'eſt que trop négligé par ceux qui en ſont les maîtres.

III.

Une Chaiſe de Poſte propoſée par le Sr le Liévre, qui ſe change en Phaëton quand on veut. On a trouvé qu'il ſeroit aſſés difficile d'y mettre des Glaces. Mais elle ſera de quelque utilité à la Campagne, où l'on pourra à ſon gré prendre l'air, ou ſe renfermer dans ſa voiture, ſans multiplier les équipages.

IV.

Un Clavecin du Sr Bellot, Facteur, dont le grand chevalet d'Uniſſon eſt conſtruit de maniére qu'à chaque couple de l'Uniſſon les deux Cordes ſe trouvent de même longueur, ce que l'on ne ſçait pas avoir été pratiqué juſqu'ici, & ce qui,

toutes choſes d'ailleurs égales, doit procurer à ces inſtruments une plus grande uniformité d'harmonie.

V.

Un Inſtrument à obſerver les hauteurs en Mer par M. de Quereineuf. Le fin de l'invention, qui a paru ingénieux, conſiſte en ce que les hauteurs, depuis l'Horiſon juſqu'au Zénit, que l'on a par les Tangentes de leurs Arcs, y ſont partagées en deux moitiés; de ſorte que l'on a d'un côté les Tangentes des Arcs moindres que 45 depuis l'Horiſon ou Zero juſqu'à 45, & de l'autre les Tangentes de tous les Arcs plus grands depuis 45 juſqu'à Zero, qui eſt alors le Zénit. Cela épargne la prodigieuſe inégalité des diviſions qu'il faudroit à l'Inſtrument, ſi les Tangentes étoient priſes tout de ſuite depuis l'Horiſon juſqu'au Zénit, car on ſçait que la derniére Tangente ſeroit infinie, ce qui ſuffit pour faire juger de la marche de cette progreſſion. Dans l'Arbaleſtrille on eſt obligé à changer très-ſouvent de Marteaux, & le fréquent changement de ſituation des Marteaux doit empêcher que l'angle droit ne s'y conſerve auſſi-bien qu'il fera dans l'Inſtrument de M. de Quereineuf.

ELOGE

DE M. CHIRAC.

PIERRE CHIRAC naquit en 1650 à Conques en Roüergue, de Jean Chirac, & de Marie Rivet, Bourgeois de cette petite Ville, & dont la Fortune étoit fort étroite. Quoique Fils unique, il n'eut point de meilleur parti à prendre, après ſes études, que de ſe deſtiner à l'Egliſe, qui lui parut une reſſource preſque abſolument néceſſaire. En étudiant la Théologie, il ne laiſſa pas de s'appliquer par curioſité à la Philoſophie de Deſcartes, qui avoit déja pénétré juſque dans le Roüergue. Quand il s'en fut rempli autant qu'il l'avoit pû ſans aucun ſecours, il crut pouvoir ſortir de Conques, & il alla à Montpellier, où cette même Philoſophie, naiſſante auſſi, commençoit à remuer les eſprits. Il fut bientôt connu dans cette Ville, quoiqu'accoûtumée depuis long temps à la ſcience & au mérite.

M. Chicoineau, Chancelier & Juge de l'Univerſité de Montpellier, prit chés lui en 1678 M. Chirac, qu'il regardoit déja comme grand Phiſicien, pour lui confier la direction des études de deux de ſes Fils, qu'il deſtinoit à la Médecine. Il fut ſi content du Maître qu'il leur avoit donné, qu'il voulut ſonger ſolidement à ce qui pouvoit lui convenir, & comme il lui trouvoit peu de véritable vocation pour l'Etat dont il portoit l'habit, & d'ailleurs beaucoup d'acquis dans la Phiſique, il le détermina à en profiter pour embraſſer la profeſſion de Médecin.

M. Chirac devenu membre de la Faculté de Montpellier en 1682, y enſeigna, 5 ans après, les différentes parties de la Médecine. On ſentit bientôt le prix des Leçons qu'il dictoit à ſes Auditeurs. Elles n'avoient pas le ſort ordinaire de périr entre les mains de ceux qui s'étoient donné la peine de les écrire,

écrire, on ſe les tranſmettoit des uns aux autres, & c'étoit une faveur, & encore aujourd'hui elles ſont un tréſor que l'on conſerve avec ſoin. On recueilloit avec le même empreſſement les diſcours qui en étoient l'explication, toûjours plus étendus & encore plus approfondis que les Leçons, on raſſembloit, on réuniſſoit ce que différentes perſonnes en avoient retenu, & on travailloit à en faire un Corps, tant on étoit animé par l'eſpérance d'une grande inſtruction.

Outre les leçons publiques, M. Chirac faiſoit chés lui des Cours particuliers, plus inſtructifs encore pour ſes Diſciples, & même pour lui, à cauſe de la liberté de la converſation. Les Etrangers y couroient en foule, & Montpellier ſe rempliſſoit d'Habitants qu'il lui devoit.

Quand il fut aſſés plein de Théorie, il ſe mit dans la Pratique. M. Barbeyrac y tenoit alors le premier rang à Montpellier, & ſon nom vivra long-temps. M. Chirac le prit pour guide & pour modelle, avec les reſtrictions néantmoins qu'un grand homme met toûjours à l'imitation d'un autre, ſans renoncer aux connoiſſances particuliéres qu'il pouvoit avoir acquiſes, ni à des vûës dont la nouveauté eût peut-être empêché M. Barbeyrac lui-même d'oſer les approuver.

En 1692, M. le Maréchal de Noailles lui donna, de l'avis de M. Barbeyrac, la place de Médecin de l'Armée de Rouſſillon. Il fut en 1693 au Siége de Roſes, après lequel une Diſſenterie Epidémique ſe mit dans l'Armée. Le Miniſtre de la Guerre lui envoya de Paris de l'Ipecacuana, qui y étoit encore nouveau, & connu ſeulement ſous le nom de *Remede du Medecin Hollandois.* Il en donna avec opiniâtreté, & de toutes les façons, ſans en pouvoir tirer aucun bon effet. A la fin, réduit à trouver ſa reſſource en lui-même, il donna du Lait coupé avec la leſſive de Sarments de Vigne, & il eut le plaiſir de voir preſque tous ſes Malades guéris.

Quelques années après il y eut à Rochefort une autre maladie épidémique, qu'on appelle de *Siam,* beaucoup plus cruelle que la Diſſenterie, nouvelle dans nos Climats, & effrayante par le ſeul ſpectacle. M. Begon, Intendant de cette

Ville, demanda au Roy M. Chirac, déja très-célebre, ſinguliérement pour les cas extraordinaires. Il eut recours à l'ouverture des Cadavres, plus néceſſaire que jamais dans un mal inconnu. Il en ouvrit peut-être 500, travail énorme, & qui demandoit une violente paſſion de s'inſtruire. Il vit le mal dans ſes ſources, & s'en aſſûra ſi bien, que comme il crut qu'il en pourroit être attaqué lui-même, il compoſa un grand Mémoire de la maniére dont il vouloit être traité en ce cas-là, & de tout ce qu'il y avoit à faire ſelon les différents accidents dont la maladie étoit ſuſceptible, car il prévoyoit tout, il détailloit tout. Il chargeoit de l'execution un Chirurgien ſeul, en qui il avoit pris confiance, & prioit inſtamment M. Begon de ne pas permettre qu'aucun autre s'en mêlât. Pour l'honneur de M. Chirac, il fut attaqué de la Maladie, traité ſelon ſes ordres, & gueri. Il lui en reſta ſeulement la ſuite ordinaire, une Jauniſſe, & ſa convaleſcence fut très-longue.

Ce fut pendant ce ſéjour de Rochefort, où il traita beaucoup de petites Véroles, qu'il découvrit que dans ceux qui en étoient morts il y avoit inflammation de Cerveau. Il eût donc fallu les ſaigner pour la prévenir, & même ſaigner du pied pour faire une diverſion, ou *révulſion* du ſang en embas. Mais ſaigner dans la petite Verole ! ſaigner du pied, ſur-tout des Hommes ! quelle étrange pratique ! n'en meurt-on pas toûjours ? Et en effet la ſaignée du pied dans les Hommes étoit preſque toujours ſuivie de la mort, parce qu'on n'y avoit recours que trop tard, & dans les cas déſeſperés. Un violent préjugé ſur ce ſujet bien établi, bien enraciné chés le peuple, ne l'étoit pas moins chés les Médecins, qui de plus ne ſe vouloient pas laiſſer renvoyer à l'Ecole. Ils ne l'accuſoient que d'ignorance, ou de témérité, tandis que le peuple l'accuſoit d'un deſſein formé contre les jours du Genre humain. Il ſoutint courageuſement ſa Pratique, malgré les clameurs qui s'élevoient de toutes parts ; ſes Malades guériſſoient, les autres mouroient, du moins en beaucoup plus grand nombre, & il n'étoit encore guere juſtifié.

C'eſt lui qui a reglé auſſi, mais avec moins de contradiction,

la maniére généralement reçûë dont on conduit aujourd'hui le Remede d'une autre Maladie du même nom. Les grands Medecins ſont ceux dont la pratique fondée ſur les principes d'expérience établis, eſt la plus ſûre, & la plus heureuſe, mais ceux qui établiſſent ſolidement de nouveaux principes, ſont d'un ordre plus élevé. Les uns portent l'Art, tel qu'ils le trouvent, juſqu'où il peut aller, les autres le portent plus loin qu'il n'alloit. Auſſi M. Silva, ſi bon juge en ces matiéres, & ſi intéreſſé à ne pas ſouffrir des Uſurpateurs dans les premiers rangs, a dit qu'*il appartenoit à M. Chirac d'être Légiſlateur en Médecine.*

Après s'être entiérement remis des fatigues & de ſa maladie de Rochefort, il avoit repris à Montpellier ſes anciennes fonctions de Profeſſeur & de Médecin. Là il eut deux conteſtations à eſſuyer, & même plus que des conteſtations, car elles devinrent des procès en Juſtice. Il s'agiſſoit de la découverte de l'Acide du Sang avec M. Vieuſſens, célebre Docteur de la même Faculté, & de la ſtructure des Cheveux avec M. Sorazzi, Medecin Italien. Ni l'un ni l'autre ſujet n'étoient dignes de la chaleur qui s'y mit. On eſt aſſés perſuadé de ſon propre mérite, cependant il ne nous raſſure pas aſſés pour nous procurer quelque tranquillité, quand on nous attaque. Le nom de M. Chirac ne laiſſoit pas de croître de jour en jour, les Provinces voiſines profitoient ſouvent de la proximité; on l'appelloit pour les Malades de diſtinction, & ſa réputation contribuoit beaucoup à affermir celle de la fameuſe École de Montpellier.

En 1706 feu M. le Duc d'Orleans partit pour aller commander l'Armée de France en Italie. Il laiſſoit ſon premier Medecin à Paris, & comme il lui en falloit un auprès de ſa perſonne, M. le Comte de Nocé, qui avoit fort connu M. Chirac à Montpellier, le propoſa par zele pour un Prince à qui il étoit infiniment attaché. La voix publique parloit comme lui, le choix fut fait, & eut les ſuites les plus heureuſes. M. le Duc d'Orléans au Siége de Turin fut très-dangereuſement bleſſé au Poignet, & ſe trouvoit ſur le point d'en perdre

le Bras, lorſque M. Chirac imagina de lui mettre ce Bras dans des Eaux de Balaruc, qu'on fit venir. Ce remede ſi ſimple, & auquel il eût été ſi naturel de ne pas penſer, produiſit une parfaite & prompte guériſon, preſque miraculeuſe. Il en a fait l'hiſtoire dans une grande Diſſertation en forme de Theſe *ſur les Playes*, ouvrage qui par la ſolidité & l'abondance de l'inſtruction, ſe fait pardonner ſans peine une grande négligence de ſtile.

L'année ſuivante ce Prince mena encore avec lui en Eſpagne M. Chirac, que la grande réputation qu'il y acquit obligea d'y demeurer quelque temps après la campagne finie.

Au retour d'Italie & d'Eſpagne il vint à Paris, & il en goûtoit fort le ſéjour. M. le Duc d'Orléans qui avoit M. Homberg pour premier Médecin, & ne croyoit pas que toute autre place fût digne de M. Chirac, voulut le renvoyer à Montpellier avec toutes les récompenſes dûës à ſes ſervices; il craignoit d'ailleurs qu'un homme de ce mérite ne fût pas vû de trop bon œil à Paris, & peut-être à la Cour, qui n'avoit pas été conſultée ſur ce choix. Mais M. Chirac avoit trop bien ſenti les avantages de Paris, il obtint ſans peine d'y demeurer, & il acheta le droit d'y exercer la Médecine par une des Charges de la Maiſon du Prince.

Il lui manquoit aſſés de choſes, preſque néceſſaires en ce pays-ci. Il parloit peu, ſéchement, & ſans agrément. Il ne faiſoit guere aux Malades ces explications circonſtanciées & détaillées de leurs maux, qu'ils ne ſont pas ordinairement capables d'entendre, & qu'ils écoutent pourtant avec une eſpece de plaiſir. Il leur préſentoit dans les occaſions l'idée deſobligeante, quoique vraye, qu'il y avoit de la fantaiſie & de la viſion dans leurs infirmités, il leur nioit ſans détour juſqu'à leur ſentiment même, & combien les Femmes principalement en devoient-elles être choquées ? Il ſe prêtoit peu aux objections ſouvent puériles des Malades, ou de leurs familles, & on n'arrachoit jamais de lui aucune complaiſance, aucune modification à ſes déciſions laconiques ; heureux les Malades, quand il avoit pris le bon chemin ! Il n'étoit guere

conſolant, & n'avoit preſque qu'un même ton pour annoncer les évenements les plus oppoſés. De plus il apportoit des pratiques nouvelles, & certainement il devoit avoir quelques mauvais ſuccès, qui plus certainement encore ſeroient bien mis en évidence, & bien relevés.

Malgré tout cela, à peine fut-il fixé à Paris qu'il y eut une vogue étonnante. Sa Ruë étoit incommodée de la quantité de Carroſſes qu'on lui envoyoit de tous côtés. On peut croire que la nouveauté y avoit quelque part, puiſque Paris étoit le lieu de la Scene, mais il falloit au fond que de grandes & de rares qualités euſſent ſurmonté à ce point-là tout ce qui lui étoit contraire. En effet il avoit ce qu'on appelle *le coup d'œil,* d'une juſteſſe & d'une promptitude ſinguliére, & peut-être unique. C'étoit une eſpece d'inſpiration, dont la clarté & la force prouvoient la vérité, du moins pour lui. Par-là le plus difficile étant fait, il formoit en lui-même le Plan de la Cure, & le ſuivoit avec une conſtance inébranlable, parce qu'il n'auroit pû s'en départir ſans agir contre des lumiéres qui le frappoient ſi vivement. Ceux qui n'en ont que de moindres ou de moins vives, peuvent n'être pas ſi conſtants, & même ne le doivent pas. Les Malades prenoient d'autant plus de confiance en lui, qu'ils ſe ſentoient conduits par une main plus ferme, ſon infléxibilité leur aſſûroit combien il comptoit d'avoir pris le bon parti, & ils s'encourageoient par ſes rigueurs. Ils voyoient encore que ſi les occaſions le demandoient, il hazardoit volontiers pour eux ſa propre réputation. Lorſqu'il jugeoit néceſſaire un de ces coups hardis qui lui étoient particuliers, & que le Malade étoit important, il ſçavoit qu'il ſe rendoit reſponſable de l'évenement, & que s'il étoit fâcheux, les cris d'une famille puiſſante ſoûlevoient auſſi-tôt le Public contre lui, cependant il ne molliſſoit point, il ne préféroit point la route ordinaire plus périlleuſe pour le Malade, mais moins pour le Médecin, & il vouloit, à quelque prix que ce fût, avoir tout fait pour le mieux.

A la mort de M. Homberg, qui arriva en 1715, M. le Duc d'Orléans, déja Régent du Royaume, le fit ſon premier

Médecin, choix preſque néceſſaire, qui lui donnoit un nouvel éclat, & eût augmenté, s'il eût été poſſible, ſa grande pratique de Paris. L'année ſuivante il entra dans l'Académie en qualité d'Aſſocié libre, & ſans ſes occupations continuelles & indiſpenſables, on lui reprocheroit d'avoir trop joui des privileges de ce titre.

En 1718 il ſucceda à M. Fagon dans la Surintendance du Jardin du Roy. Il étoit à la ſource des graces, puiſque le Prince Régent en étoit le maître, & qu'il aimoit tant à en faire.

En 1720 Marſeille fut attaquée d'une maladie d'abord inconnuë, mais qui dès ſa naiſſance faiſoit de grands ravages. M. Chirac offrit au Régent d'y aller, afin que la Ville, qui ſe verroit ſecouruë par le Gouvernement, en prît plus de courage pour ſe ſecourir elle-même. Son offre ne fut pas acceptée, il propoſa en ſa place Mrs Chicoineau & Verny, célebres Médecins de Montpellier, dont il garantit le ſçavoir, le zele & l'intrépidité, & les ordres pour leur voyage furent donnés par S. A. R. M. Chicoineau étoit le même dont il avoit été Précepteur, & de plus c'étoit ſon Gendre, car la Fille unique du Précepteur étoit devenuë un aſſés bon parti pour épouſer le Diſciple. Il étoit juſte que la maiſon par où il avoit commencé ſa fortune, & qui lui en avoit ouvert la route, en profitât.

Mrs Chicoineau & Verny arrivés à Marſeille trouverent la Peſte, accompagnée de toute la deſolation, de toute la conſternation, de toutes les horreurs qu'elle a jamais trainées après elle. La Ville n'étoit preſque plus habitée que par des Cadavres, qui jonchoient les Rues, ou par des Mourants abandonnés qui n'avoient pas eu la force de fuir. Nulles proviſions, nuls vivres, nul argent. M. Chirac fut, pour ainſi dire, le Médecin general de Marſeille par le ſoin aſſidu dont il veilloit à tous ſes beſoins auprès du Régent, par les ſecours de toute eſpece qu'il obtenoit pour elle, par toutes les lumieres dont il fortifioit celles des habiles gens qu'il y avoit fait envoyer. Il procura encore à cette malheureuſe Ville quatre Médecins de Montpellier, & ſes amis, qu'il crut

dignes d'une Commiſſion ſi honorable, & ſi peu recherchée. M. Boyer, de qui je tiens cette Relation, & qui aujourd'hui pratique avec ſuccès à Paris, fut l'un d'entre eux. Ils raſſûrérent d'abord le peuple par l'extrême hardieſſe dont ils abordoient les Malades, & par l'impunité de cette hardieſſe, toûjours heureuſe. Peut-être, & cela ne diminuëroit guere la gloire de l'Héroiſme, étoient-ils dans le ſentiment de M. Chirac, que la Peſte ne ſe communique pas par contagion. Quoi qu'il en ſoit de cette opinion ſi paradoxe, il ſeroit difficile qu'elle fût plus dangereuſe & plus funeſte aux Peuples que l'opinion commune.

M. Chirac avoit conçu depuis long temps une idée, qui eût pû contribuer beaucoup à l'avancement de la Médecine. Chaque Médecin particulier a ſon ſçavoir qui n'eſt que pour lui, il s'eſt fait par ſes Obſervations & par ſes Réfléxions certains principes, qui n'éclairent que lui; un autre, & c'eſt ce qui n'arrive que trop, s'en ſera fait de tout differents, qui le jetteront dans une conduite oppoſée. Non ſeulement les Médecins particuliers, mais les Facultés de Médecine ſemblent ſe faire un honneur & un plaiſir de ne s'accorder pas. De plus les Obſervations d'un Pays ſont ordinairement perduës pour un autre. On ne profite point à Paris de ce qui a été remarqué à Montpellier. Chacun eſt comme renfermé chés ſoi, & ne ſonge point à former de ſociété. L'Hiſtoire d'une Maladie qui aura regné dans un lieu, ne ſortira point de ce lieu là, ou plûtôt on ne l'y fera pas. M. Chirac vouloit établir plus de communication de lumiéres, plus d'uniformité dans les Pratiques. Vingt-quatre Médecins des plus employés de la Faculté de Paris auroient compoſé une Académie, qui eût été en correſpondance avec les Médecins de tous les Hôpitaux du Royaume, & même des Pays étrangers, qui l'euſſent bien voulu. Dans un temps où les Pleureſies, par ex. auroient eſté plus communes, l'Académie auroit demandé à ſes Correſpondants de les examiner plus particuliérement dans toutes leurs circonſtances, auſſi-bien que les effets pareillement détaillés des Remedes. On auroit fait de toutes ces Relations un

Réſultat bien précis, des eſpeces d'Aphoriſmes, que l'on auroit gardés cependant juſqu'à ce que les Pleureſies fuſſent revenuës, pour voir quels changements ou quelles modifications il faudroit apporter au premier Réſultat. Au bout d'un temps on auroit eu une excellente Hiſtoire de la Pleureſie, & des Regles pour la traiter, auſſi ſûres qu'il ſoit poſſible. Cet exemple fait voir d'un ſeul coup d'œil quel étoit le Projet, tout ce qu'il embraſſoit, & quel en devoit être le fruit. M. le Duc d'Orleans l'avoit approuvé & y avoit fait entrer le Roy, mais il mourut lorſque tout étoit diſpoſé pour l'éxecution.

Par cette mort, que le plus grand nombre ſentit douloureuſement, M. Chirac perdoit non ſeulement un Prince de la Famille Royale, mais encore un Premier Miniſtre. Privé de ce Maiſtre & de ce Protecteur, mais toûjours attaché à ſon auguſte Maiſon, il quitta la Cour, & recommença à ſe livrer abſolument à la Ville, qui regarda comme un bien pour elle le malheur d'un ſi grand Médecin. On lui donnoit la premiére place dans ſa Profeſſion, & les plus illuſtres de ſes Confreres y conſentoient, ſans prétendre même diminuer ſa ſupériorité par l'avantage qu'il avoit des années & de l'expérience. Il dominoit dans les Conſultations comme auroit fait Hippocrate, on l'auroit preſque diſpenſé de raiſonner, & ſon autorité ſeule eût ſuffi.

Il obtint du Roy en 1728 des Lettres de Nobleſſe, & enfin en 1730 le plus grand honneur où il pût arriver, la place de premier Médecin vacante par la mort de M. Dodart. Tous les François zélés pour les jours de leur Maître, l'avoient nommé d'une commune voix, & pour cette fois ſeulement les intrigues de la Cour n'eurent rien à faire.

Il attira auſſi-tôt à la Cour M. Chicoineau ſon gendre, qui indépendamment de ce titre avoit pour lui l'hiſtoire de la Peſte de Marſeille, une grande capacité en Médecine, employée principalement au ſervice des Malades indigents. Le Roy le mit auprès des Enfants de France.

La nouvelle autorité de M. Chirac lui réveilla les idées de ſon Académie de Médecine. Les fonds néceſſaires, article

le

le plus difficile, étoient réglés & aſſûrés, mais quand le deſſein fut communiqué à la Faculté de Paris, il ſe trouva beaucoup d'oppoſition. Elle ne goûtoit point que vingt-quatre de ſes Membres compoſaſſent une petite Troupe choiſie, qui auroit été trop fiére de cette diſtinction, & ſe ſeroit cruë en droit de dédaigner le reſte du Corps. Les plus employés devoient la former, & les plus employés pouvoient-ils ſe charger d'occupations nouvelles? n'étoit-on pas déja aſſés inſtruit par les voyes ordinaires? Enfin comme il eſt aiſé de contredire, on contrediſoit, & avec force, & le premier Médecin trop engagé d'honneur pour reculer, perſuadé d'ailleurs de l'utilité de ſon Projet, tomboit dans l'incertitude de la conduite qu'il devoit tenir à l'égard d'un Corps reſpectable. La douceur & la vigueur ſont également dangereuſes, & il ſe déterminoit pour les partis de vigueur, lorſqu'il fut attaqué de la maladie dont il mourut le 1 Mars 1732, âgé de 82 ans. Il avoit annoncé lui-même, pour pouſſer juſqu'au bout la ſcience du Pronoſtic, qu'il n'en pouvoit échapper.

Il a laiſſé une fortune conſidérable, bien duë à un travail auſſi long, auſſi aſſidu, auſſi pénible, auſſi utile à la Société. Il légue par ſon Teſtament à l'Univerſité de Montpellier la ſomme de trente mille livres, qui ſeront employées à fonder deux Chaires pour deux Profeſſeurs, dont l'un fera des leçons d'Anatomie comparée, l'autre expliquera le Traité de Borelli *De Motu Animalium*, & les matiéres qui y ont rapport.

On peut juger par-là combien il eſtimoit l'Anatomie, & puiſqu'il l'eſtimoit tant, on peut juger qu'il la poſſedoit à fond. Il alloit encore plus loin, juſqu'à la Chirurgie, & à tous les détails de cet Art, dont aſſés communément les Médecins ne s'inquiétent pas. Convaincu qu'ils ne devroient pas regarder les opérations manuelles comme indignes d'eux, & que toute leur gloire eſt de guérir, il avoit obtenu en 1726 l'établiſſement de ſix places de Médecins-Chirurgiens entretenus par le Roy, qui ſeroient reçûs gratuitement dans la Faculté de Montpellier, à condition qu'ils exerceroient eux-mêmes la Chirurgie dans l'Hopital de cette Ville, mais ce deſſein, qui

à peine commençoit à s'éxécuter, fut arrêté par des accidents étrangers, & le préjugé contraire à la réunion des deux professions, qui peut-être eût été ébranlé par cet exemple, demeura dans toute sa force. Du moins M. Chirac l'attaqua toûjours par sa conduite autant qu'il le pouvoit, il ne manquoit pas d'opérer de sa main, lorsqu'il trouvoit des Malades sans secours, ou avec de mauvais secours. Aussi les plus habiles Chirurgiens de Paris l'appelloient dans toutes les grandes occasions, ravis d'avoir un témoin & un juge si éclairé, qui se faisoit un honneur d'être alors l'un d'entre eux. C'est à lui que l'on doit M. de la Peyronnie, qui étoit à la veille de prendre ses degrés de Docteur en Médecine à Montpellier, quand M. Chirac le détermina à prendre le parti de la Chirurgie, qu'il aimoit trop pour ne lui pas procurer un si grand Sujet. Il accompagna même ses conseils d'une prédiction de ce qui arriveroit à son Ami, & il a eu le plaisir de la voir accomplie.

ELOGE
DE M. LE CHEVALIER DE LOUVILLE.

JACQUES EUGENE D'ALLONVILLE, Chevalier de Louville, naquit le 14 Juillet 1671 de Jacques d'Allonville, Chevalier Seigneur de Louville, & de Catherine de Moyencourt. Il y avoit au moins 300 ans que ſes Ancêtres poſſedoient la Terre & Seigneurie de Louville dans le Pays Chartrain.

Il étoit cadet, il fut deſtiné à l'Egliſe, & on lui en donna l'habit, qui aſſés ſouvent accoûtume les Enfans à croire qu'ils y ſont appellés. Pour lui, il ne ſe le laiſſa pas perſuader ſi aiſément, & quand il fut queſtion de le tonſurer à 7 ans, il attendit le jour de la cérémonie pour déclarer en quatre paroles, avec une fermeté froide, inébranlable, & fort au-deſſus de ſon âge, qu'il ne vouloit point être Eccléſiaſtique. Il fit ſes Etudes d'une maniere aſſés commune, & il ne ſe diſtingua que par un caractere plus ſerieux, & plus ſenſé que celui de ſes pareils, & par ſon dédain pour leurs divertiſſements. Le haſard lui fit tomber entre les mains ce qu'il lui falloit, & qu'il eût cherché s'il en eût eu quelque idée, les Elements d'Euclide par Henryon. Il n'avoit que 12 ans, & les liſant ſeul il les entendit d'un bout à l'autre ſans difficulté. C'eſt de lui que l'on tient ce fait, mais ceux qui l'ont connu n'ont pas héſité à l'en croire ſur ſa parole.

Sa naiſſance ne lui laiſſoit plus d'autre parti à prendre que celui de la Guerre, qui d'ailleurs s'accordoit aſſés avec ſon goût pour les Mathématiques. Il entra d'abord dans la Marine, & ſe trouva à la Bataille de la Hougue en 1690. De-là il paſſa au Service de Terre, & fut Capitaine dans le Regiment du Roi. A la fin de 1700 M. le Marquis de Louville ſon frere aîné, Gentilhomme de la Manche du Duc d'Anjou, ſuivit en Eſpagne ce Prince devenu Roi de cette grande Monarchie, & bientôt après

il fit venir le Chevalier dans une Cour où toutes ſortes d'agréments l'attendoient. Il les y trouva en effet, il fut Brigadier des Armées du Roi d'Eſpagne, il eut un Brevet d'une Penſion aſſés conſidérable ſur l'Aſſiente, mais qui lui demeura inutile. Au bout de 4 ans il fut obligé par de malheureux événements, qui ne ſont que trop connus, à repaſſer en France, où il reprit le Service. Il fut pris à la Bataille d'Oudenarde, abſolument dépoüillé de tout, & envoyé priſonnier en Hollande, d'où il ne ſortit qu'au bout de 2 ans qu'il fut échangé. Quand la Paix ſe fit, il avoit un Brevet de Colonel à la ſuite des Dragons de la Reine avec une Penſion de 4000 livres accordée par le feu Roi.

Le peu de temps qu'une vie agitée & tumultueuſe lui avoit permis juſque-là de donner aux Mathématiques, n'avoit fait qu'irriter ſa paſſion pour elles, mais on entroit alors dans une Paix qui ne pouvoit être que longue, & qui lui aſſuroit en même-temps & beaucoup de loiſir, & une fortune honnête. Naturellement il devoit ſe contenter de cette ſituation, du moins juſqu'[illegible]ne nouvelle Guerre, cependant il voulut abſolument rompre avec tout ce qui n'appartenoit pas à ſon goût dominant, & malgré les remontrances de ſa famille & de ſes amis, malgré une bréche conſidérable qu'il faiſoit à ſon revenu, il alla avec cette fermeté invincible dont il avoit déja donné un eſſai en refuſant la Tonſure, remettre entre les mains du Miniſtre de la Guerre ſon Brevet de Colonel & les Appointements.

Maître enfin de lui-même, il ſe dévoüa aux Mathématiques, & principalement à l'Aſtronomie. Il alla à Marſeille en 1713 ou 14 dans le ſeul deſſein d'y prendre exactement la hauteur du Pole, qui lui étoit néceſſaire pour lier avec plus de ſûreté ſes Obſervations à celles de Pytheas anciennes d'environ 2000 ans. En 1715 il fit le voyage de Londres exprès pour y voir l'Eclipſe totale de Soleil, & il n'eut point de regret à un Contrat de 8000 livres ſur la Ville, que cette curioſité lui coûta, & qui n'étoit pas un fort petit objet dans ſa fortune.

Il n'y a guére dans Paris d'autre habitation que l'Obſervatoire, qui puiſſe parfaitement convenir à un Aſtronome. Il lui faut un grand Horiſon, des lieux d'une diſpoſition particu-

liere, & qu'il ne ſoit pas obligé de quitter ſelon les interêts ou le caprice d'autrui. M. le Chevalier de Louville, très-porté d'ailleurs à la retraite par ſon caractere, fixa ſon ſejour dans une petite Maiſon de campagne, qu'il acheta en 1717 à un quart de lieuë d'Orleans, ce lieu s'appelle Carré. La Nature lui offroit là tout ce qu'il pouvoit déſirer de commodités Aſtronomiques, & il ſçut bien s'y procurer celles qui dépendoient de lui. Il étoit de l'Académie dès 1714, & cette demeure éloignée ne s'accordoit pas tout-à-fait avec nos Regles, mais les Aſtronomes ſont rares, il promit d'apporter tous les ans à Paris les fruits de ſa retraite, & s'en acquitta réguliérement.

On aura peut-être peine à croire combien dans ce ſiécle-ci, en France, à 30 lieuës de Paris, un Aſtronome, avec tout ſon équipage & ſes pratiques ordinaires, fut un ſpectacle étonnant aux yeux de tout le Canton de Carré. Nous ne rapporterions pas ces bagatelles, ſi elles n'étoient de quelque utilité pour l'Hiſtoire des connoiſſances du Genre humain, & ſi elles ne faiſoient voir avec quelle extrême lenteur les Nations en corps cheminent vers les vérités les plus ſimples. Les Eclipſes de Soleil & les Cometes, qui effrayoient le peuple de Paris, il n'y a pas 100 ans, lui ſont devenuës indifférentes, mais encore aujourd'hui les Payſans d'auprés d'Orleans ne peuvent pas prendre une autre idée d'un homme qu'ils voyent obſerver le Ciel, ſinon que c'eſt un Magicien. Quand leurs Vignes ont manqué, ils l'en accuſent. Un Mât de 30 ou 35 pieds qu'il a planté dans ſon Jardin pour y attacher une Lunette de 30 pieds, eſt deſtiné à lui faire voir les Etoiles de plus près, & pluſieurs l'ont vû ſe faire *hiſſer* au haut de ce Mât, & y reſter long-temps. Les honnêtes gens du Pays, trop éclairés pour donner dans la Magie, viennent de toutes parts lui demander quel temps il fera, ou ſi la récolte ſera abondante. Il eſt vrai que Paris même n'eſt pas encore bien parfaitement deſabuſé de faire le même honneur à Mrs de l'Obſervatoire.

M. le Chevalier de Louville eût été accablé par le nombre exceſſif de viſites qu'une folle curioſité lui amenoit, comme s'il eût été un Brachmane, ou un Gimnoſophiſte, mais il y

mit ordre le mieux qu'il put par la maniére dont il ſçavoit les recevoir. Il avoit établi qu'on pouvoit venir dîner avec lui, mais à condition d'y dîner ſeulement. Quand on arrivoit avant l'heure, on prenoit un Livre dans la Bibliotheque pour s'amuſer, ou bien on alloit ſe promener dans un Jardin aſſés agréable, & bien tenu, on étoit le maître; mais lui, il ne ſortoit de ſon Cabinet que pour ſe mettre à Table, & le repas fini il rentroit dans ce Cabinet, laiſſant à ſes Hôtes la même liberté qu'auparavant. On voit aſſés combien il gagnoit de temps par un retranchement ſi rigoureux & ſi hardi de toutes les inutilités ordinaires de la Société.

Il faiſoit de ſes propres mains dans ſes Inſtruments Aſtronomiques tout ce qu'il y avoit de plus fin & de plus difficile, tout ce que les plus habiles Ouvriers n'oſent faire dans la derniére perfection, parce qu'il leur en coûteroit un temps & des peines dont on ne pourroit pas ſe réſoudre à leur tenir aſſés de compte. Pour lui, il ne les épargnoit point, fort ſatisfait d'en être payé par lui-même, ſi ſes Obſervations en étoient plus juſtes. Nous avons donné en 1724 * un exemple aſſés remarquable de toutes les attentions ſcrupuleuſes & preſque vetilleuſes qu'il avoit apportées à la détermination de la grandeur des Diametres du Soleil, point fondamental pour la Théorie de cet Aſtre, dont il donna de nouvelles Tables imprimées dans le Volume de 1720. Nous y avons expliqué * les principes de leur conſtruction, qui demandoit également & une fine recherche de ſpéculation, & une grande éxactitude de pratique. Les Calculs Aſtronomiques, qui ne roulent que ſur des *à peu-près*, quoi-qu'extrêmement approchants, il les vouloit amener à être des Calculs Algébriques, exempts de tout tâtonnement. L'Aſtronomie acquéroit par-là une certaine nobleſſe, & devenoit plus véritablement Science. Ce que nous avons dit en 1724 * ſur ſa nouvelle Méthode de calculer les Eclipſes explique ſuffiſamment ſes penſées ſur ce ſujet.

* p. 82. & ſuiv.

* p. 80. & ſuiv.

* p. 74. & ſuiv.

Il en avoit une plus ſinguliére & plus ſujette à conteſtation ſur l'obliquité de l'Ecliptique par rapport à l'Equateur. Tous les Aſtronomes la poſent conſtante, & il la croyoit décroiſ-

ſante, mais ſeulement de 1 Minute en 100 ans, de ſorte que dans un temps très-long, qui ſe détermine aiſément, l'Ecliptique viendroit à ſe mettre dans le plan de l'Equateur, & les deux Poles verroient enſemble le Soleil pendant quelques années. M. de Louville ſe donna la peine de ramaſſer de tous côtés, & depuis l'antiquité la plus reculée juſqu'à nous tout ce qui pouvoit appartenir à ce ſujet directement ou indirectement, & à quelque exception près, tout aboutiſſoit à rendre l'obliquité de l'Eplitique decroiſſante, ſouvent aſſés juſte ſelon la proportion poſée. Il crut même pouvoir prouver dans certaines circonſtances heureuſes que ce décroiſſement, * qui ne peut être que d'une extrême lenteur, avoit été 5 ans préciſément des 3 Secondes qu'il falloit. Il n'ignoroit pas que cette grandeur eſt en Aſtronomie un Infiniment petit, mais le ſoin ſingulier qu'il mettoit à ſes Obſervations pouvoit juſtifier une confiance qu'il ne ſe fût pas permiſe autrement.

* V. l'Hiſt. de 1714. p. 68. de 1716. p. 48. de 1721. p. 65.

Quoiqu'il parût s'être renfermé dans l'Aſtronomie, il ſe mêla de la célebre Queſtion des *Forces vives*. Il fut le premier de l'Académie, qui oſa ſe déclarer contre M. Leibnitz *. Quel nom! quelle autorité! Mais ſi le Géometre par lui-même eſt fait pour ne pas déférer aux noms & aux autorités, le caractere de M. de Louville le rendoit à cet égard plus Géometre qu'un autre. Il continua en 1728 * la même entrepriſe, & M. de Mairan ſe joignit à lui avec une nouvelle Théorie. C'étoit alors l'illuſtre M. Bernoulli qu'ils attaquoient. Le procès des Forces vives n'eſt pas encore jugé en forme. Il ne faut pas s'attendre qu'il ſorte du Monde ſçavant une voix générale qui le décide, mais dans la ſuite du temps les Géométres, que des occaſions inévitables forceront à prendre un parti, tomberont dans le bon par l'enchaînement des vérités, & l'autre demeurera oublié. Il y a eu, & il y aura encore de ces déciſions ſourdes du Public.

* V. l'Hiſt. de 1721. p. 81. & ſuiv.

* V. l'Hiſt. de 1728. p. 73. & ſuiv.

Au commencement de Septembre 1732, M. le Chevalier de Louville eut deux accès de fiévre léthargique, qui ne l'étonnerent point. Il avoit coûtume de regarder ſes maux comme des phénomenes de Phiſique, auſquels il ne s'intereſſoit

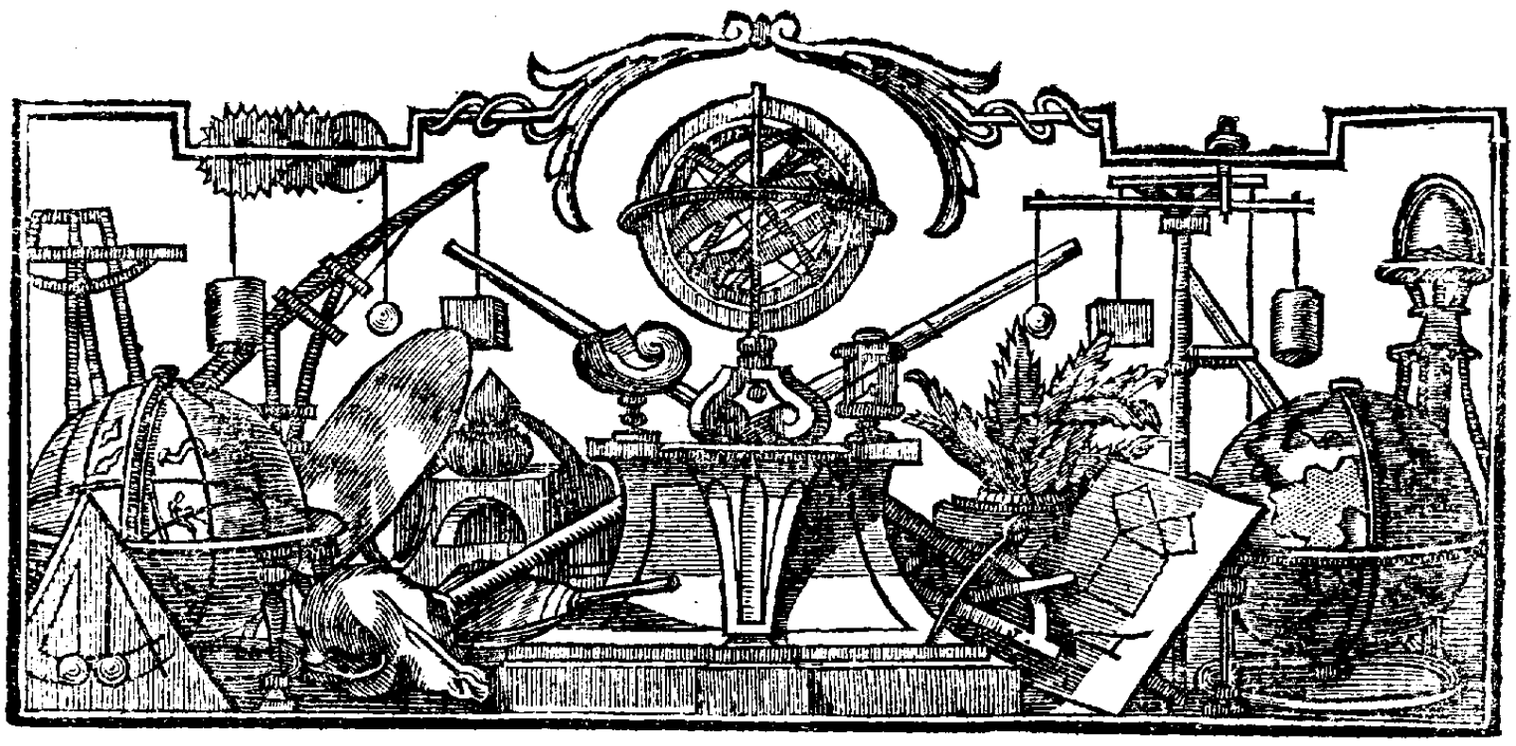
que pour en trouver l'explication. Il continuoit ſa vie ordinaire, lorſque la même fiévre revint, & l'emporta le 10 du mois au bout de 40 heures, pendant leſquelles il fut abſolument ſans connoiſſance.

Il avoit l'air d'un parfait Stoïcien, renfermé en lui-même, & ne tenant à rien d'extérieur, bon ami cependant, officieux, généreux, mais ſans ces aimables dehors, qui ſouvent ſuppléent à l'eſſentiel, ou du moins le font extrémement valoir. Il étoit fort taciturne, même quand il étoit queſtion de Mathématiques, & s'il en parloit, ce n'étoit pas pour faire parade de ſon ſçavoir, mais pour le communiquer à ceux qui l'en prioient ſincérement. Le Sçavant qui ne parle que pour inſtruire les autres, & qu'autant qu'ils veulent être inſtruits, fait une grace, au lieu que lorſqu'il ne parle que pour étaler, on lui fait une grace, ſi on l'écoute. Dans les Lectures que M. de Louville faiſoit à nos Aſſemblées, il ne manquoit point de s'arrêter tout court, dès qu'on l'interrompoit, il laiſſoit avec un flegme parfait un cours libre à l'objection, & quand il l'avoit déſarmée, ou laſſée par ſon ſilence, il reprenoit tranquillement où il avoit quitté, apparemment il faiſoit enſuite ſes réflexions, mais il ne l'avoit ſeulement pas promis. On prétend que ce Stoïcien, ſi auſtere & ſi dur, ne laiſſoit pas d'avoir ſur ſa Table, ſur ſes habillements certaines délicateſſes, certaines attentions raffinées, qui le rapprochoient un peu des Philoſophes du parti oppoſé.

Faute à corriger dans l'Hiſtoire de 1728.

Page 102. ligne 28. en raiſon renverſée des diſtances au centre. *Liſés,* des racines des diſtances au centre.

MÉMOIRES



MEMOIRES
DE
MATHEMATIQUE
ET
DE PHYSIQUE,
TIRÉS DES REGISTRES
de l'Academie Royale des Sciences.
De l'Année M. DCCXXXII.

SUR DE NOUVELLES COURBES
auſquelles on peut donner le nom de LIGNES
DE POURSUITE.

Par M. BOUGUER.

DEPUIS qu'on trouve avec plus de facilité les ſymptomes de toutes les lignes courbes, la découverte même de ces lignes n'attire plus la même attention. Mais on doit cependant continuer à remarquer celles qui ont 16 Janvier 1732.

des propriétés curieuſes, celles principalement qui formant des familles entiéres, ou qui étant ſuſceptibles d'une infinité de genres, ſont en même temps rectifiables, & qui ne renferment que des eſpaces dont on peut avoir la quadrature. Comme ce ſont-là en effet des ſingularités qui ne vont encore que rarement enſemble, malgré l'application réïtérée des méthodes, j'ai crû que je ne devois pas ſupprimer l'analyſe, quoique très-ſimple, des courbes dont les longueurs ont un rapport conſtant avec les parties de l'axe interceptées entre les tangentes & le ſommet.

On peut donner à ces courbes le nom de lignes de *pourſuite*, parce qu'elles ſont décrites par le mouvement uniforme d'un point qui en pourſuit un autre. Conſidérées ſous cette idée, on voit qu'elles ſont tracées preſque tous les jours, & elles l'étoient le temps paſſé encore plus ſouvent, lorſqu'on commettoit fréquemment cette faute dans la Marine, de diriger exactement la Prouë vers les Vaiſſeaux auſquels on donnoit chaſſe. Auſſi-tôt que le Navire qui pourſuivoit l'autre, n'étoit pas ſitué ſur la route que ſuivoit ce dernier, il étoit obligé de ſe détourner ſans ceſſe de la ligne droite, & de décrire la courbe dont il eſt ici queſtion. La droite tracée par le Navire qui fuyoit, étoit l'axe, & très-ſouvent l'aſymptote ; les lignes tirées d'un Navire à l'autre étoient tangentes à la courbe : & il eſt clair que ſuppoſé que les vîteſſes de ces deux Vaiſſeaux fuſſent conſtantes, les parties de l'axe tracées par le premier, & interceptées entre les tangentes, étoient continuellement proportionnelles aux parties de la courbe que l'autre Navire décrivoit en même temps.

Fig. 1. Soit *ABDQ (Fig. 1.)* cette courbe dont nous nous propoſons de découvrir la nature. *AV* eſt ſon axe, & *A* ſon ſommet ; *FG, BC, DE,* des tangentes en différents points : il faut que toutes les longueurs *AF, AB, AD,* &c. ſoient en même raiſon avec les parties *AG, AC, AE,* &c. de l'axe, compriſes entre le ſommet & les tangentes *FG, BC, DE,* &c. Je prends *n* & *m* pour les expoſants de ce rapport ; & il eſt clair que chaque partie, comme *BD* de la courbe, doit être

auſſi à la partie CE de l'axe, interceptée entre les tangentes BC & DE, comme n eſt à m; & que les parties infiniment petites de la courbe & de l'axe doivent conſerver encore le même rapport. Ainſi ſi l'on conçoit deux tangentes DE, de, ou FG, fg, infiniment proche l'une de l'autre, il faut que la petite partie Dd ou Ff de la ligne de *pourſuite* ſoit à la petite partie de l'axe Ee ou Gg parcouruë en même temps, comme n eſt à m. Cela ſuppoſé par ces points D & d qui ſont infiniment proche l'un de l'autre, je conduis les deux perpendiculaires DI, di, à l'axe, & je nomme y ces perpendiculaires que je prends pour ordonnées. Quant aux abſciſſes, il ſeroit, ce ſemble, naturel de prendre le point A pour leur origine; mais comme il y a pluſieurs cas dans leſquels la courbe & ſon axe avancent continuellement de A vers Y, ſans jamais ſe rencontrer, nous ferons commencer les abſciſſes au point C, où la tangente BC eſt perpendiculaire à l'axe : nous nommerons a cette tangente qui eſt en même temps la premiére des ordonnées, & nous appellerons x les abſciſſes, & dx leur différentielle. Conduiſant enſuite la petite ligne Md parallele & égale à $Ii = dx$, je forme le petit triangle DMd qui a pour hypotenuſe la petite portion Dd de la courbe, & les différentielles $dy = MD$ & $dx = Md$ pour côtés; de ſorte que $Dd = \sqrt{dy^2 + dx^2}$. La reſſemblance de ce petit triangle DMd & du grand DIE, nous donnera d'une autre part $\frac{y\,dx}{dy}$ pour la ſoûtangente IE; & ſi nous en retranchons l'abſciſſe x, il nous viendra $\frac{y\,dx}{dy} - x$ ou $\frac{y\,dx - x\,dy}{dy}$ pour la partie CE compriſe entre l'origine C des abſciſſes & la tangente DE. Or nous n'avons qu'à prendre la différentielle de cette quantité $\frac{y\,dx - x\,dy}{dy}$, pour avoir la partie infiniment petite Ee de l'axe qui doit être à la petite portion Dd de la ligne de pourſuite dans le rapport conſtant de m à n. Cette différentielle (en ſuppoſant dy conſtante) eſt $\frac{y\,ddx}{dy}$; & faiſant la proportion,

n eſt à m comme $\sqrt{dy^2 + dx^2} = Dd$ eſt à $\frac{y\,ddx}{dy} = Ee$, on en tire l'équation $\frac{n\,y\,ddx}{dy} = m\sqrt{dy^2 + dx^2}$ qui exprime en ſecondes différences la nature de nôtre ligne courbe, & qu'il nous faut réſoudre.

Je change cette équation en $\frac{n\,ddx}{\sqrt{dy^2 + dx^2}} = \frac{m\,dy}{y}$, dont le ſecond membre eſt une différentielle logarithmique ; & je reconnois qu'on peut donner la même forme au premier, parce qu'il a rapport aux ſecteurs d'une hyperbole équilatere infiniment petite, dont dy eſt la longueur du demi-axe, & qu'il ſuffit de transformer ces ſecteurs en ſegments aſymptotiques qui leur ſoient égaux. Il eſt évident que le premier terme de nôtre équation a rapport aux ſecteurs d'une hyperbole équilatere. Car ſi on en conçoit une FAH (*Fig. 2.*) qui ſoit infiniment petite, dont CB & CD ſoient les deux aſymptotes, & dont le demi-axe CA ſoit égal à la conſtante dy, & qu'après avoir pris ſur l'autre axe les parties CE, Ce, égales à la variable dx, on tire les paralleles EF, ef, au premier axe, les ſecteurs élémentaires FCf auront pour expreſſion $\frac{dy^2\,ddx}{2\sqrt{dy^2 + dx^2}}$, tout comme ils auroient pour expreſſion $\frac{a^2\,dz}{2\sqrt{a^2 + z^2}}$, ſi la conſtante a déſignoit le demi-axe CA, & z les variables CE : & ainſi le premier terme $\frac{n\,ddx}{\sqrt{dy^2 + dx^2}}$ de nôtre équation différentielle eſt égal au petit ſecteur élémentaire FCf multiplié par la quantité conſtante $\frac{n}{2\,dy^2}$. Mais nous transformerons ce premier terme, en ſubſtituant à la place du petit ſecteur FCf, le petit ſegment aſymptotique $FBbf$ qui lui eſt égal ; & pour cela nous n'avons qu'à chaſſer de cette expreſſion les parties CE du ſecond axe, & introduire celles CE de l'aſymptote. Si l'on prend la nouvelle indéterminée ds pour déſigner ces derniéres

Fig. 2.

Fig. 1.

parties, on aura $\sqrt{\frac{1}{2}}\,ds - \frac{dy^2}{2\sqrt{2}\,ds}$ pour la valeur des premiéres. Car BF eſt par la propriété de l'hyperbole égale à $\frac{dy^2}{2\,ds}$, c'eſt-à-dire, au rectangle $\frac{1}{2}\,dy^2$ de CG par GA diviſé par $CB\,(ds)$; & ſi après avoir retranché de CB la partie BI qui eſt égale à BF, pour avoir $CI = ds - \frac{dy^2}{2\,ds}$, on fait attention que dans le triangle rectangle iſoſcele CEI, l'hypotenuſe CI eſt à CE comme $\sqrt{2}$ eſt à l'unité, on aura $\sqrt{\frac{1}{2}}\,ds - \frac{dy^2}{2\sqrt{2}\,ds}$ pour la valeur de CE ou de dx. Or ſi l'on introduit cette valeur à la place de dx, & ſa différentielle $\sqrt{\frac{1}{2}}\,ddx + \frac{dy^2\,dds}{2\sqrt{2}\,ds^2}$ à la place de ddx dans nôtre équation $\frac{n\,ddx}{\sqrt{dy^2+dx^2}} = \frac{m\,dy}{y}$, on la changera en

$$\frac{\sqrt{\frac{1}{2}}\,n\,dds + \frac{n\,dy^2\,dds}{2\sqrt{2}\,ds^2}}{\sqrt{dy^2+\frac{1}{2}ds^2-\frac{1}{2}dy^2+\frac{dy^4}{8\,ds^2}}} = \frac{m\,dy}{y}$$ qui ſe réduit à

$$\frac{\sqrt{\frac{1}{2}}\,n\,dds + \frac{n\,dy^2\,dds}{2\sqrt{2}\,ds^2}}{\sqrt{\frac{1}{2}}\,ds + \frac{dy^2}{2\sqrt{2}\,ds}} = \frac{m\,dy}{y}$$ & à $\frac{n\,dds}{ds} = \frac{m\,dy}{y}$.

Chaque membre de cette derniére équation peut déja être intégré ſéparément par le moyen des logarithmes; mais ſi l'on fait encore cette préparation de multiplier par $y^{-m}\,ds^n$, on changera l'équation en $n\,y^{-m}\,ds^{n-1}\,dds - m\,y^{-m-1}\,dy\,ds^n = 0$, qu'on peut intégrer ſans avoir recours aux expreſſions logarithmiques, on aura $y^{-m}\,ds^n$ pour l'intégrale qu'il ne reſte plus qu'à égaler à une quantité conſtante. Cette quantité eſt $\frac{a^{-m}\,dy^n}{2^{\frac{n}{2}}}$, comme on le reconnoît ſans peine, en examinant la valeur de $y^{-m}\,ds^n$ au point B, où $y = a$, & où $ds = \sqrt{\frac{1}{2}}\,dy$ (puiſque dx étant nulle dans ce point, $\sqrt{\frac{1}{2}}\,ds - \frac{dy^2}{2\sqrt{2}\,ds}$ qui eſt égale à dx, donne $ds^2 = \frac{1}{2}dy^2$.)

Nous avons donc $y^{-m} ds^n = \frac{a^{-m} dy^n}{2^{\frac{n}{2}}}$, ou $y^{-\frac{m}{n}} ds = \frac{a^{-\frac{m}{n}} dy}{\sqrt{2}}$; & ſi à la place de ds nous ſubſtituons ſa valeur $\sqrt{\frac{1}{2}} dx + \sqrt{\frac{1}{2} dy^2 + \frac{1}{2} dx^2}$ tirée de $\sqrt{\frac{1}{2}} ds - \frac{dy^2}{2\sqrt{2}\, ds} = dx$, il viendra $y^{-\frac{m}{n}} dx + y^{-\frac{m}{n}} \sqrt{dy^2 + dx^2} = a^{-\frac{m}{n}} dy$, pour la relation exprimée en premiéres différences des ordonnées & des abſciſſes de nôtre ligne courbe.

La méthode que nous venons d'employer pour intégrer l'équation $\frac{n\, ddx}{\sqrt{dy^2 + dx^2}} = \frac{m\, dy}{y}$, ou $ny\, ddx - m\, dy \sqrt{dy^2 + dx^2} = 0$, emprunte différentes choſes de la ſynthèſe : mais nous pouvons ſuivre une autre voye qui eſt plus immédiate, & qui réuſſit en quelques autres cas. Comme chaque terme de l'équation $ny\, ddx - m\, dy \sqrt{dy^2 + dx^2} = 0$ ne peut pas être intégré ſéparément, je remarque le changement qu'il faut faire au ſecond, pour qu'on puiſſe l'intégrer conjointement avec le premier. Il faut le multiplier par $\frac{dx}{\sqrt{dy^2 + dx^2}}$; car il ſe change en $m\, dy\, dx$, qui eſt intégrable, ſi on le prend avec $ny\, ddx$. Mais comme il ſuffit de faire auſſi le même changement ſur le premier terme, pour qu'on puiſſe l'intégrer avec le ſecond, c'eſt une marque qu'on peut réſoudre fort aiſément l'équation. En effet, multipliée par $\frac{dx}{\sqrt{dy^2 + dx^2}}$, elle nous donne $\frac{ny\, dx\, ddx}{\sqrt{dy^2 + dx^2}} - m\, dy\, dx = 0$; & puiſque le premier terme de celle-ci peut être intégré avec le ſecond de l'autre, & le ſecond de celle-ci avec le premier, nous n'avons qu'à ajoûter enſemble ces deux équations, & il en

réſultera une troiſiéme, compoſée de quatre termes qui ſeront intégrables, lorſqu'on les prendra deux à deux, il nous vient $nyddx - mdydx + \frac{nydxddx}{\sqrt{dy^2+dx^2}} - mdy\sqrt{dy^2+dx^2}$ $= 0$; & ſi on multiplie par $\frac{1}{n}y^{-\frac{m-n}{n}}$, nous aurons $y^{-\frac{m}{n}}ddx - \frac{m}{n}y^{-\frac{m-n}{n}}dydx + \frac{y^{-\frac{m}{n}}dxddx}{\sqrt{dy^2+dx^2}} - \frac{m}{n}y^{-\frac{m-n}{n}}dy\sqrt{dy^2+dx^2} = 0$, dont l'intégrale eſt $y^{-\frac{m}{n}}dx + y^{-\frac{m}{n}}\sqrt{dy^2+dx^2}$, qu'il ne reſte plus qu'à égaler à la quantité conſtante $a^{-\frac{m}{n}}dy$, pour avoir la même équation $y^{-\frac{m}{n}}dx + y^{-\frac{m}{n}}\sqrt{dy^2+dx^2} = a^{-\frac{m}{n}}dy$, que ci-devant.

Mais cette équation n'eſt encore délivrée que de ſecondes différences, & pour la réduire à des quantités finies, il faut avoir recours à une nouvelle intégration. Je tranſpoſe le terme $y^{-\frac{m}{n}}dx$, & élevant le tout au quarré, il vient $y^{-\frac{2m}{n}}dy^2 + y^{-\frac{2m}{n}}dx^2 = a^{-\frac{2m}{n}}dy^2 - 2a^{-\frac{m}{n}}y^{-\frac{m}{n}}dydx + y^{-\frac{2m}{n}}dx^2$ qui ſe réduit à $y^{-\frac{2m}{n}}dy = a^{-\frac{2m}{n}}dy - 2a^{-\frac{m}{n}}y^{-\frac{m}{n}}dx$, dont on tire $dx = \frac{1}{2}a^{-\frac{m}{n}}y^{\frac{m}{n}}dy - \frac{1}{2}a^{\frac{m}{n}}y^{-\frac{m}{n}}dy$. Enfin en integrant terme à terme, on trouve $x = \frac{n}{2n+2m}a^{-\frac{m}{n}}y^{\frac{n+m}{n}} - \frac{n}{2n-2m}a^{\frac{m}{n}}y^{\frac{n-m}{n}}$. Mais pour reconnoître ſi les intégrales dont

cette équation eſt formée, ſont completes, il eſt à propos de voir dans quelque cas particulier qui rende l'éxamen plus facile, ſi les deux membres ſont parfaitement égaux. Or ſi l'on ſuppoſe $y = a$, comme elle l'eſt au point B, le ſecond terme ſe reduit à $- \frac{n\,m}{n^2 - m^2} a$; au lieu qu'il devroit être nul, pour être égal au premier. Ainſi il faut ajoûter au ſecond membre la quantité conſtante $\frac{n\,m}{n^2 - m^2} a$, & nous aurons $x = \frac{n}{2n + 2m} a^{-\frac{m}{n}} y^{\frac{n+m}{n}} - \frac{n}{2n - 2m} a^{\frac{m}{n}} y^{\frac{n-m}{n}} + \frac{n\,m}{n^2 - m^2} a$, pour l'équation que nous cherchions de la ligne de *pourſuite*.

Cette équation qui montre que la courbe ABQ eſt géométrique auſſi-tôt que les quantités n & m ſont de nombre à nombre, en renferme auſſi toutes les proprietés, & il eſt facile de les en déduire. Si l'on ſuppoſe, par exemple, que les arcs BD, DH, &c. ſont doubles des parties CE, EZ, &c. de la ligne de fuite, on aura $n = 2$ & $m = 1$, & on trouvera que la ligne de pourſuite devient une des cinq paraboles divergentes de Monſieur Newton, ſçavoir celle que ce fameux Géometre nomme *Noüée*, & qu'il regarde comme la 68me du ſecond genre. Cette courbe dont l'équation eſt ici $9ax^2 - 12a^2x + 4a^3 = y^3 - 6ay^2 + 9a^2y$ a deux branches parfaitement égales ABQ & ASL qui forment un *folium* dont la longueur AH eſt triple de la tangente BC, & dont la largeur SB ou TC eſt égale à $\frac{4}{3} BC$. On trouve la moitié AC de cette largeur, en ſuppoſant y nulle, comme elle l'eſt au point A où la courbe rencontre ſon axe. L'équation $9ax^2 - 12a^2x + 4a^3 = y^3 - 6ay^2 + 9a^2y$ ſe réduit par cette ſuppoſition à $9ax^2 - 12a^2x + 4a^3 = 0$ qui nous donne $x = \frac{2}{3} a$, & c'eſt donc la valeur de AC. Si l'on ſubſtituë enſuite $\frac{2}{3} a$ à la place de x dans l'équation de la courbe, pour la déterminer à marquer les diverſes grandeurs qu'a y au point A, on aura $y^3 - 6ay^2 + 9a^2y = 0$, qui outre la valeur

valeur de y qui eſt nul, à cauſe du point de rencontre, nous en indique deux autres égales entr'elles, $y = 3a$, & $y = 3a$ pour la longueur AH du *folium*. Il n'y a qu'à operer de la même maniere ſur l'équation $x = \frac{n}{2n+2m} a^{-\frac{m}{n}} y^{\frac{n+m}{n}} - \frac{n}{2n-2m} a^{\frac{m}{n}} y^{\frac{n-m}{n}} + \frac{nm}{n^2-m^2} a$, pour trouver qu'en général AC eſt égal à $\frac{nm}{n^2-m^2} a$ ou à $\frac{nm}{n^2-m^2} BC$; & $AH = \left|\frac{n+m}{n-m}\right|^{\frac{n}{2m}} \times BC$. Il eſt vrai que pour que la courbe rencontre ſon axe, il faut que ſes parties ſoient plus grandes que les parties de l'axe auſquelles elles ſont proportionnelles; ou ce qui revient au même, il faut que n ſurpaſſe m. Car ſi ces deux quantités ſont égales & qu'on ſuppoſe $y = 0$, les deux derniers termes de l'équation $x = \frac{n}{2n+2m} a^{-\frac{m}{n}} y^{\frac{n+m}{n}} -$ &c. deviendront infinis, puiſqu'ils ſeront diviſés par une quantité nulle $n - m$ ou $n^2 - m^2$, ce qui nous montre que x ou CA eſt alors infinie. Pareillement ſi les parties de la courbe ſont plus petites que celles de l'axe, ou ſi n eſt moindre que m, l'expoſant de la puiſſance de y ſera négatif dans le ſecond terme $-\frac{n}{2n-2m} a^{\frac{m}{n}} y^{\frac{n-m}{n}}$, & ainſi lorſqu'on ſuppoſera $y = 0$, ce ſecond terme ſera diviſé par une quantité nulle, ce qui le rendra encore infini. Mais ce ne ſera plus la même choſe pour peu que les parties de la courbe ſoient plus grandes que celles de l'axe; il y aura toûjours un point de rencontre, de quelque maniére même que ſoient ſitués d'abord les deux points mobiles.

Si l'on veut trouver à quelle diſtance ſe rencontrent ces points *(Fig. 3.)*, lorſqu'ils ſont ſitués au commencement de leur marche en E & en D ſur une ligne oblique DE Fig. 3.

par rapport à l'axe ou à la ligne de fuite EA; on n'a qu'à faire attention que la poſition de ces points eſtant donnée, on connoît DI qui ſert d'ordonnée au point D de la courbe, & IE qui ſert de ſoûtangente. D'un autre côté la formule $\frac{y\,dx}{dy}$ appliquée à l'équation générale $x = \frac{n}{2n+2m} a^{-\frac{m}{n}} y^{\frac{n+m}{n}} - \frac{n}{2n-2m} a^{\frac{m}{n}} y^{\frac{n-m}{n}} + \frac{nm}{n^2-m^2} a$ de nôtre courbe, donne $\frac{1}{2} a^{-\frac{m}{n}} y^{\frac{n+m}{n}} - \frac{1}{2} a^{\frac{m}{n}} y^{\frac{n-m}{n}}$ pour les ſoûtangentes ; & ainſi nous aurons $IE = \frac{1}{2} a^{-\frac{m}{n}} y^{\frac{n+m}{n}} - \frac{1}{2} a^{\frac{m}{n}} y^{\frac{n-m}{n}}$. Otant enſuite $x = CI$ de IE, on aura $CE = \frac{m}{2n+2m} a^{-\frac{m}{n}} y^{\frac{n+m}{n}} + \frac{m}{2n-2m} a^{\frac{m}{n}} y^{\frac{n-m}{n}} - \frac{nm}{n^2-m^2} a$, & ſi on ajoûte CA qui eſt égale à $\frac{nm}{n^2-m^2} a$, comme nous l'avons vû ci-deſſus, on trouvera $AE = \frac{m}{2n+2m} a^{-\frac{m}{n}} y^{\frac{n+m}{n}} + \frac{m}{2n-2m} a^{\frac{m}{n}} y^{\frac{n-m}{n}} = \frac{m}{2n+2m} a^{-\frac{m}{n}} \times DI^{\frac{n+m}{n}} + \frac{m}{2n-2m} a^{\frac{m}{n}} \times DI^{\frac{n-m}{n}}$; de ſorte que ſi nous connoiſſions BC (a) qui ſe trouve compliquée dans cette expreſſion, nous aurions l'eſpace EA en grandeurs entiérement connuës. Je cherche dans l'équation $IE = \frac{1}{2} a^{-\frac{m}{n}} y^{\frac{n+m}{n}} - \frac{1}{2} a^{\frac{m}{n}} y^{\frac{n-m}{n}}$, ou $IE = \frac{1}{2} a^{-\frac{m}{n}} \times DI^{\frac{n+m}{n}} - \frac{1}{2} a^{\frac{m}{n}} \times DI^{\frac{n-m}{n}}$, cette grandeur dont nous avons beſoin ; & trouvant $a^{\frac{m}{n}} = \frac{DE-IE}{DI^{\frac{n-m}{n}}}$, il eſt facile de chaſſer la lettre a de l'expreſſion de EA. Il vient enfin $\frac{nm}{n^2-m^2} DE$

$-\frac{m^2}{n^2-m^2}IE$ pour l'eſpace requis EA que parcourt le point E avant que d'être atteint par le point D, qui trace de ſon côté une portion DBA de nôtre courbe, égale à $\frac{n^2}{n^2-m^2}DE - \frac{nm}{n^2-m^2}IE$; puiſque les eſpaces parcourus par les deux points ſont comme leurs vîteſſes, ou comme m & n. On peut ici remarquer que toutes les fois que la rencontre A ſe fait par la ligne courbe, elle ſe peut faire auſſi, & même beaucoup plus promptement, par une ligne droite DX, & qu'au contraire la rencontre ſe fait une infinité de fois par la ligne droite, ſans qu'elle ſe puiſſe faire par la courbe. En effet, quoique le mobile D ait moins de vîteſſe que le mobile E, il peut l'atteindre par la droite DX, à cauſe de l'avance qu'il a, ou parce que DX eſt plus courte que EX : mais ſi le point D trace la courbe DBA, il perdra ſon avantage, & il ne rencontreroit pas même le mobile E, ſuppoſé qu'il eût préciſément autant de vîteſſe que ce mobile, puiſque la courbe auroit encore dans ce cas ſon axe pour aſymptote.

Il eſt facile de découvrir toutes les autres affections des lignes de *pourſuite*, & même auſſi la quadrature des eſpaces qu'elles renferment : mais il eſt cependant encore un cas qui échappe à nos recherches, & dans lequel nous ne connoiſſons pas la nature de cette courbe, quoiqu'en apparence ce ſoit le cas le plus ſimple. C'eſt lorſque $n = m$, ou que les parties de la ligne de pourſuite ſont égales aux parties de l'axe : car l'équation $x = \frac{n}{2n+2m}a^{-\frac{m}{n}}y^{\frac{n+m}{n}} - \frac{n}{2n-2m}a^{\frac{m}{n}}y^{\frac{n-m}{n}} + \frac{nm}{n^2-m^2}a$, ne nous apprend rien touchant cette courbe, ſinon que ſon axe lui ſert d'aſymptote. C'eſt pourquoi il nous faut remonter à l'équation différentielle dont celle-ci eſt tirée. Cette équation eſt $dx = \frac{1}{2}a^{-\frac{m}{n}}y^{\frac{m}{n}}dy - \frac{1}{2}a^{\frac{m}{n}}y^{-\frac{m}{n}}dy$, qui ſe réduit dans la circonſtance

Fig. 1.

dont il s'agit, à $2adx = ydy - \frac{a^2dy}{y}$, & cette derniére nous indique une courbe méchanique, dépendante de la quadrature de l'hyperbole. Ainſi ce que nous avons dit ci-devant, que les lignes de pourſuite ſont géométriques auſſi-tôt que n & m ſont commenſurables, a beſoin de quelque reſtriction; & l'exception eſt en même temps ſinguliére, que parmi une infinité de courbes géométriques il s'en trouve une méchanique, préciſément lorſque n & m ſont égales. Au ſurplus, comme il eſt extrêmement facile de conſtruire l'équation $2adx = ydy - \frac{a^2dy}{y}$ par le moyen des aires de l'hyperbole, ou par le moyen de la logarithmique, nous ne croyons pas devoir nous y arrêter.

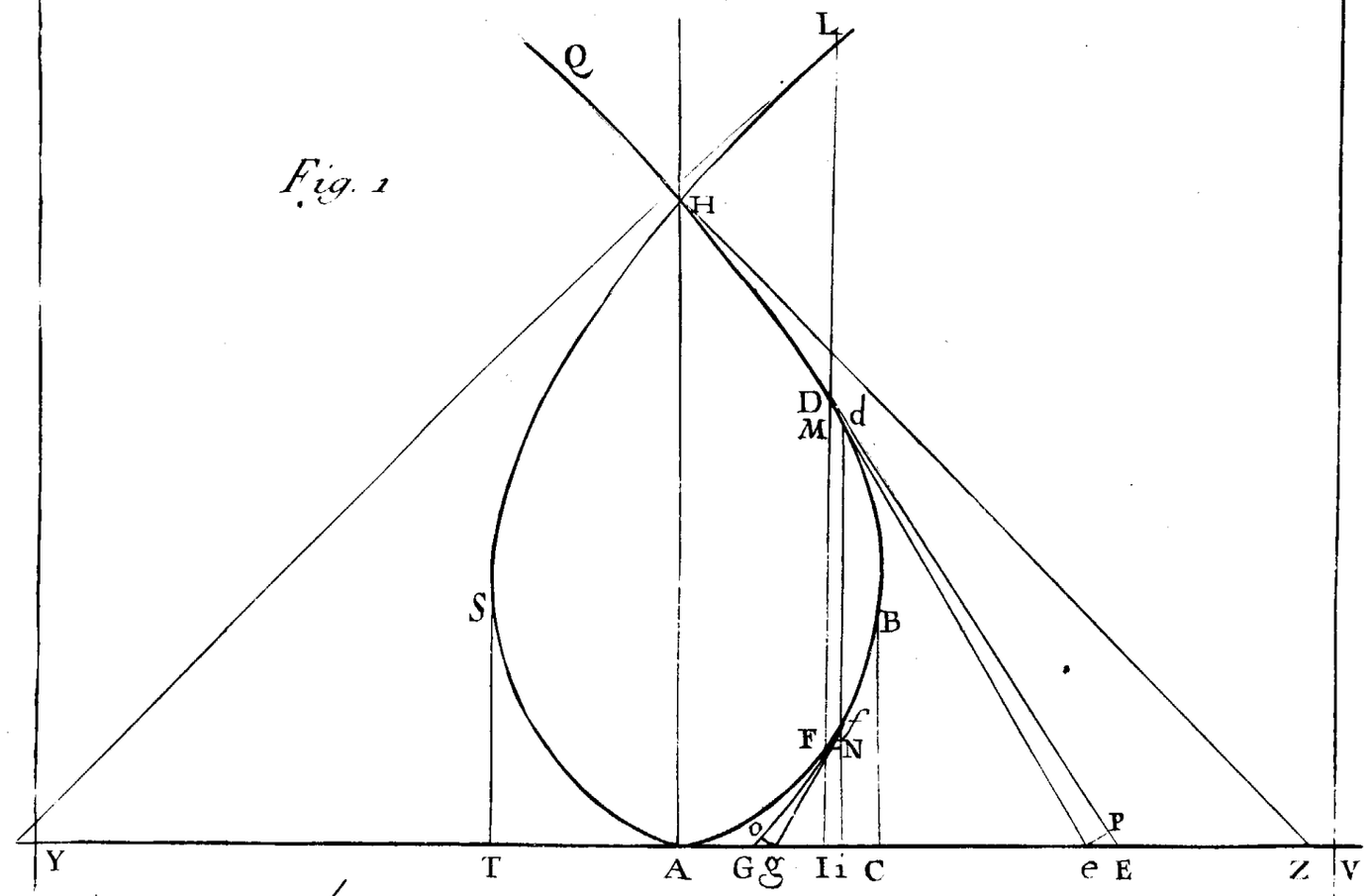
Mais nous terminerons ce Memoire en faiſant remarquer dans les lignes de pourſuite une ou deux propriétés qui ſe préſentent comme d'elles-mêmes, ſans qu'il ſoit néceſſaire de les aller puiſer dans l'équation qui exprime la nature de ces courbes. Si l'on conſidere deux tangentes infiniment
Fig. 1. proche l'une de l'autre, comme FG & fg, on voit qu'à meſure qu'elles ſont plus éloignées du point A, elles ſont plus longues par l'extrémité d'en haut de la petite portion Ff de la courbe compriſe entre les points d'attouchement, mais qu'elles ſont en même temps plus courtes par l'extremité d'en bas de la petite partie GO retranchée par la petite ligne gO abbaiſſée perpendiculairement du point g ſur FG. Mais les petits triangles GOg & FNf étant ſemblables, parce qu'ils ſont tous les deux rectangles, & que l'angle G de l'un eſt égal à l'angle F de l'autre, nous avons cette proportion, le petit arc Ff eſt à la petite partie Gg, ou ce qui revient au même, n eſt à m, comme $FN = Ii$ eſt à GO; ce qui nous montre que $\frac{m}{n} \times FN$ ou $\frac{m}{n} Ii$ eſt égale à GO. Nous avons donc $Ff - \frac{m}{n} Ii$ pour l'élement des tangentes GF ou pour leurs petits accroiſſemens: & il eſt clair que pour avoir les longueurs de ces tangentes, lorſqu'il y a un point de ren-

contre A où elles ſont nulles, il faut de l'arc AF qui eſt la ſomme de toutes les petites augmentations Ff qu'elles reçoivent par l'extremité d'en haut, retrancher la ſomme de toutes les diminutions $GO = \frac{m}{n} Ii$ qu'elles ſouffrent par l'extremité d'embas. Mais puiſque chaque de ces petites diminutions eſt égale à chaque petite partie Ii multipliée par la fraction conſtante $\frac{m}{n}$, leur ſomme ſera égale à celle des petites parties Ii, multipliée par la même fraction ; c'eſt-à-dire que toutes les petites diminutions jointes enſemble doivent être égales à $\frac{m}{n} AI$; & de-là il ſuit que la tangente GF eſt égale à l'arc AF moins $\frac{m}{n} AI$. Par la même raiſon la tangente BC eſt égale à l'arc AB moins $\frac{m}{n} AC$.

Cette propriété convient non-ſeulement à la partie AB de la courbe, mais auſſi à la partie BQ; c'eſt-à-dire que ſi l'on prolonge l'ordonnée IF juſqu'en D & qu'au point D, on tire la tangente DE, elle ſera encore égale à l'arc ABD moins $\frac{m}{n} AI$. C'eſt ce qu'on verra évidemment, en faiſant attention, que ſi les tangentes ſouffrent par en bas une infinité de petites diminutions GO, en paſſant de FG en BC, elles reçoivent enſuite avant que de parvenir en DE, une infinité de petites augmentations PE, qui reparent préciſement les diminutions précédentes ; puiſque PE & GO ſont égales, étant égales l'une & l'autre à $\frac{m}{n} Ii$. De-là il ſuit que la tangente DE ne doit ſurpaſſer la tangente FG que de la ſomme des petites augmentations qu'elle a reçûës par en haut, c'eſt-à-dire qu'elle doit la ſurpaſſer de l'arc DBF, & puiſque la tangente FG eſt égale à l'arc $AF - \frac{m}{n} AI$, la tangente DE ſera donc égale à tout l'arc ABD moins $\frac{m}{n} AI$. Ainſi l'on voit qu'en faiſant commencer les abſciſſes au point A, les tangentes ſont toûjours égales aux longueurs

de la courbe moins une certaine portion ou fraction $\frac{m}{n}$ de ſes abſciſſes. Au reſte cette propriété eſt digne d'attention ; que ſi l'on tire deux tangentes DE & FG par des points D & F qui ſont ſur la même ordonnée, la plus grande de ces tangentes ſurpaſſe l'autre préciſement de l'arc intercepté DBF. La tangente LY ſurpaſſe de même la tangente DE de toute la portion $LSABD$ de la courbe : mais comme les tangentes LY & FG vont dans le même ſens, ce n'eſt pas l'excès de l'une ſur l'autre, mais leur ſomme qui eſt égale à la portion interceptée LSF. Une remarque encore qui eſt une ſuite des précédentes & par laquelle nous finirons ; c'eſt que ſi du point H, on conduit la tangente HZ, elle ſera éxactement égale à l'arc HBA, puiſque la tangente en A eſt nulle.

Fig. 1



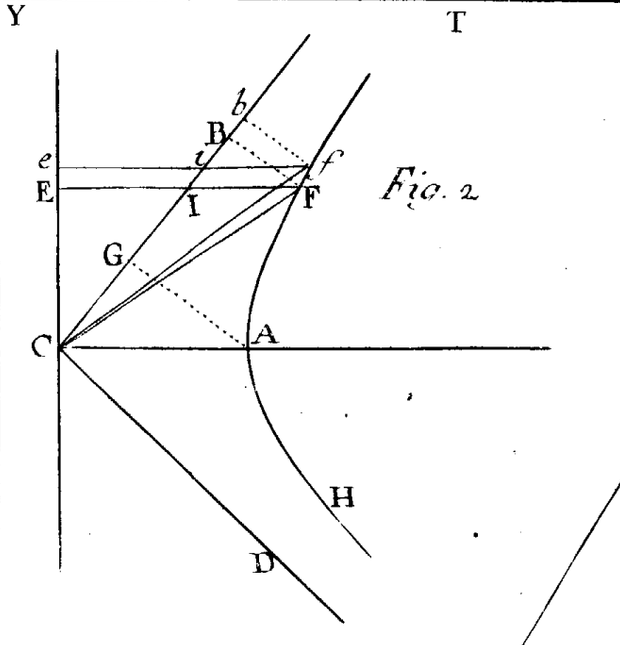
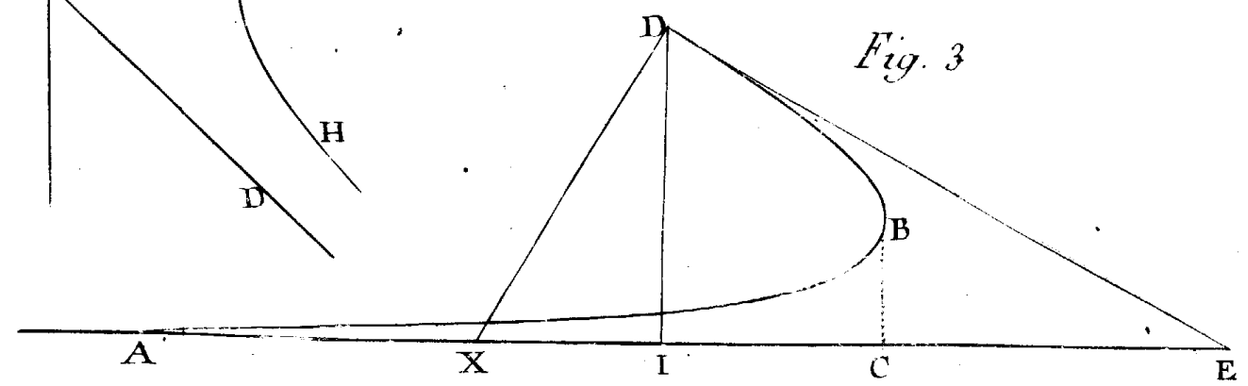


Fig. 2

Fig. 3



Simonneau Sculp

SUR LES COURBES DE POURSUITE.

Par M. DE MAUPERTUIS.

LE Memoire que M. Bouguer lût, il y a quelques jours, m'a fait penſer à une Solution aſſés courte du même Probleme.

PROBLEME I. *Trouver la courbe de pourſuite, c'eſt-à-dire, la courbe par laquelle un Vaiſſeau doit en pourſuivre un autre qui s'enfuit par une ligne droite, en ſuppoſant que les vîteſſes des deux Vaiſſeaux ſoient toûjours dans le même rapport.*

SOLUTION. Ce Probleme ſe réduit à trouver la courbe où la reſecte eſt proportionnelle à l'arc (j'appelle *Reſecte*, la partie de l'abſciſſe priſe depuis l'origine juſqu'à la rencontre de la tangente). Prenant donc x pour l'abſciſſe, y pour l'ordonnée, & s pour l'arc, on a $\frac{y\,dx}{dy} - x = ms$, ou $\frac{dy^2\,dx + y\,dy\,ddx - y\,dx\,ddy}{dy^2} - dx = m\,ds$. Cette équation, ſi l'on fait dy conſtant, ſe réduit à $\frac{ddx}{\sqrt{(dy^2 + dx^2}} = \frac{m\,dy}{y}$, ou (intégrant par logarith.) $l(dx + \sqrt{dy^2 + dx^2}) - ldy = mly - mlA$, ou, paſſant aux nombres, $dx + \sqrt{dy^2 + dx^2} = y^m A^{-m} dy$, ou $\sqrt{dy^2 + dx^2} = y^m A^{-m} dy - dx$, ou $dy^2 + dx^2 = y^{2m} A^{-2m} dy^2 - 2y^m A^{-m} dy\,dx + dx^2$, ou $dy = A^{-2m} y^{2m} dy - 2A^{-m} y^m dx$, ou $dx = \frac{1}{2} A^{-m} y^m dy - \frac{1}{2} A^m y^{-m} dy$, ou enfin $x = \frac{1}{2m+1} A^{-m} y^{m+1} + \frac{1}{2m-1} A^m y^{-m+1} + B$.

Ou dans le cas $m = 1$, $x = \frac{1}{4} A^{-1} yy - \frac{1}{2} Aly + C$.

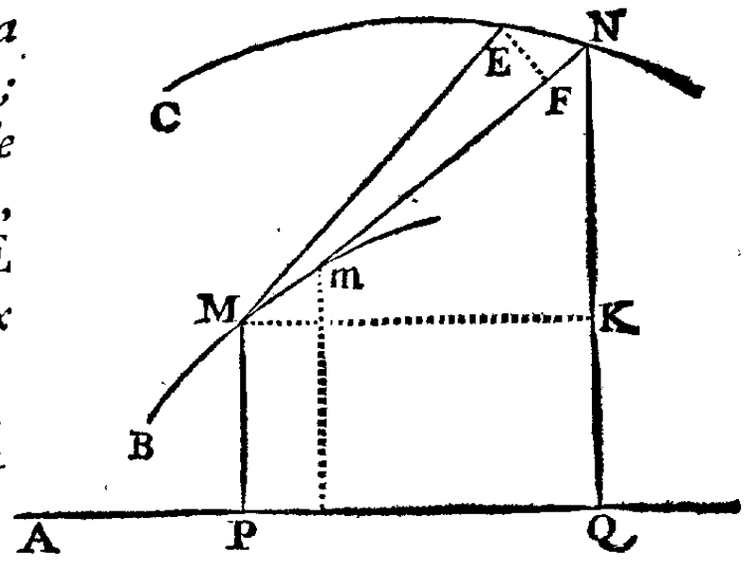
Voilà la Solution du Probleme de M. Bouguer. Voici maintenant un autre Probleme, dont le premier n'eſt qu'un cas particulier.

Je vais chercher les courbes que doit décrire un Vaiſſeau

pour en pourſuivre un autre qui ſuit par quelque courbe donnée que ce ſoit, (en ſuppoſant auſſi le rapport des vîteſſes conſtant) ; & le Probleme ſe peut réſoudre de la même maniere, lorſque le rapport des vîteſſes ſeroit donné par quelque fonction des coordonnées des courbes.

Le Probleme général ſe réduit à ce qui ſuit.

PROBLEME II. *La courbe* CE *étant donnée ; trouver la courbe* BM, *telle que ſes tangentes* ME, *coupent ſur la courbe* CE *des arcs proportionnels aux arcs* BM ?



Soit $AQ = t$, $NQ = z$, $AP = x$, $PM = y$, $BM = s$. L'on a $dx . ds :: t - x . ME = \frac{tds - xds}{dx}$. Et $dME = FN - Mm =$ (faiſant ds conſtant) $\frac{dtdxds - dx^2ds - tdsddx + xdsddx}{dx^2}$, d'où l'on tire $FN = \frac{dtdxds - tdsddx + xdsddx}{dx}$. L'on a de plus (faiſant toûjours ds conſtant) $dx . ddy :: (ME) \frac{t - xds}{dx} . EF = \frac{tdsddy - xdsddy}{dx^2}$.

On a donc par la condition du Probleme

$A.. \frac{(dtdxds - tdsddx + xdsddx)^2 + (tdsddy - xdsddy)^2}{dx^4} = m(ds^2)$.

ou $A... (dtdx - tddx + xddx)^2 + ddy^2(t - x)^2 = mdx^4$.

On a auſſi $dx . dy :: t - x . z - y$, d'où l'on tire

$B... tdy - xdy = zdx - ydx$.

Par l'équation de la courbe CE, l'on a $z = T$ (prenant T pour une fonction de t). Et ſubſtituant cette valeur de z dans l'équation B, elle ne contient plus que t.

L'on en tirera la valeur de dt. Et ſubſtituant les valeurs de t & dt priſes dans B, dans l'équation A, l'on aura l'équation de la courbe BM en ſecondes différences. *C. Q. F. T.*

SUITE

SUITE DE L'EXAMEN CHIMIQUE DES CHAIRS DES ANIMAUX, OU DE QUELQUES-UNES DE LEURS PARTIES,

Auquel on a joint l'analyſe chimique du Pain.

Par M. GEOFFROY.

DE l'analyſe des Viandes les plus ſucculentes, dont j'ai donné le détail dans mon premier Mémoire, je paſſe à celle des parties les plus ſolides des Animaux, qui ſont leurs Os. Ayant choiſi ceux de la jambe du Bœuf, parce qu'ils ont peu de moëlle, je les ai fait nettoyer exactement, & enſuite raper entre les deux têtes de l'Os, évitant d'atteindre la derniere lame qui couvre la moëlle. J'ai fait mettre une livre de cette rapure, fine & bien ſéchée, dans une marmite d'étain fermée exactement, avec huit pintes d'eau; & j'ai fait répéter cinq fois l'ébullition avec de nouvelle eau, en verſant à part celle qu'on retiroit. Ces os ſe ſont réduits en une bouillie blanche, & le bouillon, chargé de leurs parties les plus ſubtiles, ne s'eſt éclairci que par le filtre, où il a paſſé même avec peine. Mis à évaporer dans un baſſin d'argent, il ne s'eſt épaiſſi en gelée qu'à la fin de l'évaporation, pendant laquelle il ne s'eſt fait aucune précipitation. Os de Bœuf.

Cette gelée ou extrait s'étant ſéchée très-promptement à l'air, s'eſt réduite en une matiére gommeuſe tranſparente, très-ſéche, qui peſoit 3 onces 3 gros 36 grains. Je la nomme *matiére gommeuſe*, parce qu'elle demeure claire & tranſparente, qu'elle devient caſſante en ſéchant, & qu'à l'extérieur, elle

reſſemble parfaitement à la gomme que ſournit la ſéve extravaſée des arbres.

Une once 45 grains de cette matiére, miſe en diſtillation, a donné d'abord 3 gros 18 grains de ſel volatil bien blanc, qui s'eſt criſtalliſé ſous la forme ordinaire des ſels volatils, c'eſt-à-dire, en ramifications. La tête-morte ou le charbon reſté dans la cornuë ne peſoit que 2 gros 36 grains : ſa leſſive a donné des marques légeres de ſel marin, comme le *caput mortuum* de la chair de Bœuf de mon premier Memoire.

Quatre onces de la pâte blanche ſéche des os bouillis, reſtée ſur le filtre, miſes en diſtillation au feu de réverbere, ont donné très-peu de ſel volatil, qui étoit formé en criſtaux plats de figure de parallelepipedes, comme ceux que j'ai eûs de l'extrait du bouillon de la chair de Bœuf. La tête-morte leſſivée a donné par les eſſais quelques marques d'alkali fixe. Auſſi cette matiére, après une nouvelle calcination à feu ouvert, doit-elle être regardée comme une eſpece de chaux. Sa leſſive examinée avec plus d'attention, ne m'a plus laiſſé de doute ſur ce caractere d'alkali fixe, puiſqu'elle a précipité en rouge la diſſolution du ſublimé corroſif, comme le fait la Corne de Cerf calcinée au blanc.

Corne de Cerf.

Le bois de Cerf traité comme les Os de Bœuf & au même poids d'une livre, a donné un bouillon clair qui a formé une gelée auſſi-tôt qu'il a été refroidi. Il a laiſſé après l'évaporation une matiére gommeuſe qui, après avoir été ſéchée, peſoit 4 onces 2 gros 63 grains.

Une once 45 grains de cette matiére, analyſée au feu de réverbere, a produit ſeulement 2 gros de ſel volatil en ramifications, & 3 gros 30 grains d'eſprit volatil de couleur citrine, mêlé d'un peu d'huile fétide d'un rouge foncé. Le *caput mortuum* peſoit 2 gros 36 grains : ſon infuſion a précipité la diſſolution de Mercure & la ſolution du ſublimé corroſif en couleur d'un blanc grisâtre.

La maſſe reſtée après les ébullitions répétées, ne peſoit bien ſéche, que 9 onces 3 gros 36 grains. Quatre onces de cette matiére, analyſées, m'ont fourni 1 gros 18 grains de

ſel volatil de la même figure que celui du bouillon de Bœuf, & comme lui, chargé d'huile & de flegme, qui ſéparé autant qu'il a été poſſible, peſoit environ un gros. Le *caput mortuum* de cette matiére peſant 3 gros 24 grains, a donné par ſa leſſive toutes les preuves de ſel marin. Puis dépouillé par la calcination de ce qui pouvoit y être reſté d'huile volatile, il a précipité en rouge la diſſolution du ſublimé corroſif.

J'ai fait les mêmes opérations ſur l'Yvoire, ayant crû qu'il convenoit d'en comparer les produits avec ceux des autres matiéres oſſeuſes, puiſqu'on l'employe aſſés ſouvent dans les tiſannes, dans les bouillons, & dans la gelée des malades.

Yvoire.

Une livre de rapure d'Yvoire a donné un bouillon limpide, qui s'eſt coagulé en refroidiſſant; mais dans l'évaporation il a dépoſé inſenſiblement une terre blanche très-fine, chargée d'une portion de ſel eſſentiel, ce qui m'a obligé de refiltrer la liqueur. La partie gommeuſe qui eſt reſtée après l'évaporation de ce bouillon filtré pour la ſeconde fois, eſt devenuë plus ſéche, plus dure & plus ſolide que celle des os de Bœuf, mais moins unie & moins liée que celle du bois de Cerf. Cette matiére gommeuſe peſoit 4 onces 7 gros 1 grain. Analyſée, elle a donné d'abord un peu de flegme, puis un eſprit de couleur orangée, enſuite un ſel volatil blanc en ramifications qui a peſé un gros 48 grains. L'huile épaiſſe & noire qui eſt venuë la derniére, peſoit avec l'eſprit 3 gros 36 grains.

La leſſive du charbon, lequel peſoit 3 gros 12 grains, a précipité en blanc la diſſolution de Mercure, & n'a que légerement troublé celle du ſublimé corroſif.

La pâte blanche reſtée après la filtration du bouillon n'a point fourni de ſel volatil concret dans la diſtillation. Elle n'a donné qu'une huile citrine & un eſprit volatil tirant un peu ſur le bleu. Le tout enſemble peſoit 4 gros 36 grains.

La leſſive de la tête-morte a troublé un peu la ſolution du ſublimé corroſif, & à la longue elle l'a précipitée en blanc, mais elle n'a rien fait ſur la diſſolution du Mercure.

Ces trois analyſes fourniſſent une obſervation remarquable.

Il ſembleroit qu'on devroit avoir plus de peine à ſéparer le ſel volatil des matiéres ſolides, par la cuiſſon, que des matiéres tendres : cependant elles dépoſent dans l'eau, en bouillant, & plûtôt & plus abondamment leurs principes, & leurs ſels volatils, que les chairs des animaux ; puiſque dans mes premiéres analyſes de l'année précédente, quoyqu'on eût enlevé, pour ainſi dire, à ces chairs tous leurs principes, par l'ébullition, leurs fibres ſéchées ne laiſſoient pas que de fournir encore une aſſés bonne quantité de ſel volatil. M. Dodard l'avoit annoncé, l'expérience l'a confirmé. En comparant les analyſes de la chair du Bœuf, avec l'analyſe de ſes os, on trouvera que 6 gros 3 6 grains de fibres deſſéchées reſtans de 4 onces de chair ont fourni 2 gros de ſel volatil & d'huile, pendant que 4 onces de la maſſe blanche ſéchée des os bouillis, n'ont donné que 3 gros & demi d'eſprit chargé d'une ſi petite quantité de ſel volatil qu'il n'a pû être peſé, & d'un peu d'huile fetide. Ce ſel qui dans l'analyſe des bouillons des chairs, m'a paru être un ſel eſſentiel, reſte apparemment uni intimement aux os dans leur accroiſſement, puiſque dans l'analyſe des os, il ne ſe produit pas dans le même ordre que ces mêmes ſels ont ſuivi dans l'analyſe des viandes. L'extrait des viandes m'a fourni d'abord un ſel ammoniacal urineux, de figure de parallelepipedes ; leurs fibres, un ſel volatil en ramifications qui doit être plus fixe, puiſqu'il eſt chaſſé par la violence du feu qui l'alkaliſe. Les os de Bœuf, au contraire, ont abandonné dans les bouillons, les ſels volatils ramifiés, contenus dans les lames oſſeuſes, & ces mêmes lames oſſeuſes, après une longue coction dans l'eau, ont donné un ſel ammoniacal urineux, quoiqu'en très-petite quantité, pareil à celui que j'ai tiré de l'extrait des viandes. Ainſi on peut conjecturer que les os ſont plus faciles à pénétrer par l'eau, que les fibres des chairs qui, par leur ſoupleſſe, échappent à l'action de ce liquide.

Le bois de Cerf eſt d'abord une ſubſtance charnuë, comme on l'obſerve dans les andouillers naiſſants de cet animal ; mais à meſure que ce bois ſe nourrit & s'accroît, ce qui étoit

fibre charnuë, & peau épaiſſe, garnie & parſemée de vaiſſeaux, tout ſe deſſéche juſqu'au point que les ſucs n'y pouvant plus paſſer, ce bois tombe par la nuë, chaſſé par un nouveau bois naiſſant. Si l'inſpection du bois de Cerf ne ſuffiſoit pas pour prouver que c'eſt une matiere charnuë, l'analyſe chimique en donneroit un témoignage preſque convaincant, puiſque c'eſt la matiere qui fournit les principes les plus approchants de ceux de la chair des animaux. Son extrait donne aſſés de ſel volatil qui eſt à la vérité, en ramifications ; & ſon marc donne un gros 18 grains d'un autre ſel volatil, de nature urineuſe : ce qui eſt une quantité conſidérable, qui rapproche plus le bois de Cerf de l'eſpece des ſubſtances charnuës, que de celle des os, puiſque les os n'ont preſque pas fourni de ce ſel.

L'Yvoire eſt une matiére aſſés ſemblable aux os : comme eux, il eſt formé par lames ou couches. Si on ſcie l'Yvoire en rouelles minces, qu'on les faſſe bouillir dans l'eau, on ſepare facilement ces lames, qui ſe déboîtent les unes de dedans les autres, en conſervant leur figure preſque circulaire. Il y a apparence que ces dents, ou deffenſes de l'Elephant, n'ont pas eû d'abord toute la ſolidité qu'on leur trouve, qu'elles ont eû leurs vaiſſeaux correſpondants au pivot qui rempliſſoit le creux conique de la baſe de ces dents, & qu'enfin, arrivées au dernier degré de leur accroiſſement, qui ſe fait par couches en pluſieurs années, les vaiſſeaux qu'on y doit ſuppoſer ſe ſont deſſechés, & ont diſparu. L'analyſe de l'Yvoire ne m'a pas fourni d'autres principes que celle des os ; c'eſt-à-dire, tout le ſel volatil dans l'extrait, & preſque point dans la maſſe blanche dépouillée de ces ſucs. L'Yvoire contient un ſuc plus abondant que les os, mais dans lequel il y a moins de ſel volatil. La raiſon qu'on en peut donner eſt que l'Yvoire vient des païs chauds, & que dans le trajet qu'il faut faire pour l'apporter dans les ports d'Afrique, la chaleur du climat a pû diſſiper inſenſiblement les ſels volatils.

L'analyſe du Poulet confirme ce que j'ai avancé, que plus les os ſont jeunes, plus ils approchent de la nature des chairs ;

puiſque les os de Poulet au poids de 3 gros 9 grains ont donné 3 5 grains de ſel urineux ou ammoniacal. L'extrait du bouillon de Poulet n'a fourni ſon ſel volatil qu'au feu le plus fort, & ce ſel étoit de l'eſpéce des ſels urineux, c'eſt-à-dire en parallelepipedes; au lieu que celui des fibres dépouillées de leur ſuc étoit en belles ramifications, & ſous une forme plus ſéche.

Petit-Lait. J'ai auſſi examiné le petit lait. J'ai fait prendre 12. livres peſant de lait recent, & ſans aucun autre mêlange; après l'avoir fait cailler avec 1 gros de préſûre, on l'a mis ſur un feu très-doux, pour en mieux ſéparer le petit lait que j'ai fait filtrer; & j'en ai eû 8 livres: le caillé cependant ne s'eſt trouvé peſer que 2 livres 7 onces. Après avoir évaporé ce petit lait au bain-marie preſque à ſiccité (car le petit lait ne ſe deſſeche point entiérement, au contraire il s'humecte très-vîte pour peu qu'on l'éloigne du feu) ſon poids étoit de 9 onces 24 grains.

Cet extrait analyſé a fourni du flegme, un eſprit acide de couleur de citron, puis de l'huile aſſés épaiſſe. Il s'eſt trouvé en tout 4 onces 6 gros 36 grains de liqueur, ſans aucune apparence de ſel volatil. La tête-morte qui peſoit 3 onces 6 gros, étant expoſée à l'air, s'y eſt humectée, & ſa leſſive a donné des indices de ſel marin. Comme il y en avoit aſſés pour en tirer le ſel, j'ai eû des criſtaux cubiques ſemblables à ceux du ſel gemme, ou au ſel regeneré par l'eſprit de ſel ſur le ſel de tartre: ainſi voilà une preuve du ſel marin, qui ſe trouve même dans les premiéres liqueurs des animaux. Le charbon ſéché & calciné à grand feu, a donné dans la leſſive des preuves d'un ſel alkali: il a précipité en rouge la diſſolution du ſublimé corroſif.

Comme on employe auſſi quelquefois la chair des poiſſons dans les bouillons, j'en ai examiné quelques-uns.

Carpe. Une livre de chair de Carpe, ſans peau ni arrêtes, bouillie dans quatre livres d'eau comme les viandes, & à pluſieurs ébullitions répétées. Le bouillon filtré a précipité, comme celui de Bœuf, à la moitié de l'évaporation: filtré de nouveau, l'extrait ſec a peſé 1 once 8 grains.

Un gros 56 grains de cet extrait, analyſé pour le comparer avec le même poids d'extrait de chair de Bœuf, a fourni un demi-gros de ſel volatil bien formé en ramifications. Son huile d'un jaune brun mêlée avec l'eſprit, peſoit demi-gros; & le charbon de la cornuë 48 grains : ainſi il y a eu 8 grains de perte.

La leſſive de ce charbon a précipité en blanc la diſſolution de Mercure, preuve de ſel marin, & celle du ſublimé corroſif, en couleur griſeâtre.

La maſſe des fibres deſſéchées peſoit une once 6 gros 12 grains.

Six gros & demi de cette maſſe ont rendu un gros & demi de ſel volatil en ramifications. L'huile & l'eſprit ont peſé 2 gros 60 grains, & le charbon reſté dans la cornuë, un gros 6 grains. Sa leſſive a précipité en blanc la ſolution de ſublimé corroſif, & n'a point altéré la diſſolution du Mercure.

L'opinion commune eſt que le poiſſon étant nourri dans l'eau, ne doit pas contenir tant de ſuc nourricier que les chairs des animaux qui vivent ſur terre. Il ſera aiſé de s'en aſſûrer par le rapport ſuivant.

Le Bœuf n'a d'humidité de moins qu'une once 2 gros 60 grains.

L'extrait de Bœuf a 38 grains de ſel volatil de plus que la Carpe, & 2 grains de plus en huile & en eſprit.

Les fibres deſſéchées du Bœuf comparées à celles de la Carpe contiennent 36 grains de plus de ſel volatil, & la Carpe a fourni en eſprit volatil & en huile fétide 2 gros 24 grains plus que le Bœuf.

Quatre onces de pure chair de Brochet qu'on a fait bouillir comme la Carpe, ont fourni 2 gros 24 grains d'extrait ſolide. Par l'analyſe cet extrait a donné 49 grains d'huile citrine mêlée avec l'eſprit. Le ſel volatil qui eſt venu le dernier étoit de nature urineuſe, & peſoit 30 grains. Le *caput mortuum* peſoit un gros 11 grains. Sa leſſive a précipité la diſſolution de Mercure en blanc, & n'a point agi ſur la ſolution du ſublimé corroſif. Les fibres deſſéchées qui ne peſoient que

Brochet.

4 gros 59 grains, ont donné 2 gros 56 grains d'huile & d'eſprit jauneâtre, & 16 grains de ſel volatil urineux. La leſſive du *caput mortuum*, qui peſoit un gros 50 grains, a précipité d'abord la diſſolution de Mercure en blanc, puis en jaune, & enfin le tout a noirci. Verſée ſur la ſolution du ſublimé corroſif, il s'eſt fait un précipité blanc qui a toûjours reſté au même état.

Grenouilles. Deux livres de chair de Grenouilles, dont on n'a pris que les cuiſſes & la moitié des jambes avec les petits os, ont donné un bouillon blanc, qui a fourni 1 once 1 gros 36 grains, & ſans avoir formé de gelée. Un gros 56 grains de cet extrait a donné 36 grains de ſel volatil urineux, enſuite 48 grains d'eſprit volatil & d'huile un peu épaiſſe. Le charbon qui a reſté dans la cornuë, peſoit 36 grains. Sa leſſive n'a point agi ſur la diſſolution de Mercure, mais elle a précipité en blanc la ſolution du ſublimé corroſif.

Les fibres deſſéchées avec leurs os peſoient 3 onces 4 gros 36 grains. Six gros 36 grains de ces fibres ont donné 2 gros de ſel volatil en ramifications, & très-ſec, & un demi-gros d'eſprit & d'huile de couleur jaune-foncée : le charbon reſtant peſoit 2 gros. Sa leſſive n'a point précipité la diſſolution du Mercure, mais elle a précipité en blanc celle du ſublimé corroſif.

Tortuë. Une petite Tortuë de terre, qui peſoit 1 3 onces 18 grains, ayant été ſéparée de ſon écaille, la chair a peſé avec la tête, les pattes & la queuë dépouillées de peau, 8 onces, ſans compter les entrailles qui ont été rejettées. Le bouillon qu'elles ont fourni, eſt devenu un peu gelatineux : filtré & évaporé à ſiccité, il a formé un extrait qui peſoit 5 gros 6 grains. En le diſtillant, j'en ai retiré un flegme, puis un eſprit volatil rougeâtre, & enſuite une huile aſſés foncée, le tout enſemble peſant 54 grains. La leſſive de la tête-morte, qui peſoit 2 gros 24 grains n'a fait aucun changement à la ſolution du ſublimé corroſif, mais ſur le champ elle a précipité en blanc la diſſolution de Mercure, puis en gris noirâtre, parce que cette leſſive étoit chargée de ſouffre. Les fibres charnuës,

dépouillées

dépouillées de ſuc avec les os bien ſéchés, ont peſé 6 gros 48 grains. En les analyſant, ils ont fourni un flegme, un eſprit & une huile au poids de 2 gros & 66 grains de ſel volatil en ramifications. La maſſe reſtante dans la cornuë n'a plus peſé que 3 gros 46 grains. Sa leſſive, comme la précédente, a ſeulement précipité en blanc la diſſolution du Mercure.

Quatre onces d'Ecreviſſes concaſſées, après avoir été bien lavées, ont donné un bouillon gélatineux, dont l'extrait bien ſec a peſé 2 gros 33 grains. Cet extrait a fourni du flegme, un peu d'eſprit volatil, & un peu d'huile avec très-peu de ſel volatil urineux, mais qu'on n'a pû raſſembler pour le peſer; le tout enſemble peſoit 1 gros 20 grains, & le charbon de la cornuë 1 gros. Sa leſſive a précipité en blanc la diſſolution du Mercure, qui eſt devenuë enſuite d'un gris-noirâtre : elle n'a point altéré la ſolution du ſublimé corroſif. Le marc dont on avoit tiré l'extrait, étant ſec, a peſé 6 gros 39 grains. Il a donné par l'analyſe un flegme, un eſprit & une huile fétide qui ont peſé 2 gros 4 grains, & il y a eu aſſés de ſel volatil pour en retirer 20 grains en forme ſéche & en ramifications. La leſſive de la tête-morte, qui ne peſoit qu'un gros, a précipité la diſſolution de Mercure en blanc qui a tiré ſur le jaune, mais elle n'a produit rien de remarquable ſur la ſolution du ſublimé corroſif. Ecreviſſes.

Comme la Vipere s'employe en bouillons, en poudre & en trochiſques, je l'ai examinée avec aſſés d'attention pour qu'on puiſſe compter ſur le détail que je vais en donner. Viperes.

J'ai fait peſer exactement deux Viperes vives : elles ſe ſont trouvées du poids de 3 onces 2 gros 18 grains. On en a ſéparé les têtes & les queuës qui ont peſé 2 gros & demi. Elles ont fourni 54 grains de ſang en les coupant. On les a écorchées pour en ſéparer les ovaires & les foyes. Les deux peaux & les entrailles ont peſé 4 gros 54 grains. Les deux troncs avec les œufs & les foyes peſoient enſemble 1 once 6 gros 36 grains. Il y a eu de perte ou d'évaporation 36 grains. J'ai pris enſuite une portion d'une autre Vipere pour

achever le poids de deux onces. On a fait un bouillon de ces Viperes coupées par tronçons à la maniére ordinaire. On l'a filtré & évaporé, il s'eſt réduit en un extrait gélatineux qui a peſé, étant ſec, un gros 36 grains.

Les fibres & arrêtes ſéchées après le bouillon, ont peſé 3 gros 66 grains : ainſi il y a eu en deux onces de troncs de Vipere une once 2 gros 42 grains de flegme.

Pour m'aſſûrer encore plus exactement du poids de toutes les parties de la Vipere, je recommençai mes peſées ſur de nouvelles, & j'en pris une des plus groſſes qui peſoit toute vive 3 onces 6 gros $\frac{1}{2}$.

La tête & la queuë coupées peſoient enſemble un gros 6 grains.

Le ſang que la Vipere rendit, 1 gros 8 grains.

La peau, 4 gros 62 grains.

Le Foye, 1 gros 14 grains.

Le cœur, 6 grains.

La veſicule du fiel, 7 grains.

La graiſſe, 3 gros 44 grains.

Les entrailles, 4 gros 60 grains.

Le tronc net, 1 once 3 gros 63 grains.

Ainſi il y a eu en total 1 gros 52 grains de perte d'humidité qui s'eſt diſſipée.

Le tronc ſec a peſé 3 gros 71 grains : ainſi 7 gros 64 grains d'humidité.

Le ſang ſec, 17 grains $\frac{1}{2}$. Humidité, 62 grains $\frac{1}{2}$.

Le cœur ſec, 1 grain $\frac{1}{4}$. Humidité, 4 grains $\frac{3}{4}$.

Le foye ſec, 43 grains $\frac{1}{2}$. Humidité, 42 grains $\frac{1}{2}$.

La veſicule du fiel ſéchée, 1 grain $\frac{1}{2}$. Humidité, 5 grains $\frac{1}{2}$.

La peau ſéche, 1 gros 17 grains. Humidité, 3 gros 45 grains.

La tête & la queuë ſéches, 28 grains $\frac{1}{2}$. Humidité, 49 grains $\frac{1}{2}$.

Un tronc de Vipere écorchée, du poids de 4 gros 54 grains, a fourni par la cuiſſon 30 grains d'extrait gélatineux. La chair deſſéchée & ſéparée des arêtes peſoit 67 grains.

Les arêtes deſſéchées, 36 grains & demi ; par conſéquent ce tronc de Vipere contenoit 2 gros 64 grains & demi de flegme. On peut être aſſûré préſentement que le bouillon ordinaire de Vipere ne ſe charge que d'environ 30 grains de ſubſtance de la Vipere, lorſqu'elle ne peſera que 4 gros 54 grains, & que lorſqu'on prendra la plus petite doſe de poudre de Vipere, qui eſt de 12 grains & demi, ou trois quarts de grain ; le trait de la balance pouvant varier ; ce ſera comme ſi on employoit 37 grains & demi de chair de Vipere récente. On ſçaura auſſi par ce même calcul ce qu'on doit trouver de parties gélatineuſes, lorſqu'on veut les tirer des troncs des Viperes pour être employées dans les trochiſques : car ſuppoſé qu'on employe 4 onces de troncs de Viperes nouvellement écorchées, on en tirera une once 14 grains & un quart de grain d'extrait de bouillon ou de chair deſſéchée, & il s'y trouvera en vertebres ou arêtes ſéches 3 gros 33 grains & 3 quarts de grain, & 2 onces 3 gros 24 grains de flegme & d'humidité.

Un foye de Vipére avec ſon cœur qui peſoient 61 grains, ont donné par l'évaporation du bouillon 3 grains d'extrait gélatineux. Ce foye & ce cœur ſechés après la cuiſſon n'ont plus peſé que 18 grains & $\frac{1}{2}$.

Analyſe de l'extrait du Bouillon de Vipere.

J'ai pris l'extrait du bouillon de 2 onces de Vipere, y compris les cœurs & les foyes : il peſoit 1 gros 36 grains : il a fourni en huile, eſprit & ſel volatil de figure ammoniacale, 54 grains. Le charbon reſté dans la cornuë peſoit auſſi 54 grains, & ſa leſſive a donné des marques de ſel marin. Les fibres ſéches & les arêtes qui peſoient 3 gros 66 grains, ont donné en eſprit, en huile, & en ſel volatil ammoniacal, 1 gros 54 grains. Le charbon qui ne peſoit que 2 gros 6 grains, a précipité par ſa leſſive la diſſolution du Mercure en blanc.

Pour avoir l'analyſe complette, j'ai pris des vertébres & des arêtes de Viperes, qui par la cuiſſon avoient été dépouillées de tout leur ſuc, & enſuite de toutes leurs fibres, en les lavant à grande eau avec beaucoup de ſoin pour les

bien nettoyer. Deux onces de ces os bien ſecs ont donné par l'analyſe 2 gros 44 grains d'eſprit volatil & d'huile. Le ſel volatil qui s'étoit attaché en forme ſéche au parois du balon, & qui étoit criſtalliſé comme le ſel volatil d'urine, s'eſt trouvé peſer 70 grains. En pouſſant le feu encore pendant cinq heures, il y a eu 12 grains de ſel volatil en ramifications, ſemblable à celui que l'on tire de la corne de cerf. J'ai eû 82 grains de ſel volatil en forme ſéche, de 2 onces d'os de Viperes qu'on auroit dû croire être dénués de tous principes, & cette abondance de ſel volatil eſt égale preſque à celle qu'on tire du bois de cerf. La leſſive du *caput-mortuum* de ces os n'a point altéré la ſolution du ſublimé corroſif, mais elle a donné ſeulement quelques indices de ſoufre.

Cette analyſe des arêtes des Viperes prouve que les anciens ont eû raiſon de faire cuire les Viperes, pour en développer les principes dans les trochiſques qu'ils deſtinoient à la thériaque, & que les vertebres & les arêtes n'ont rien de nuiſible, ni même d'inutile dans cet antidote, puiſque étant développées & renduës friables par la cuiſſon, elles y fourniſſent une matiére ſemblable à la corne de cerf préparée à l'eau. Mais ce qui détermine à les devoir regarder comme utiles dans cette confection, c'eſt que la précédente analyſe démontre qu'elles contiennent preſque autant de ſel volatil que le bois de cerf.

Pain. Je terminerai ce Mémoire par l'analyſe du Pain, afin de donner une idée de ce que le pain, traité comme les viandes, pourra fournir d'extrait & de parties groſſiéres, par les cuiſſons répétées en pluſieurs eaux, & enſuite de ce qu'il contiendra de principes en l'analyſant par les diſtillations. Mais j'avertis que les opérations ſur le Pain varient ſelon la différence des Pains, ſelon que la farine en eſt plus ou moins fine, & auſſi ſelon que le Pain eſt plus ou moins cuit.

J'ai choiſi pour mes principaux eſſais le Pain de Goneſſe, parce qu'il m'a paru qu'il y avoit dans ce Pain moins de mêlange de matiéres hétérogénes, & parce qu'il n'y a dedans ni levûre de biére, ni lait, ni ſel. J'ai pris en différents temps

4 onces de ce Pain, le jour du marché, & par conſéquent cuit de la veille. J'en ai ſéparé la croûte, parce qu'elle peut, auſſi bien que le degré de ſa cuiſſon, accélérer ou retarder l'exſiccation, laquelle ſe fait plus également ſur la mie.

Quatre onces de cette mie bien ſéchée n'ont plus peſé que 2 onces 7 gros 36 grains.

La mie & la croûte taillées en tranches, comme pour le potage, n'ont pas diminué ſi conſidérablement, à cauſe de la croûte qui eſt plus ſéche, & 4 onces de l'une & de l'autre, ſéchées au même feu, & pendant le même temps, peſoient 3 onces 6 grains.

L'extrait en a été fait avec tout le ſoin poſſible, mais on n'en a pû filtrer le bouillon, quoiqu'on eût très-étendu la liqueur. Ainſi j'ai été obligé de le laiſſer dépoſer à chaque ébullition, & de mettre à part ce que j'en retirois de plus clair.

Les bouillons clarifiés de la mie de pain ſe ſont réduits par l'évaporation, en un extrait gommeux, médiocrement tranſparent, qui a peſé 6 gros. Son réſidu après toutes les lotions & coctions ayant été ſéché juſqu'à ſe caſſer, n'a plus peſé qu'une once 7 gros 54 grains, ou 2 onces moins 18 grains.

Le pain qui avoit ſa croûte a fourni, par le même procedé, une once 2 gros 18 grains d'extrait; & la maſſe reſtée après les ébullitions, peſoit une once 4 gros 54 grains.

Les ſix gros de l'extrait cy-deſſus analyſés, ont donné du flegme, de l'eſprit acide, de couleur orangée, & une huile fétide, qui peſoient enſemble 3 gros. Le *caput-mortuum* peſoit 2 gros. Sa leſſive a précipité fort légérement la diſſolution de Mercure dans l'eſprit de Nitre; ce qui indiqueroit un leger urineux ou ammoniac, dans lequel l'acide domineroit, puiſque cette même leſſive n'a rien produit ſur la ſolution du ſublimé corroſif.

La pâte ſéchée, reſtée de l'ébullition, qui peſoit 2 onces moins 18 grains, a produit les mêmes principes que l'extrait, & les liqueurs qu'on en a tirées, peſoient enſemble 7 gros

18 grains. Le charbon reſté dans la cornuë, peſoit 6 gros 40 grains. Sa leſſive n'a rien produit dans les eſſais.

Par ces expériences, on peut être aſſûré que dans une livre de pain de Goneſſe, pris le jour du marché, il y aura 3 onces 7 gros 48 grains d'humidité, puiſqu'étant ſéchée, cette livre ne peſera plus que 12 onces 24 grains; qu'elle fournira 5 onces 1 gros d'extrait, qui, ſelon les apparences, eſt la matiére que la digeſtion en ſépare pour la nourriture du corps, & 6 onces 3 gros de matiére groſſiere.

DISSERTATION

Sur les moyens dont on s'eſt ſervi, & dont on ſe ſert preſentement pour arrêter les Hemorragies cauſées par l'ouverture des Veines & des Arteres dans les Playes.

Par M. PETIT le Médecin.

LORSQUE par quelque cauſe que ce ſoit, une veine ou une artere un peu groſſe eſt ouverte; le ſang coule continuellement juſqu'à ce qu'on ait trouvé le moyen de l'arrêter, ſans quoy l'homme eſt dans un péril évident de perdre la vie avec le ſang. Il ſe trouve dans un danger d'autant plus grand que le vaiſſeau ouvert eſt plus gros, & que ce vaiſſeau eſt une artere plûtôt qu'une veine. 1 Février 1732.

Il n'y a pas lieu de douter que le premier ſecours qui s'eſt preſenté d'abord à l'eſprit, a été de comprimer la partie avec la main, & de mettre le doigt ſur l'embouchûre du vaiſſeau. Mais comme le ſang recommençoit à couler, auſſitôt que l'on ceſſoit de l'y tenir, à moins que le vaiſſeau ne fût petit, & plûtôt une veine qu'une artere, & même qu'on ne l'y laiſſât un très-long temps, ce qui eſt incommode; on s'aviſa d'y mettre des compreſſes de linge, ou des étoupes ſéches, ou trempées dans l'eau froide, ou même dans le vinaigre, & de les ſerrer avec un bon bandage; mais ce moyen ne réüſſiſſoit pas, ſi ce vaiſſeau étoit un peu conſidérable. Il a donc fallu chercher d'autres remedes, on s'eſt ſervi de pluſieurs ſortes de terre, & de ſel que l'on s'eſt imaginé pouvoir arrêter le ſang. On a reconnu, par expérience, qu'il y en avoit pour cela de plus propres les uns que les autres; ſoit qu'ils coagulent le ſang à l'embouchûre du vaiſſeau, & qu'ils en bouchent le paſſage, ſoit qu'ils donnent occaſion aux fibres des parties charnuës, de ſe reſſerrer & de ſe mettre dans une forte contraction. On a donné le

nom d'aſtringents à ces remedes, tels que ſont le bol d'Armenie, la terre ſigillée, la terre ſimollée, la craye, le plâtre, la chaux éteinte, l'amidon, la toile d'araignée, la pierre hematite, le cachou, le poil de liévre, le cotton grillé, la noix de galle, le chalcitis, le vitriol, qu'ils appelloient *chalchantum*[a], le colcotar, l'alun, & d'autres.

Tous ces remedes reſſerrent très-fort les fibres des chairs & des vaiſſeaux, & par ce moyen ils en diminuent le volume & les cavités. Cela n'arrive, que parce que ces remedes abſorbent facilement l'humidité qui ſe trouve dans les pores des chairs, dans leurs fibres & entre leurs fibres qui par leur reſſort naturel preſſent & pouſſent les parties aqueuſes de proche en proche à meſure qu'elles ſont abſorbées par les aſtringents; & cela joint à un bandage bien ſerré qui comprime les chairs & les vaiſſeaux, aide à reſſerrer d'autant plus leur cavité.

On s'eſt encore ſervi des ſucs & des gommes de plantes. Tels ſont les ſucs d'acacia, d'aloes, les gommes de bdellium, de lentiſc, le ſang-dragon, la gomme ammoniac, la réſine, &c.

J'avois d'abord crû que ces remedes étoient ſeulement emplaſtiques, & qu'ils arrêtoient le ſang en s'appliquant & s'agglutinant ſur l'embouchure des vaiſſeaux, d'où ils empêchoient le ſang de ſortir; mais j'ai reconnu qu'ils étoient très-abſorbants, comme les expériences que je rapporterai le prouvent.

Hippocrate [b] s'eſt ſervi de la plûpart de ces remedes. Celſe [c] & Galien [d] les ont mis en uſage; mais comme ces remedes n'arrêtent pas toûjours le ſang, parce que leur action eſt lente, ce qui ne convient guere aux arteres ouvertes un peu conſidérables, & dans un ſang très-coulant & pouſſé avec force, ils ont quelquefois coupé en travers les vaiſſeaux qui ne l'étoient pas, & pour lors les extrémités de ces vaiſſeaux ſe retirent de chaque côté au dedans des chairs par leur reſſort. Ces mêmes chairs comprimées contre les vaiſſeaux par

[a] Eo quod fit a ſubſtantia æris, *ſelon Galien, ou* chalcanthus. *Voy. Camparius, 163. 4.*

[b] *Lib. 5. cap. 1. & 18.*
[c] *Lib. 5. cap. 26.*
[d] *Meth. medend. lib. 5. cap. 3.*

par des compreſſes, les obligent de ſe reſſerrer & de ſe boucher eux-mêmes. Si la playe dans laquelle le vaiſſeau étoit ouvert, étoit faite par un inſtrument tranchant, ils couſoient les levres de la playe, qui venant à ſe joindre l'une contre l'autre, bouchoient l'embouchure du vaiſſeau.

Ils ont fait auſſi la ligature des vaiſſeaux, lorſqu'ils ont pû la faire commodément ; mais lorſqu'ils ont trouvé trop de difficulté, ils ont cautériſé l'embouchure de ces vaiſſeaux avec le cautere actuel. Ils employoient encore le vitriol calciné, & que nous appellons *colcotar,* lorſqu'il eſt calciné à rougeur, ils le mêloient en poudre avec d'autres aſtringents qu'ils appliquoient ſur la playe. Ils aidoient l'action de ces remedes par l'application des ventouſes & des ſaignées révulſives, pour détourner l'abondance du ſang de la partie bleſſée. Ils ne panſoient les playes que le 3 ^{me} ou le 4 ^{me} jour.

Ætius, Paul Æginete, Rhaſis, Alſaharavius, Avicenne, Actuarius, Tagaut, enfin preſque tous les Médecins qui ſont venus depuis Galien juſqu'à préſent, ſe ſont ſervis des mêmes moyens pour arrêter le ſang. Il ne paroît pas qu'on ait rien inventé de nouveau à ce ſujet. Nous voyons ſeulement dans Théodoric, dont la Chirurgie a été imprimée en 1490, qu'il s'eſt ſervi de ſublimé d'arſenic qui arrête, ſelon lui, ſubitement le ſang. Ce remede fait eſcarre, mais nous ne voyons pas qu'on ait continué de le mettre en uſage pour l'hémorragie ; on a mieux aimé ſe ſervir du bouton de vitriol. On ſe ſert en Allemagne & en Hollande de la veſſe de loup, qu'ils appellent *bouiſt.*

On a inventé dans ces derniers ſiécles pluſieurs machines pour comprimer les vaiſſeaux & ſuſpendre la circulation du ſang juſqu'à ce que leurs embouchures fuſſent conſolidées, enſorte que le ſang n'en puiſſe plus ſortir.

L'on voit dans l'Arcenal de Chirurgie de Jean Scultet une machine inventée pour comprimer l'artere du poignet ouverte par quelque accident que ce ſoit. La piéce eſſentielle de cette machine conſiſte dans une plaque de fer qui eſt pouſſée tant que l'on veut, & aſſujettie ſur l'artere qu'elle

comprime au moyen d'une vis qui paſſe d'abord à travers une autre plaque immobile qui lui ſert de point fixe, le tout monté ſur un chaſſis accommodé à la partie, & telle que la repréſente Scultet dans les deux figures qu'il en a données. Elle eſt le fondement & le modelle de pluſieurs machines que l'on a imaginées depuis pour ſuſpendre l'hémorragie des arteres. C'eſt peut-être ſur le modelle de cette piéce que l'on a inventé une machine pour comprimer l'artere du bras dans l'aneuriſme, on la nomme le *ponton de Bourdelot,* parce qu'elle a ſervi pour l'aneuriſme dont ce ſçavant Abbé a été atteint.

La piéce eſſentielle de cette machine n'eſt différente de celle de Scultet, qu'en ce que celle du ponton de Bourdelot eſt enveloppée d'un cuir rembouré en pelote, & attachée à l'extrémité de deux demi-circulaires d'acier réunis en angle par une de leurs extrémités, & recourbés de maniére qu'ils repréſentent deux cornes de bélier, ce qui ne ſe trouve point à celle de Scultet.

On a inventé au commencement du ſiécle préſent pluſieurs autres machines pour ſuſpendre l'hémorragie, dont les piéces eſſentielles ſont ſemblables à celles du ponton de Bourdelot, & dont je parlerai dans un autre Mémoire. Je me bornerai dans celui-ci à expliquer l'action des aſtringents. J'ai dit ci-deſſus qu'ils abſorbent l'humidité qui ſe trouve entre les fibres des chairs & des vaiſſeaux. Je vais rapporter des expériences qui prouvent en quelque maniére que les chairs enveloppées d'aſtringents diminuent de poids & de volume.

Bol commun. J'ai mis 16 gros de chair de mouton dans une taſſe de fayence avec du bol commun. J'ai fait pour cela une couche de bol dans la taſſe, j'ai mis le morceau de chair deſſus ; je l'ai recouvert de bol dont la chair ſe trouvoit ainſi enveloppée, ce que j'ai executé de même dans toutes les expériences ſuivantes, dans leſquelles j'ai employé des drogues en poudre. J'ai retiré la chair 24 heures après, je l'ai bien nettoyée de tout le bol qui y étoit adhérent. Cette chair

peſoit 14 gros 32 grains, elle avoit diminué d'un gros 40 grains. Je l'ai remis dans la taſſe avec le bol, & au bout de 24 heures elle peſoit 13 gros 21 grains, elle a diminué d'un gros 11 grains. Je l'ai remis dans le même bol pendant 24 heures, elle s'eſt trouvée diminuée d'un gros 3 grains, elle peſoit 12 gros 18 grains. Je l'ai enfin remis pour la quatriéme fois dans le bol, elle y a diminué de 42 grains, elle peſoit 11 gros 48 grains; elle avoit diminué en tout de 4 gros 24 grains. Cette chair avoit pour lors un peu de mauvais odeur, elle étoit pourtant un peu ſéche en dehors, brune, mais ferme en dedans, moins ſéche, & de couleur rouge.

Terre ſigillée.

J'ai mis de la même maniére 16 gros de chair de mouton avec de la terre ſigillée en poudre, je l'ai peſée toutes les 24 heures. Le 1er jour elle peſoit 14 gros 57 grains, elle avoit diminué d'un gros 15 grains. Le 2^d^ jour elle peſoit 13 gros 45 grains, elle avoit diminué d'un gros 12 grains. Le 3me jour elle avoit diminué d'un gros 14 grains, car elle peſoit 12 gros 31 grains. Enfin le 4me elle peſoit 11 gros 24 grains, elle avoit diminué d'un gros 7 grains, & en tout de 4 gros 48 grains. Elle avoit la même odeur, la même conſiſtence, & la même couleur que la chair miſe avec le bol. La chair de cadavre humain m'a donné à peu-près les mêmes changements & les mêmes diminutions.

Plâtre.

J'ai mis 16 gros de chair de mouton avec du plâtre, de la même maniére pendant quatre fois 24 heures. Le 1er jour elle a diminué d'un gros 12 grains. Le 2^d^ jour d'un gros 15 grains. Le 3me elle a diminué d'un gros 16 grains, & le 4me d'un gros 19 grains; ce qui fait en tout 4 gros 62 grains. Elle avoit la même odeur & la même couleur que la chair des expériences précédentes, mais elle étoit un peu plus ſéche, auſſi-bien que la chair que j'ai mis avec la chaux éteinte.

Chaux éteinte.

J'ai mis dans une taſſe de fayence 16 gros de chair de mouton avec de la chaux éteinte. Le 1er jour elle a diminué de 58 grains. Le 2^d^ jour elle a diminué de 62 grains. Le 3me jour elle a diminué d'un gros 16 grains, & le 4me

d'un gros 8 grains. Elle a donc diminué de 4 gros en quatre fois 24 heures. Il faut remarquer que la chair a moins diminué avec le plâtre & la chaux les deux premiers jours que les deux derniers, ce qui ne ſe trouve point dans les expériences précédentes, cela m'a engagé de répéter ces expériences.

J'ai mis la même quantité de chair avec du même plâtre, elle a diminué le 1er jour d'un gros 21 grains, le 2^d^ jour d'un gros 6 grains, le 3me jour d'un gros 5 grains, & le 4me d'un gros 2 grains. Elle a diminué en quatre jours de 4 gros 34 grains, c'eſt 28 grains de moins que la précédente expérience faite avec le plâtre.

J'ai mis auſſi la même quantité de chair avec de pareille chaux éteinte. Elle a diminué le 1er jour d'un gros 8 grains, le 2^d^ jour d'un gros 5 grains, le 3me jour de 61 grains, & le 4me de 65 grains : c'eſt en tout 3 gros 67 grains, c'eſt 5 grains de moins que l'expérience précédente faite avec la chaux. On voit par ces expériences qu'il eſt bon de répéter celles qui ſemblent être hors de la regle ordinaire.

Yeux d'Ecreviſſes.

Les yeux d'écreviſſes qui ſont aſtringents, ont cauſé moins de diminution à la chair, elle n'a contracté aucune mauvaiſe odeur. J'ai mis 16 gros de chair de mouton dans une taſſe de fayence avec des yeux d'écreviſſes en poudre pendant quatre fois 24 heures. Le 1er jour la chair a diminué de 2 gros 12 grains, le 2^d^ jour d'un gros 10 grains, le 3me jour de 22 grains, le 4me jour elle a diminué de 35 grains : c'eſt en tout 4 gros 7 grains dont elle a diminué en quatre fois 24 heures. Cette chair étoit ferme & ſans odeur. L'on ſçait que les yeux d'écreviſſes ne ſont pas ſimplement terreux, ils contiennent des parties ſalines volatiles. Nous verrons dans la ſuite de ce Mémoire, que tous les ſels & leurs fortes diſſolutions préſervent les chairs de corruption, c'eſt-à-dire, qu'ils empêchent les principes qui compoſent les parties intégrantes des chairs de ſe développer ; mais pour cela il faut que le ſel ne ſoit point trop embarraſſé dans les parties terreſtres.

J'ai voulu voir ce que produiroit le cotton, dont on s'eſt quelquefois ſervi pour arrêter le ſang. J'en ai fait ſécher au feu juſqu'à ce qu'il fût un peu grillé. J'en ai mis avec 16 gros de chair de bœuf. Cette chair a diminué le 1er jour de 61 grains, le 2d jour de 69 grains, le 3me jour elle a diminué de 50 grains, & le 4me de 42 grains, & en tout de 3 gros 6 grains. Elle étoit molle, un peu gluante, brune en dehors, rouge en dedans, avec un peu de mauvaiſe odeur. Il me ſembloit que la toile d'araignée devoit produire le même effet, & que la chair y prendroit de la mauvaiſe odeur. Mais l'expérience m'a détrompé. J'ai pris de la toile d'araignée dans ma cave, j'en ai ôté tous les corps étrangers qu'elle pouvoit contenir, je l'ai fait ſécher, j'en ai mis en poudre, j'y ai mis 16 gros de chair de mouton. Le 1er jour cette chair a diminué de 2 gros 12 grains, le 2d jour elle a diminué d'un gros 14 grains, le 3me jour de 68 grains, & le 4me elle a diminué de 58 grains. Elle a diminué de 5 gros 9 grains en quatre fois 24 heures. La chair étoit brune en dehors, rouge en dedans, ſans aucune odeur.

Cotton.

Toile d'Araignée.

On ne doutera point que la toile d'araignée ne contienne beaucoup de ſel volatil, comme toutes les matiéres animales; ce ſel volatil doit être même aſſés dégagé, puiſqu'il a empêché la chair de ſe corrompre, ce que n'a pas fait le cotton qui eſt du genre végétal, où pour l'ordinaire les ſels ſont plus unis avec les autres principes que dans le genre animal. Cette toile d'araignée a abſorbé plûs d'humidité de la chair qu'aucune des matiéres terreſtres dont j'ai parlé ci-deſſus, & plus que les yeux d'écreviſſes. Neantmoins les coquilles d'œufs & celles de moules, qui ſont des matiéres animales, ont abſorbé autant d'humidité que les yeux d'écreviſſes; mais elles n'ont pû garantir la chair de corruption, car le 4me jour cette chair ſentoit un peu mauvais, ces matiéres ont ſans doute très-peu de parties ſalines; la chair a contracté encore une plus mauvaiſe odeur, lorſque je l'ai miſe avec ces mêmes matiéres calcinées.

En général on s'imagine bien que les chairs diminuent

d'autant plus de poids, & acquiérent plus de fermeté en temps égaux & en égale quantité, & qu'elles ont moins d'épaiſſeur: & qu'elles contractent plus ou moins de mauvaiſe odeur, ſelon que les matiéres qu'on employe ſont plus ou moins ſéches. J'ai remarqué que lorſque j'ai coupé ces morceaux par la moitié, la chair intérieure avoit plus de mauvaiſe odeur que l'extérieure. Lorſque cette odeur eſt légere, ſi l'on les laiſſe encore pluſieurs jours avec les matiéres terreuſes, elles perdent leur mauvaiſe odeur & ſe ſéchent, & cela ſe fait d'autant plus facilement, ſi l'on prend le ſoin d'y mettre tous les jours de nouvelles terres ou de nouveaux ſels, ou bien de ſécher tous les jours celles dont on ſe ſert. Les chairs diminuent davantage dans un temps chaud & ſec que dans un temps froid & humide. La plus grande partie des expériences rapportées dans ce Mémoire ont été faites cet été, qui a été fort chaud.

Il faut encore remarquer que dans la plûpart de ces expériences les chairs ont plus diminué les premiers jours que les derniers. Il eſt rare que les diminutions ſoient plus fortes les derniers jours que les premiers, & j'ai quelquefois trouvé le contraire en réitérant ces expériences comme je l'ai fait voir ci-deſſus.

Pierre hématite. La pierre hématite bien pulvériſée, que l'on employe comme un grand aſtringent, a eu quelque choſe de ſingulier, c'eſt qu'elle n'a fait diminuer 16 gros de chair de mouton que de 38 grains en quatre fois 24 heures, & elle a diminué le 1er jour de 30 grains, & a commencé à ſentir mauvais.

Coralline. Il y a peu de plantes aſtringentes qui ayent empêché la chair de prendre une mauvaiſe odeur. J'ai mis 16 gros de chair de mouton avec de la coralline en poudre. Le 1er jour la chair a diminué de 44 grains, le 2^d^ jour de 50 grains, le 3me jour elle a diminué de 60 grains, & le 4me de 62. Elle a diminué ſeulement de 3 gros en quatre fois 24 heures. Cette chair a commencé à avoir un peu de mauvaiſe odeur dès le 2^d^ jour, & ſentoit très-mauvais le 4me.

Sumach. La chair a diminué avec la graine de ſumach de 3 gros

67 grains, & n'a pas contracté une ſi mauvaiſe odeur. Elle a diminué le 1er jour de 2 gros 5 grains, le 2^d^ jour d'un gros 12 grains, le 3me jour de 33 grains, & le 4me de 17 grains. Elle a diminué de 4 gros dans une autre expérience.

Les balauſtes en poudre ont fait diminuer 16 gros de chair de 5 gros 10 grains. Elle a moins de mauvaiſe odeur que celle qui a été dans le ſumach. La diminution s'eſt faite à peu-près dans le même ordre que celle du ſumach. Balauſtes.

La racine de biſtorte a produit preſque le même effet : la chair y a diminué de 4 gros 67 grains, & a contracté un peu de mauvaiſe odeur, ce qui n'eſt point arrivé avec la racine de tormentille, où la chair a diminué de 4 gros 57 grains. Racine de Biſtorte. Racine de Tormentille.

On voit par toutes ces expériences que ce n'eſt pas toûjours la diminution de l'humidité dans les chairs, qui empêche qu'elles ne ſe gâtent, & ne ſe pourriſſent, quoiqu'en général les chairs ſe pourriſſent d'autant plus facilement qu'il y a plus d'humidité.

De tous les aſtringents végétaux que j'ai employés, j'en ai peu trouvé qui ait abſorbé plus d'humidité que la noix de gale. Seize gros de chair miſe avec la noix de gale en poudre y ont diminué de 6 gros 19 grains en quatre fois 24 heures. Il s'eſt fait dès le 1er jour une diminution de 3 gros, le 2^d^ jour cette chair a diminué d'un gros 50 grains, le 3me jour d'un gros, & le 4me de 41 grains. La chair n'avoit point du tout de mauvaiſe odeur, la poudre de noix de gale qui touchoit immédiatement à cette chair étoit glutineuſe & brune, elle y étoit fort adhérente, & reſſembloit par ſa conſiſtence à de la gluë, ou à de la gomme fonduë. Il paroît par cette expérience, que la noix de gale a quelque choſe de gommeux que l'on n'y avoit pas ſoupçonné. Noix de Galle.

J'avois toûjours crû, comme je l'ai déja dit, que toutes les gommes & les ſucs gommeux des plantes que l'on employe dans les emplâtres, ne pouvoient arrêter les hémorragies que parce qu'elles ſont capables de s'appliquer ſur l'embouchure des vaiſſeaux : mais les expériences ſuivantes prouvent que ce ſont encore de grands abſorbants très-

capables de mettre dans une grande contraction les fibres des vaiſſeaux.

Sang-dragon. J'ai mis 16 gros de chair avec du ſang-dragon en poudre. Cette chair a diminué le 1er jour d'un gros 32 grains, le 2d jour d'un gros 4 grains, elle a diminué d'un gros le 3me jour, & le 4me d'un gros, enſorte qu'elle a diminué de 4 gros 36 grains en quatre fois 24 heures. Le ſang-dragon devient humide & très-glutineux, il s'attache à la chair dont il faut le ſéparer avec patience pour pouvoir le peſer. Cette chair avoit un peu de mauvaiſe odeur.

Suc d'Acacia. La chair miſe avec le ſuc d'acacia-vera au poids de 16 gros, a diminué de 7 gros en quatre fois 24 heures. Elle n'avoit aucune odeur.

Aloes. La chair miſe au même poids avec l'aloes, a diminué de 6 gros 36 grains en quatre fois 24 heures, & étoit ſans odeur. Je n'ai pû peſer tous les jours ces deux derniers à cauſe de la grande adhérence de ces ſucs avec la chair, & c'eſt avec beaucoup de temps & de peine que je les ai détachés le 4me jour pour peſer la chair.

Gomme Oppoponax. J'ai mis 16 gros de chair avec la gomme oppoponax en larmes, la chair a diminué le 1er jour d'un gros 30 grains, le 2d jour d'un gros 12 grains; elle a diminué le 3me jour de 49 grains, & le 4me de 38 grains; ainſi elle a diminué de 3 gros 57 grains en quatre fois 24 heures. La chair avoit l'odeur d'oppoponax ſeulement, je l'ai laiſſée encore deux jours dans cette gomme, pendant leſquels elle a encore diminué d'un gros 36 grains.

Poix-Reſine. J'ai mis 16 gros de chair dans la poix reſine en poudre, elle y a diminué de 5 gros en quatre fois 24 heures, mais moins dans les premiers jours, que dans les deux derniers. Elle a diminué d'un gros le 1er jour, le 2d jour d'un gros 9 grains; elle a diminué le 3me jour d'un gros 30 grains, & d'un gros 33 grains le 4me jour; elle ſentoit pour lors fort mauvais.

Storax. La chair miſe avec le ſtorax avoit un peu de mauvaiſe odeur, elle avoit pourtant diminué de 5 gros en quatre fois

24 heures; néantmoins la même quantité de chair miſe avec du benjoin, n'a contracté aucune mauvaiſe odeur, quoiqu'elle n'ait diminué que de 3 gros 48 grains, ce qui eſt arrivé de même à la gomme oppoponax : toutes ces chairs étoient fermes & rouges en dedans. Les ſucs d'acacia & d'aloës ont cauſé plus de diminution à la chair, que les gommes & les réſines dont j'ai parlé; la gomme arabique & le ſucre ont produit le même effet.

Gomme arabique.

J'ai mis 16 gros de chair de Mouton avec la gomme arabique en poudre, elle a diminué le 1er jour de 2 gros, le 2^d^ jour de 2 gros 2 grains, le 3me jour de 2 gros 50 grains, & le 4me de 42 grains; elle a diminué de 7 gros 22 grains en quatre fois 24 heures. La gomme s'eſt détachée de cette chair très-difficilement; la chair étoit ſans odeur, & très-ferme, & d'un beau rouge dehors & dedans.

Sucre.

La même choſe eſt arrivée à la chair miſe avec du ſucre en poudre; car elle a diminué de 7 gros 10 grains, mais différemment. Le 1er jour elle a diminué de 3 gros 5 grains, le 2^d^ jour de 2 gros 10 grains, le 3me jour d'un gros 2 grains, & le 4me de 65 grains : elle étoit d'un beau rouge & ſans odeur; ainſi l'on peut bien mettre la gomme arabique & le ſucre au nombre des aſtringents.

Venons préſentement aux expériences que nous avons faites ſur les ſels. On a employé fort ſouvent les vitriols pour l'hémorragie, & principalement le vitriol verd calciné, & le vitriol bleu : c'eſt par eux que je vais commencer.

Vitriol verd calciné.

J'ai pris 16 gros de chair que j'ai mis dans une taſſe de fayence avec du vitriol verd calciné à blancheur tirant ſur le jaune. Je l'ai laiſſé 24 heures, au bout deſquelles j'ai retiré la chair; je l'ai bien eſſuiée avec un linge pour en ôter tout le vitriol & toute l'humidité, elle peſoit 13 gros; elle eſt donc diminuée de 3 gros en 24 heures. Je l'ai remiſe dans la taſſe avec le même vitriol, & l'aiant retirée au bout de 24 heures, & bien eſſuiée, elle s'eſt trouvée diminuée d'un gros 51 grains; la chair étoit ferme au dehors, molle au dedans, & ſans odeur. Je l'ai remiſe dans le vitriol, & au bout

de 24 heures elle étoit diminuée d'un gros 8 grains. Le vitriol étoit humide, j'y ai remis la chair pour la quatriéme fois, elle y a diminué de 62 grains en 24 heures; elle a diminué en tout de 6 gros 19 grains en quatre fois 24 heures; la chair étoit ſans odeur, ſéche en dehors, quoique le vitriol fût très-humide, elle étoit molle en dedans, & d'un beau rouge foncé. J'ai ſuivi le même procédé dans toutes les expériences ſur les ſels.

Vitriol verd qui n'eſt point calciné.

J'ai fait cette expérience avec du vitriol verd en poudre, qui n'étoit point calciné, il s'en eſt fallu preſque le tiers que la diminution de la chair ait été auſſi forte. Seize gros de chair de mouton ont diminué le 1er jour de 2 gros 68 grains, le 2^d^ jour de 61 grains, le vitriol étoit humecté, il y avoit même un peu de liquide; la diminution a été le 3me de 37 grains, & le 4me jour elle a été de 35 grains; elle a diminué de 4 gros 57 grains en quatre fois 24 heures. J'avois mis avec le mouton 16 gros de bœuf, la diminution a été de 4 gros 67 grains, qui eſt 10 grains de plus, ce qui m'avoit donné lieu de croire que le bœuf diminuë plus que le mouton. Mais j'ai trouvé la même choſe avec le mouton, lorſque j'en ai mis pluſieurs morceaux, comme nous le verrons dans quelques expériences ſuivantes.

Pour revenir à nôtre expérience, ces chairs étoient fermes au dehors, molles en dedans, & tant ſoit peu vertes, tirant ſur le rouge, ſans aucune odeur.

Vitriol bleu.

J'ai mis 16 gros de chair de mouton avec du vitriol bleu en poudre. Le 1er jour cette chair a diminué de 2 gros 10 grains, le 2^d^ jour de 64 grains, elle a diminué le 3me jour d'un gros 35 grains, & le 4me de 35 grains : elle a donc diminué de 5 gros en quatre fois 24 heures. Cette chair étoit ſans odeur, bleuë en dehors & en dedans, le vitriol étoit humide. J'ai laiſſé encore quatre jours la chair avec le vitriol, elle s'eſt trouvée diminuée toutes les 24 heures, en ſorte que la chair ne peſoit plus que 10 gros. Cette expérience réitérée a donné à peu-près le même poids.

Vitriol blanc.

Quoiqu'on ne ſe ſerve pas de vitriol blanc dans les hé-

morragies, j'ai voulu néantmoins voir l'effet qu'il produiroit. J'ai donc mis 16 gros de chair de mouton avec du vitriol blanc en poudre. Le premier jour elle a diminué de 2 gros 45 grains, & le 2me jour d'un gros ; elle a diminué le 3me jour de 65 grains, & le 4me de 40 grains : elle a donc diminué de 5 gros 6 grains en quatre fois 24 heures. Une autre fois la chair a diminué de 5 gros 20 grains. Elle avoit l'odeur de hareng faur, elle étoit très-ferme, jaunâtre en dehors, & rouge en dedans, le vitriol humecté, mais très-peu. J'ai remis dans le même vitriol cette chair pendant ſix jours, elle y a diminué d'un gros 34 grains, & en tout de 6 gros 40 grains, elle ne peſoit que 9 gros 32 grains.

Alun de roche.

J'ai mis 16 gros de chair de mouton avec de l'alun de roche en poudre ; elle a diminué le 1er jour de 3 gros 2 grains, & le 2d jour de 2 gros, ainſi elle a diminué de 5 gros 2 grains en deux fois 24 heures, mais le 3me jour elle s'eſt trouvée augmentée d'un gros 2 grains, elle peſoit 12 gros, & elle étoit encore augmentée le 4me jour de 62 grains. Cette chair étoit griſe en dehors, rouge en dedans, très-ferme, & ſans aucune odeur, elle n'eſt donc augmentée en deux jours que d'un gros 64 grains.

Sel commun.

J'ai mis trois morceaux de chair de mouton, peſant chacun 16 gros, dans la même jatte de fayence, avec du ſel commun bien pilé & bien ſec, je les ai peſés tous les 24 heures. Ils étoient diſtingués par des fils. Le premier a diminué le 1er jour de 3 gros 21 grains. Il a diminué le 2d jour de 43 grains ſeulement, il a donc diminué en deux fois 24 heures de 3 gros 64 grains. Le 3me jour il a augmenté de 25 grains, & le 4me de 8 grains. Cette augmentation n'a été que de 33 grains en deux fois 24 heures.

Le ſecond morceau a diminué le 1er jour de 3 gros 12 grains, le 2d jour de 39 grains, c'eſt en tout 3 gros 51 grains, puis il a augmenté le 3me jour de 20 grains, & le 4me de 17 grains, c'eſt 37 grains dont ce morceau a augmenté.

Le 3me morceau a diminué le 1er jour de 2 gros 66 grains, mais le 2d jour il a augmenté de 2 grains, le 3me jour de

7 grains, & le 4me jour de 39 grains, c'eſt 48 grains dont il a augmenté en trois fois 24 heures.

On voit par cette expérience que les chairs ont d'abord diminué de poids, & qu'elles ont enſuite augmenté comme il eſt arrivé à l'alun.

La diminution ne vient certainement que de ce qu'une partie de l'humidité a paſſé dans le ſel, mais en même temps une portion du ſel eſt entrée dans les chairs, & c'eſt ce que l'expérience confirme. Si on coupe un morceau de chair qui a été 24 heures dans le ſel commun, on trouve que la couleur de la chair a changé intérieurement, & qu'aulieu d'être rouge, elle ſe trouve griſe de l'épaiſſeur d'une ligne, de deux lignes, & quelquefois plus; que le 2d jour le ſel a pénétré davantage, & a continué de pénétrer encore plus les jours ſuivants. Si l'on goûte cette chair intérieure le 1er jour, elle eſt ſalée, ſi la chair a été dans le ſel commun : mais celle qui a été dans l'alun, a le goût d'alun, & eſt d'un brun rouge; celle qui a été dans le vitriol-verd eſt verdâtre, & a le goût de vitriol-verd; elle eſt bleuë dans celle qui a été dans le vitriol bleu. Ces ſels ne peuvent pénétrer les chairs qu'ils n'y ſoient portés par un véhicule, *ſalia non agunt, niſi diſſoluta.* Ce véhicule eſt l'humidité qui ſort des chairs, & diſſout le ſel, au moyen de laquelle il pénétre les pores des chairs, ſans cela on trouveroit une plus grande diminution à la chair, mais toute l'humidité ne pénétre pas, il en reſte la plus grande partie dans les ſels. Plus les ſels ſont capables de ſe charger d'abord de cette humidité, plus il en rentre dans les chairs, ce qui doit augmenter d'autant plus le poids des chairs; ainſi il doit être entré une plus grande quantité de ſel dans la chair le 3me & le 4me jour, qu'il n'en eſt ſorti de parties aqueuſes, & le ſel qui s'y introduit doit être en plus grande quantité que la liqueur qui lui ſert de véhicule : mais en quelque petite quantité que ſoit cette liqueur, elle y eſt pourtant néceſſaire pour l'augmentation du poids. Si l'on prend la précaution de ſécher tous les jours le ſel, ou bien ſi on en met de nouveau à la place de celui qui eſt humecté, la chair diminuë toûjours de poids.

J'ai mis 16 gros de chair de mouton avec du ſel marin bien ſec, je l'ai changée tous les jours en y mettant de nouveau ſel. Le 1er jour la chair s'eſt trouvée diminuée de 4 gros 2 grains, le 2^d^ jour elle a diminué de 32 grains, le 3me jour de 36 grains, & le 4me de 30 grains, elle a donc diminué de 5 gros 28 grains en quatre jours. Sel marin.

J'ai fait la même expérience avec l'alun renouvellé tous les jours. Le 1er jour la chair a diminué de 3 gros, le 2^d^ jour de 2 gros 4 grains, le 3me jour de 40 grains, & le 4me de 24 grains. Elle a diminué de 5 gros 68 grains en quatre jours. Alun.

Quoique les vitriols ſe ſoient chargés d'humidité, ils n'ont point augmenté le poids de la chair le 3me ni le 4me jour, mais il faut prendre garde qu'ils ſe ſont ſimplement humectés, & qu'ils ne ſe ſont pas liquefiés, il n'y a que le vitriol verd qui n'a point été calciné, qui s'eſt très-peu liquefié, ce qui eſt cauſe qu'il a beaucoup moins diminué la chair que le même vitriol calciné. Voici encore une preuve que c'eſt l'humidité chargée de ſel qui rentre dans la chair qui en augmente le poids.

J'ai pris de la diſſolution de vitriol verd très-forte, elle contenoit cinq parties de vitriol ſur huit parties d'eau, c'eſt ce qu'elle en peut tenir en diſſolution à froid. J'y ai mis 16 gros de chair de bœuf, cette chair a diminué le 1er jour de 84 grains, & le 2me jour de 44 grains, elle a donc diminué d'un gros 56 grains en 48 heures. Le 3me jour elle a augmenté de 4 grains, & le 4me jour de 16 grains. Dans d'autres expériences faites avec la même diſſolution, la chair a quelquefois augmenté le 1er jour, & diminué le 2^d^ jour, puis elle a augmenté le 3me jour & le 4me. Diſſolution de Vitriol, très-forte.

J'ai mis 16 gros de chair dans une forte diſſolution de ſel marin, c'eſt-à-dire, qui contenoit une partie de ſel marin ſur trois parties d'eau. La chair a diminué le 1er jour de 22 grains, mais elle a augmenté le 2^d^ jour de 26 grains, le 3me jour de 53 ; elle a augmenté le 4me jour de 16 grains. Diſſolution de Sel marin, forte.

Dans une autre expérience je n'ai mis qu'une partie de ſel ſur ſept parties d'eau. La chair a augmenté dès le 1er jour Diſſolution de Sel marin, foible.

de 44 grains, le 2[d] jour de 46 grains, le 3me jour de 31 grains, & le 4me de 5 grains, ce qui fait en tout un gros 54 grains dont elle a augmenté. Ces expériences prouvent bien que la quantité de liqueur jointe au ſel, produit l'augmentation du poids de la chair.

Diſſolution d'Alun.

La diſſolution d'alun qui ne contenoit qu'une partie d'alun ſur ſept parties d'eau, qui eſt tout ce qu'elle en peut tenir en diſſolution à froid, a fait diminuer 16 gros de chair, le 1er jour, de 22 grains, mais le 2[d] jour elle a augmenté d'un gros, le 3me jour de 52 grains, & le 4me de 6 grains ſeulement.

Dans d'autres expériences que j'ai faites avec la même diſſolution, les chairs ont augmenté de poids les deux premiers jours, puis elles ont diminué les deux derniers ; j'ai même une expérience où la chair n'a ni diminué ni augmenté le 4me jour.

Diſſolution de Vitriol bleu.

La forte diſſolution de vitriol bleu qui contenoit une partie de ce vitriol ſur deux parties d'eau, a fait une diminution plus forte le 1er jour que la diſſolution des autres vitriols, du ſel marin & de l'alun. J'ai mis 16 gros de chair de mouton dans cette diſſolution de vitriol bleu, la chair a diminué le 1er jour de 3 gros 11 grains, & de 61 grains le 2[d] jour, enſorte qu'en deux jours elle a diminué de 4 gros; elle a augmenté le 3me jour de 19 grains, & le 4me de 32 grains.

Mais dans d'autres expériences faites avec la même diſſolution, la chair a moins diminué le 1er & le 2[d] jour, & a plus augmenté le 3me & le 4me jour.

Diſſolution de Vitriol blanc.

La diſſolution forte de vitriol blanc, qui contenoit deux parties de vitriol ſur trois parties d'eau, a diminué 16 gros de mouton pendant les trois premiers jours de 2 gros 44 grains; le 1er elle a diminué d'un gros 63 grains, le 2[d] jour de 18 grains, le 3me jour de 35 grains, c'eſt 2 gros 44 grains en trois jours : elle a augmenté le 4me jour de 20 grains. Dans une autre expérience la chair a diminué le 1er jour d'un gros 30 grains, le 2[d] de 26 grains, & le 3me de 10 grains ; elle

a diminué en tout de 2 gros 66 grains; elle a augmenté de 18 grains le 4me jour.

Je pourrois rapporter bien d'autres expériences faites ſur différents ſels, pour prouver que l'augmentation de poids dans les chairs ne vient que du ſel qui s'y introduit par le moyen de l'eau qui lui ſert de vehicule, mais je crois que celles que je viens d'expoſer ſuffiſent.

Après avoir donné les expériences que j'ai faites ſur les terres, les gommes & les ſels, je vais donner celles que j'ai faites ſur les eſprits volatils, tant acides que ſulfureux. Pour ce qui regarde les eſprits acides, on ne peut les employer purs, à moins qu'ils ne ſoient très-foibles, comme ſont quelques eſprits de vitriol qui ne ſont point rectifiés. Les eſprits de nitre & de ſels purs, auſſi bien que l'huile de vitriol, cuiſent la chair de maniére qu'ils la reduiſent, pour ainſi dire, en pâte.

Il a donc fallu affoiblir ces eſprits avec de l'eau à proportion de leur force.

J'ai mêlé 4 onces de bon eſprit de ſel avec 2 onces d'eau commune, que j'ai miſes dans un poudrier de verre avec trois morceaux de chair de mouton, peſant chacun 16 gros : je les ai diſtingués par des fils que j'y ai attachés. Je les ai peſés tous les 24 heures pendant quatre jours. Le premier morceau eſt diminué le 1er jour d'un gros 40 grains, le 2d jour de 22 grains, le 3me jour de 63 grains, & le 4me jour de 6 grains : il a diminué de 2 gros 56 grains en quatre jours. Eſprit de Sel.

Le ſecond morceau eſt diminué le 1er jour d'un gros 40 grains, le 2d jour de 36 grains, le 3me jour de 10 grains, & le 4me jour de 21 grains : il a diminué de 2 gros 35 grains en quatre jours.

Le troiſiéme morceau eſt diminué le 1er jour d'un gros 47 grains, le 2d jour de 6 grains, le 3me jour de 21 grains, & le 4me jour de 27 grains : il a diminué en tout de 2 gros 29 grains en quatre jours. Ces morceaux de chair avoient l'odeur de la viande cuite; ils étoient fermes, & de couleur cendrée.

Voilà trois morceaux qui ont diminué chacun d'une maniére différente les uns des autres, quoiqu'ils euſſent été coupés tous trois de la même piéce, & qu'ils ayent trempé en même temps dans la même liqueur. Nous avons vû cideſſus la même choſe dans trois morceaux de chair que nous avons mis avec le ſel commun; ce qui me paroît dépendre de ce que dans chacun de ces trois morceaux, il y a de la chair de differents muſcles dont le tiſſu des fibres eſt plus ſerré dans certains muſcles que dans d'autres : cela eſt encore occaſionné parce qu'il y a plus de parties tendineuſes dans les uns que dans les autres, & les tendons contiennent moins d'humidité que les parties charnuës; ainſi il ne faut pas s'attendre de voir préciſément les mêmes diminutions que j'ai trouvées, quoiqu'on prenne la même quantité de chair, & les mêmes matiéres dont je me ſuis ſervi. Les expériences faites dans des temps chauds doivent eſtre un peu différentes de celles qui ſont faites dans des temps froids; mais toutes ces différences ſont peu conſidérables.

Eſprit de Nitre.

Le mêlange de bon eſprit de nitre avec égale partie d'eau, n'a pas produit une plus grande diminution que l'eſprit de ſel; mais la chair a diminué davantage avec le mêlange d'huile de vitriol & d'eau, quoiqu'il y eût trois fois autant d'eau que dans le mêlange d'eſprit de nitre, & ſix fois autant que dans l'eſprit de ſel.

Huile de Vitriol.

J'ai mêlé une once d'huile de vitriol diſtillée clair, bien concentrée & très-peſante, elle eſt à l'eau comme 28 à 15, avec 3 onces d'eau. Je l'ai miſe dans un poudrier de verre avec 16 gros de chair de bœuf, elle étoit diminuée 24 heures après d'un gros 60 grains, le 2^{d} jour elle étoit diminuée de 24 grains, le 3me jour de 31 grains, & le 4me de 28 grains; elle a donc diminué de 3 gros 11 grains en quatre fois 24 heures : la chair étoit ferme, pâle dedans & dehors. Si l'on ne met qu'une once & demie d'eau avec une once de cette huile de vitriol, la chair ſe cuit en deux ou trois jours, en ſorte qu'elle ſe briſe & s'étend ſous les doigts comme de

de la cire molle. Tous ces eſprits acides ne prennent aucune teinture avec les chairs.

L'eſprit de vin a fait à peu près la même diminution. J'y ai mis 16 gros de chair de mouton, elle s'eſt trouvée diminuée au bout de 24 heures de 2 gros 10 grains, le 2d jour elle a diminué de 35 grains, le 3me de 24 grains, & le 4me de 55 grains; elle a diminué en quatre jours de 3 gros 52 grains : la chair étoit ferme, pâle, & n'a donné aucune teinture à l'eſprit de vin. J'ai trouvé dans une ſeconde expérience, que la chair n'a diminué que de 3 gros 19 grains. Eſprit de Vin.

J'ai mis la même quantité de chair dans l'eſprit de vin tartariſé, elle a diminué en quatre jours de 4 gros 8 grains. Eſprit de Vin tartariſé.

L'eſprit de vin camphré a produit la même diminution; elle a diminué en tout de 4 gros 3 grains. La chair s'eſt trouvée de même conſiſtence & de même couleur dans l'eſprit de vin tartariſé, & l'eſprit de vin camphré, que dans le ſimple eſprit de vin, & tous ces eſprits n'ont pris aucune couleur. Ces expériences varient comme la précédente, non-ſeulement par rapport aux chairs, comme nous l'avons dit, mais encore par rapport à la force des eſprits, & de leur impregnation de ſel, de camphre, &c. Eſprit de Vin camphré.

De toutes les expériences rapportées dans ce Mémoire, on peut établir en général deux eſpeces d'aſtringents. Les premiers abſorbent ſimplement l'humidité, & ne laiſſent échapper aucunes parties ſalines ou autres qui puiſſent s'introduire dans les chairs, & les empêcher de contracter une mauvaiſe odeur. C'eſt ce que nous avons remarqué dans toutes les matiéres terreuſes, dans la plûpart des plantes aſtringentes, dans quelques gommes & réſines, & dans quelques matiéres animales dont nous avons parlé.

Les aſtringents de la ſeconde eſpece abſorbent l'humidité, mais leurs parties ſalines & ſulfureuſes ſe dégagent, pénétrent la ſubſtance des chairs, & les préſervent de corruption, c'eſt ce que nous avons vû dans les chairs miſes avec des plantes aſtringentes, des gommes & des parties animales, ce qui a été prouvé par les expériences faites avec les ſels & les eſprits

acides & ſulfureux, que nous avons rapportées, mais encore avec beaucoup d'autres plantes & ſels.

Mais dans toutes les expériences que j'ai rapportées ſur les ſels; les vitriols & l'alun qui ſont reconnus pour les ſels les plus aſtringents, ont abſorbé le plus d'humidité; & quoique ces ſels s'introduiſent dans les chairs, & doivent par conſéquent en augmenter le poids, les chairs deviennent conſtamment plus legéres dans le même temps qu'il s'y introduit des parties ſalines; il faut donc qu'il s'échappe plus d'humidité des chairs, qu'il n'y entre de parties ſalines accompagnées de parties aqueuſes. Nous avons remarqué que la chair augmente de poids dans l'alun & le ſel commun le 3me & le 4me jour, nous en avons donné les raiſons ci-deſſus *.

* p. 44.

J'aurois pû abbreger pluſieurs de ces expériences, en marquant ſeulement la quantité dont ces chairs ont diminué & augmenté en quatre jours, mais ces diminutions & ces augmentations ont été bien différentes les unes des autres dans les différentes expériences; j'ai crû qu'on pourroit en tirer des conſéquences particuliéres, lorſque l'on en recherchera les cauſes, ce qui m'a obligé de ne point négliger le détail des diminutions & des augmentations qui ſont arrivées chaque jour.

Tous ces aſtringents doivent abſorber plus d'humidité, & agir plus efficacement ſur les parties d'un corps vivant, qui ſont chaudes, & toûjours prêtes à ſe mettre en contraction par les eſprits animaux qui y coulent inceſſamment.

Ces expériences pourront engager les praticiens qui ſeront obligés de ſe ſervir des aſtringents, à choiſir ceux dans leſquels la chair n'a contracté aucune mauvaiſe odeur, ou du moins ceux dans leſquels elle en a le moins contracté principalement en Eté.

SUR LA PARALLAXE DE LA LUNE.

Par M. GODIN.

LA Parallaxe d'un Aſtre eſt l'angle ſous lequel le demi-diametre de la Terre ſeroit vû du centre de cet Aſtre; elle varie ſuivant les diſtances de l'Aſtre à la Terre & ſuivant ſes différentes hauteurs ſur l'horiſon ; à même diſtance de la Terre, la parallaxe horiſontale eſt la plus grande de toutes, & étant une fois connuë, on en déduit aiſément celles qui à la même diſtance de la Terre conviennent à tous les degrés de hauteur ſur l'horiſon. 6 Janvier 1732.

Il eſt important de connoître la parallaxe horiſontale de la Lune ; c'eſt ſur cet élément qu'eſt fondé le calcul des Eclipſes, & elle ſert outre cela à trouver la diſtance de la Lune à la Terre. Voici quelques méthodes pour la déterminer immédiatement par les obſervations, avec une grande facilité & toute l'exactitude qu'on peut eſperer.

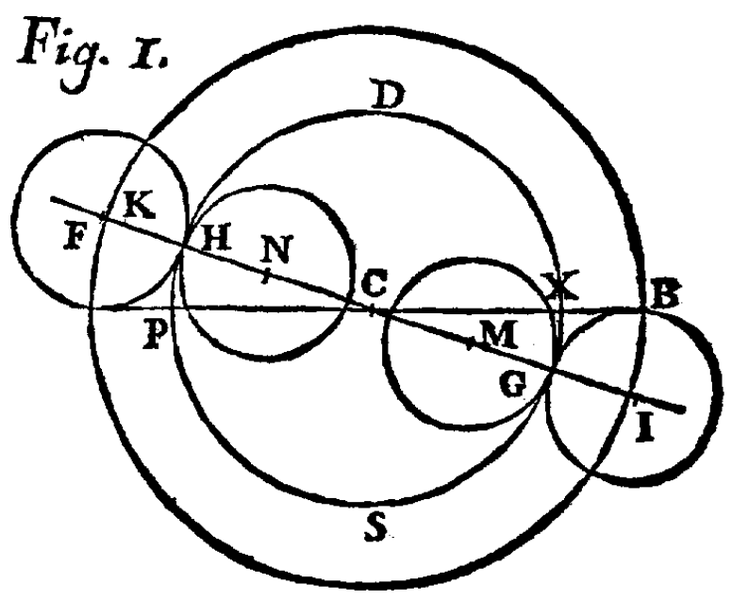
La Parallaxe horiſontale de la Lune pour un temps donné, ou pour un point quelconque de ſon orbite, eſt égale à la ſomme du demi-diametre de l'ombre de la Terre, vû dans l'orbe de la Lune, & du demi-diametre apparent du Soleil dans le même temps diminué de ſa parallaxe horiſontale. Cette Regle, qui eſt de l'invention de Képler, eſt démontrée en pluſieurs endroits. Je ſuppoſe néantmoins ici pour plus de facilité que le Soleil n'a point de parallaxe ſenſible, & que ſon demi-diametre vû de la Terre ou de la Lune ne differe pas ſenſiblement ; il ſera aiſé, ſi l'on veut, d'avoir égard à la différence que cette ſuppoſition pourroit cauſer dans la parallaxe horiſontale de la Lune. Je ſuppoſe encore que l'ombre dans laquelle la Lune eſt plongée dans le temps de l'Eclipſe, & dont les bords apperçûs ſur ceux de la Lune

indiquent le commencement ou la fin de l'Eclipſe, eſt la véritable ombre du Globe de la Terre, quoique je ſçache bien qu'elle eſt en effet l'ombre formée par le Globe de la Terre environné d'une Atmoſphere, & qu'il faudroit par cette raiſon diminuer le diametre de l'ombre que je trouverai par les méthodes ſuivantes, ou la parallaxe horiſontale de la Lune que j'en déduirai, de la quantité dont l'ombre obſervée eſt augmentée à cauſe de l'Atmoſphere terreſtre; mais comme cette quantité eſt encore inconnuë, j'ai mieux aimé la négliger dans des méthodes qui ſont générales, ſauf à faire cette correction lorſqu'on aura pû la déterminer par des obſervations, & qu'on voudra conſtruire effectivement une Table des Parallaxes de la Lune.

Premiére Méthode.

Soit *SDPG* l'ombre de la Terre dans l'orbe de la Lune, *BP* l'Ecliptique, & *IF* l'orbite de la Lune, dont le nœud ſe trouve au centre *C* de l'ombre dans le temps d'une oppoſition; en ce cas, l'Eclipſe de Lune ſera centrale; ſoit auſſi *BX* égale au demi-diametre du Soleil au temps de cette oppoſition, *CB* en négligeant la parallaxe du Soleil ſera la parallaxe horiſontale de la Lune pour le point de ſon orbite où elle eſt au temps de cette oppoſition. Dans ce cas d'une Eclipſe centrale, il eſt fort aiſé de trouver la valeur de cette parallaxe *CB;* car puiſque *IF* eſt l'orbite de la Lune, lorſque l'Eclipſe commencera au point *G*, le centre de la Lune ſera en *I*, & de même ce centre ſera en *F*, lorſque l'Eclipſe finira au point *H*. De plus ce centre ſera en *M* au moment de l'immerſion totale, & en *N* au moment de l'émerſion: mais

Fig. 1.



par l'obſervation de ces quatre phaſes on aura en temps les valeurs de *IF* & de *MN*. Pour les connoître en parties de cercle, on ſe ſervira du mouvement horaire de la Lune au Soleil au temps de cette Eclipſe, que l'on peut avoir immédiatement & indépendemment de ce que l'on cherche ici: & l'on fera cette régle

Comme 3600″ d'heure = 1 h

ſont au mouvement horaire de la Lune au Soleil réduit en ſecondes,

Ainſi *IF* ou *MN* en ſecondes d'heure

eſt à *IF* ou *MN* en ſecondes de degré.

On aura donc *IC* & *MC* leurs moitiés en ſecondes de degré; mais ajoûtant à *MC* le demi-diametre horiſontal de la Lune connu en ſecondes de degré, on aura *CG* demi-diametre de l'ombre, & de *CI* ôtant ce même demi-diametre *IG*, on aura encore *CG* ou *CX*, à quoi ajoûtant *XB*, on aura la parallaxe horiſontale de la Lune.

Dans cette recherche les obſervations de l'immerſion & de l'émerſion doivent être préférées à celles du commencement & de la fin, à cauſe de la difficulté de diſtinguer préciſément celles-ci.

On peut encore employer deux phaſes égales obſervées en doigts vers le commencement & vers la fin de l'Eclipſe; ſi les phaſes ſont de ſix doigts, la moitié de la différence entre les deux inſtants de l'obſervation, étant convertie en ſecondes de degré, eſt elle-même le demi-diametre de l'ombre, parce que dans la phaſe de 6 doigts le centre de la Lune eſt au bord de l'ombre: ſi les phaſes ſont de moins que 6 doigts, ayant converti en ſecondes de degré la différence entre les moments des obſervations, on ôtera de la moitié de cette différence le ſupplément à 6 doigts de la phaſe obſervée, lequel ſupplément on réduira auparavant en ſecondes de degré par le moyen du diametre de la Lune qu'on connoît par obſervation. Si au contraire les phaſes ſont de plus de 6 doigts, on ajoûtera à cette moitié de l'intervalle en temps réduit en parties de cercle, la différence de la phaſe obſervée à 6 doigts

réduite comme je viens de dire. Dans ces deux cas la différence ou la ſomme ſera le demi-diametre de l'ombre, d'où on déduira la parallaxe horiſontale de la Lune.

Mais comme il eſt preſque impoſſible qu'il y ait une Eclipſe abſolument centrale, & que la Lune a toûjours quelque latitude dans ſes oppoſitions avec le Soleil, on pourroit employer quelques corrections à la méthode précédente ſuivant les différentes diſtances du nœud au point *C* de l'oppoſition, ou, ce qui eſt la même choſe, ſuivant les différentes latitudes de la Lune, & auſſi ſuivant les différentes phaſes que l'on obſerveroit ; mais il faudroit pour employer ces corrections avec préciſion, être ſûr de la latitude de la Lune dans ſon oppoſition, ce qui n'eſt pas ſans difficulté; c'eſt ce qui fait que quoique j'aye une Table de ces corrections pour les phaſes de 0, 3, 6, 9 & 12 doigts, & juſqu'à 15′ de latitude de la Lune, je n'en ajoûterai rien davantage à préſent, d'autant plus que j'en pourrai déduire dans une autre occaſion une méthode *a poſteriori*, de déterminer la latitude de la Lune dans ſes oppoſitions écliptiques quelconques.

Seconde Méthode.

On peut trouver la parallaxe horiſontale de la Lune par l'obſervation d'une ſeule phaſe, telle qu'elle ſoit. Si on la prend vers 6 doigts, on aura la parallaxe avec plus de préciſion.

Figure 2. *La lettre* Y *eſt commune aux deux points auprès deſquels elle eſt placée.*

Soit une phaſe *Y* dont on meſure avec le Micrometre le diametre *YZ*, & la diſtance *GN* entre les cornes de cette phaſe ; on aura donc *YZ* & *GN* ou ſa moitié *YN* en ſecondes de degré. Mais à cauſe du triangle rectangle *YNE*, ſi du quarré de *EN* demi-diametre de la Lune, on ôte le quarré de *YN*, il reſtera le quarré de *EY*, & par conſéquent on aura la valeur de *EY*, on aura donc auſſi *ZY*; & ſi l'on fait comme *ZY* à *YN*, ainſi *YN* a un 4.me terme ; ajoûtant à ce 4.me terme la grandeur *ZY*, la ſomme ſera le diametre entier de l'ombre, d'où l'on déduira la parallaxe horiſontale de la Lune.

Mais cette méthode, toute ſimple qu'elle eſt, ne donnera pas apparemment une grande préciſion, à cauſe que YZ ſera toûjours fort petite par rapport au diametre entier de l'ombre. C'eſt pourquoi il y a lieu de croire qu'on s'en tiendra aux deux méthodes qui ſuivent, & qui ſont très-faciles dans la pratique : l'une eſt pour les Eclipſes partiales, & l'autre pour les totales. Je n'y employe que les obſervations qu'on a coûtume de faire dans les Eclipſes, & ſur-tout je n'y fais aucun uſage du commencement ni de la fin, à cauſe que ces phaſes ſont trop incertaines.

Fig. 2.

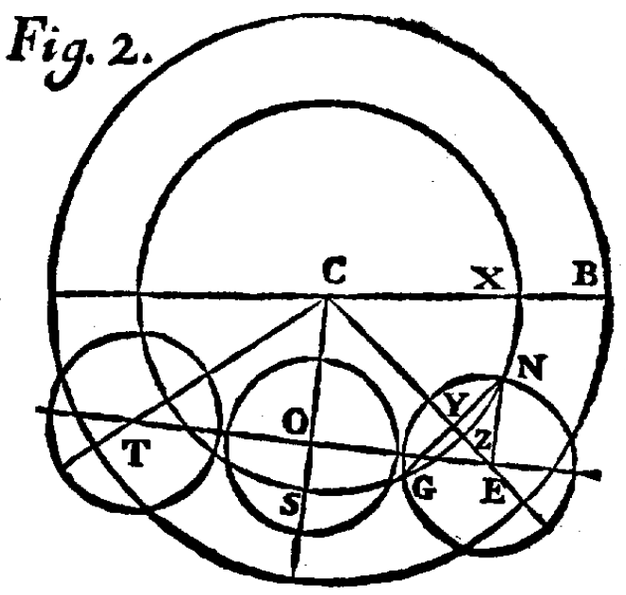


Figure 2.

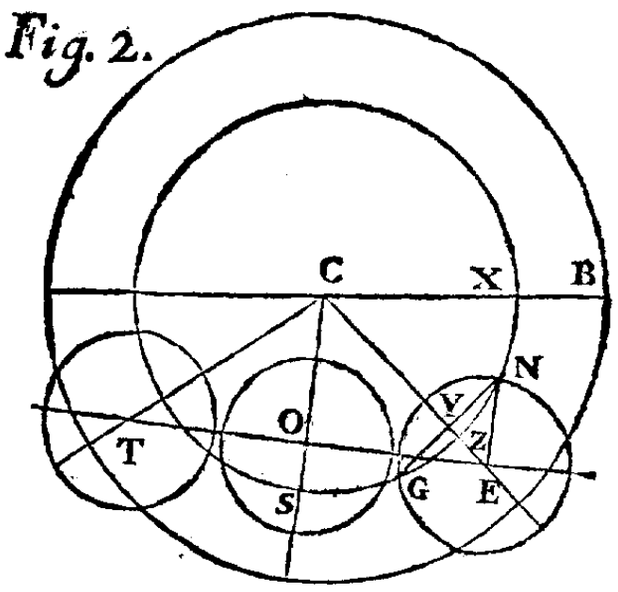
Troiſiéme Méthode pour les Eclipſes partiales.

Je choiſis deux phaſes égales obſervées vers le commencement & vers la fin de l'Eclipſe, le centre de la Lune étant en E dans la premiére phaſe, & en T dans la ſeconde. Par la diſtance en temps entre ces deux phaſes, on trouve la grandeur ET, & ſa moitié EO en temps & en parties de degré comme dans la premiére méthode. Par la phaſe obſervée YZ comparée au demi-diametre de la Lune YE, on a ZE, & par la plus grande phaſe obſervée en S, on trouve OS, qui ſera toûjours la différence entre la grandeur de l'Eclipſe & le demi-diametre de la Lune.

Ces choſes étant connuës, on fera une ſomme du quarré de EO & de celui de SO ; & ôtant de cette ſomme le quarré de ZE, on diviſera le reſte par la ſomme de ZE & de SO dans les Eclipſes de plus de 6 doigts, & au contraire par la différence de ZE à SO dans les Eclipſes moindres que 6 doigts ; enfin dans les Eclipſes qui ſeroient exactement de 6 doigts, SO deviendroit nulle, & par conſéquent il n'y auroit qu'à diviſer la différence du quarré de EO au quarré de ZE par ZE ſeule.

Dans tous ces cas on aura au quotient le diametre entier de l'ombre, dont la moitié ou le demi-diametre ſervira à trouver la parallaxe horiſontale de la Lune comme on a fait ci-devant.

Fig. 2.



Démonſtration. COE eſt un triangle rectangle. Soit CS ou CZ (x). EO (a). OS (b). ZE (c). CE ſera $x+c$. On aura donc $CE^2 - EO^2 = OC^2$, c'eſt-à-dire, pour les Eclipſes de plus de 6 doigts, ou $CO = CS - SO$ $(x - b)$

$$xx + 2cx + cc - aa = xx - 2bx + bb;$$

D'où l'on tire $2x = \frac{aa+bb-cc}{c+b}$.

2.° Pour les Eclipſes de moins de 6 doigts, ou $CO = CS + SO$ $(x+b)$

$$xx + 2cx + cc - aa = xx + 2bx + bb;$$

D'où l'on tire $2x = \frac{aa+bb-cc}{c-b}$.

3.° Pour les Eclipſes de 6 doigts juſtes, ou $CO = CS$ (x)

$$xx + 2cx + cc - aa = xx;$$

D'où l'on tire $2x = \frac{aa-cc}{c}$.

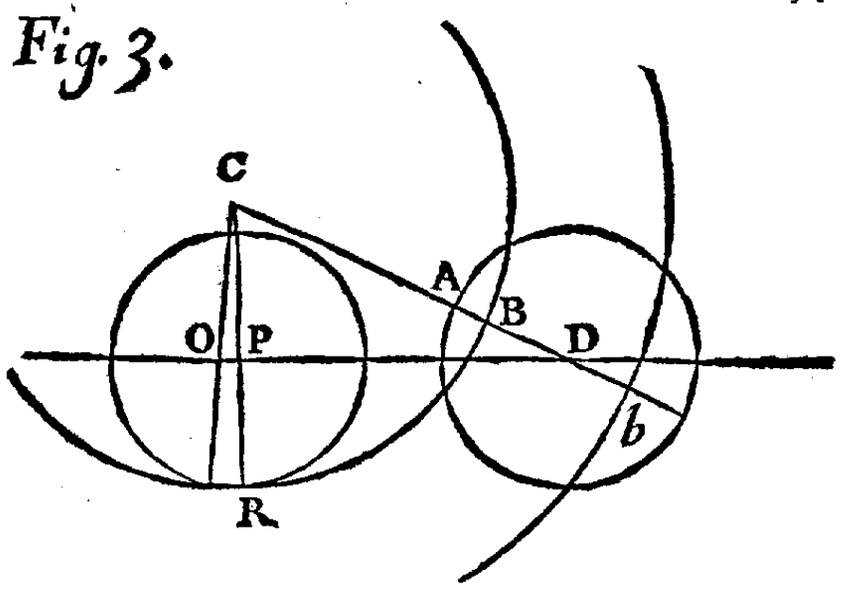
Quatriéme Méthode pour les Eclipſes totales.

Figure 3. Soit C le centre de l'ombre, CR ou CB ſon demi-diametre. Je choiſis une phaſe AB obſervée vers le commencement de l'Eclipſe, le centre de la Lune étant en D ſur ſon orbite DO; & ſoit une autre phaſe ſemblable obſervée vers la fin de l'Eclipſe. Si l'on a obſervé l'immerſion totale, le centre de la Lune étant en P & l'émerſion ; par le temps obſervé entre les deux phaſes ſemblables, on aura en ſecondes de degré la grandeur DO, & par l'immerſion & l'émerſion la grandeur PO. Cela poſé,

Faites

Faites une ſomme des quarrés de DO & de PR, qui eſt le demi-diametre obſervé de la Lune, ôtés de cette ſomme les deux quarrés de PO & de DB; le reſte étant diviſé par la ſomme de PR & de DB, ſi la phaſe obſervée eſt moindre ou égale à 6 doigts, ou par leur différence, ſi la phaſe obſervée eſt de plus de 6 doigts, le quotient ſera égal au double de CR ou CB, c'eſt-à-dire, au diametre entier de l'ombre, d'où l'on tirera le demi-diametre, & par conſéquent la parallaxe horiſontale de la Lune.

Fig. 3.



Démonſtration de cette Regle.

Soit le demi-diametre de l'ombre CB ou CR (x). DO (a). PO (b). DB (c). CD dans les phaſes de moins de 6 doigts ſera $x+c$, & dans celles de plus de 6 doigts $x-c$. Soit PR demi-diametre de la Lune d, CP ſera $x-d$. A cauſe des triangles rectangles CDO, CPO, on aura $CD^2-DO^2=CO^2$, & $CP^2-PO^2=CO^2$, c'eſt-à-dire, pour les phaſes de moins de 6 doigts $xx+2cx+cc-aa=xx-2dx+dd-bb$, d'où l'on tire $2x=\frac{aa+dd-bb-cc}{c+d}$, & dans les phaſes de plus de 6 doigts $xx-2cx+cc-aa=xx-2dx+dd-bb$, d'où l'on tire $2x=\frac{aa+dd-bb-cc}{d-c}$.

Dans le cas d'une Eclipſe totale *ſine morâ* PO devient nulle, ce qui détruit b dans le calcul précédent.

Si par pluſieurs obſervations correſpondantes au commencement & à la fin de l'Eclipſe, on avoit déterminé le temps du milieu de l'Eclipſe, on pourroit avoir la valeur de DO

& de *PO* indépendemment des phaſes correſpondantes aux phaſes en *D* & en *P*, dont les correſpondantes pourroient n'être pas obſervées ; ce qui ſuffiroit toûjours pour nôtre regle.

On voit donc qu'il n'y aura pas d'Eclipſes, où l'on ne puiſſe employer ces methodes, & les repeter pluſieurs fois dans la même Eclipſe, pour en tirer la Parallaxe horiſontale de la Lune dans le lieu de ſon orbite, où elle ſera dans le temps de chaque Eclipſe.

Lorſque par l'obſervation d'une Eclipſe centrale, ou preſque centrale, on a déterminé le milieu, on pourra donc trouver la Parallaxe horiſontale de la Lune par le moyen d'une ſeule phaſe. Cette phaſe eſt plus exactement priſe vers 3 ou 9 doigts ; mais ſi l'Eclipſe eſt totale, & que la Lune ait alors une latitude conſidérable, on employera deux obſervations de phaſes ou devant ou après le milieu ; enfin ſi l'Eclipſe eſt partiale, il ne faudra que l'obſervation d'une ſeule phaſe avec la quantité de l'Eclipſe dans ſon milieu.

Voici maintenant quelques exemples de ces methodes dans des Eclipſes obſervées exactement.

Premier Exemple par la premiére Méthode.

Voy. Mem. de l'Acad. Tom. 10. p. 612.

Le 29 Octobre 1678 il y eut une Eclipſe preſque centrale de Lune, obſervée exactement par M.rs Caſſini, Roemer & de la Hire.

A	6^h	56′	30″	du ſoir l'Eclipſe étoit de 3 doigts dans l'Immerſion.
	7	41	0	Immerſion.
	9	21	30	Emerſion.
	10	6	15	3 doigts dans l'Emerſion.

Ces phaſes données, on aura entre les phaſes de 3 doigts $3^h\,9'\,45''$, ou 11385″ horaires, mais le mouvement horaire de la Lune au Soleil étoit alors de 1992″ de degré ; c'eſt pourquoi on fera par la premiére Methode

comme 3600″ horaires
ſont à 1992″ de degré,

ainſi 11385″ horaires
ſont à 6300″ de degré,

qui valent 1° 45′ pour la diſtance entre les centres de la Lune dans les phaſes de trois doigts tant au commencement qu'à la fin de l'Eclipſe. De la moitié de cette diſtance, qui eſt 52′ 30″, ôtés la diſtance entre le centre de la Lune & le bord de l'Ombre, qui eſt un quart du diametre de la Lune au temps du milieu de l'Eclipſe, à cauſe de la Phaſe obſervée de 3 doigts qui valent 8′ 8″, le diametre de la Lune reſultant par les autres diametres obſervés à différentes hauteurs de 32′ 30″, le reſte 44′ 22″ ſera le demi-diametre de l'Ombre qui peut être regardé comme exact, parce que la Lune n'avoit qu'une minute environ de latitude dans cette Eclipſe : enfin ſi à 44′ 22″ demi-diametre de l'Ombre, on ajoûte le demi-diametre du Soleil de 16′ 13″, la ſomme 60′ 35″ ſera la Parallaxe horiſontale de la Lune.

Si nous employons de même l'Immerſion & l'Emerſion, nous trouverons pour l'intervalle entre ces deux phaſes 1ʰ 40′ 30″ = 6030″ horaires qui répondent par la regle ci-deſſus à 3337″ de degré, ou 55′ 37″, dont la moitié eſt 27′ 48″ $\frac{1}{2}$. Ayant ajoûté à cette moitié le demi-diametre de la Lune de 16′ 15″, la ſomme 44′ 3″ $\frac{1}{2}$ ſera le demi-diametre de l'ombre, & ajoûtant encore le demi-diametre du Soleil de 16′ 13″, on aura 60′ 17″ pour la parallaxe horiſontale de la Lune dans le point de ſon orbite où elle étoit au temps de cette Eclipſe, qui ne differe de la précédente que de 18″.

Second Exemple par la troiſiéme Méthode.

Le 15 Mars 1699 M.rs Caſſini & de la Hire obſerverent une Eclipſe partiale de Lune qui eſt rapportée dans les Mémoires. La plus grande phaſe fut de 8ᵈ 20′ pour *S (Fig. 2.)* par conſéquent *OS* étoit de 2ᵈ 20′ ; & ſuppoſant que le diametre de la Lune étoit par l'obſervation de 31′ 16″, on aura 1 doigt = 2′ 36″ & *OS* = 6′ 4″ = 364″. Je prends pour mon calcul la phaſe de 3 doigts 10′ obſervée par M.

Voy. les Mem. 1699. p. 13. & ſuiv.

de la Hire à $8^h\,28'\,15''$. Je prends le milieu, tel qu'il a été conclu par pluſieurs obſervations correſpondantes, à $7^h\,23'\,4''$. La différence de la phaſe de $3^d\,10'$ au milieu de l'Eclipſe ſera donc de $1^h\,5'\,11'' = 3911''$ horaires pour EO, qui réduit en ſecondes de degré par le moyen du mouvement horaire de la Lune au Soleil, qui étoit alors de $1867''$ de degré, donnera $2028''$ de degré : mais la phaſe YZ étant de $3^d\,10'$, on aura EZ de $2^d\,50' = 443''$.

Faiſant donc une ſomme du quarré de EO $2028''$ & de celui de OS $364''$, on ôtera de cette ſomme le quarré de EZ $443''$, le reſte étant diviſé par $EZ+OS$. c'eſt-à-dire, par $807''$, on aura au quotient $5017''$, dont la moitié $2508\frac{1}{2}$ ou $41'\,48''\frac{1}{2}$ ſera le demi-diametre de l'ombre, à quoi ajoûtant le demi-diametre du Soleil de $16'\,8''$, on aura $57'\,56''\frac{1}{2}$ pour la parallaxe horiſontale de la Lune dans le point de ſon orbite où elle étoit alors.

Troiſiéme Exemple par la quatriéme Méthode.

Voy. Mem. de 1729. p. 346.

J'obſervai le 8 Août 1729 une Eclipſe totale de Lune, dans laquelle la Lune avoit $7'\frac{1}{4}$ de latitude environ.

Je la déterminai de 6 doigts $30'$ à $11^h\,51'\,37''$ dans l'immerſ.

L'immerſion totale arriva à....	12	19	32
L'émerſion à	13	58	55
D'où j'ai conclu le milieu à...	13	9	13

La diſtance de la phaſe de 6 doigts $30'$ au milieu de l'Eclipſe eſt de $1^h\,17'\,36'' = 4656''$ horaires, & la diſtance de l'immerſion au milieu de l'Eclipſe eſt de $49'\,41'' = 2981''$ horaires, mais le mouvement horaire de la Lune au Soleil (déduit des Tables) étoit alors de $1945''$ de degré; donc pour réduire les deux intervalles horaires en ſecondes de degré

$$3600'' \left|\begin{matrix}4656''\\2981\end{matrix}\right\| 1945'' \left|\begin{matrix}2516''\\1611\end{matrix}\right. \text{ de degré.}$$

Figure 3. Ce qui donne $2516''$ de degré pour DO, & 1611 pour PO, mais PR demi-diametre de la Lune étoit alors de $948''$, &

$Db = \frac{1}{2}$ doigt étoit par conſéquent de $79''$. Donc ſuivant le ſecond cas de la 4.me méthode, à cauſe que la phaſe obſervée eſt de plus de 6 doigts, on aura $\frac{DO^2+PR^2-Db^2-PO^2}{PR-Db} = 2\,Cb$; d'où l'on trouve $Cb = 2662'' \frac{1}{2}$ ou $44'\ 22'' \frac{1}{2}$ pour le demi-diametre de l'ombre.

Si l'on choiſit dans cette même Eclipſe la phaſe de 4 doigts obſervée par M. Caſſini à $11^h\ 39'\ 10''$, on aura pour DO $2919''$ de degré; PO & PR reſtent les mêmes, & $DB = 2$ doigts à cauſe de la phaſe obſervée de 4 doigts ſera de 316, & parce que l'Eclipſe eſt moindre que 6 doigts, on aura par le premier cas de la 4.me méthode

$$\frac{DO^2+PR^2-DB^2-PO^2}{PR+DB} = 2\,CB.$$

D'où l'on trouvera $CB = 2659 \frac{5}{6}$ ou $44'\ 20''$ pour le demi-diametre de l'ombre, qui ne differe que de $2'' \frac{1}{2}$ de celui qu'on a trouvé par la phaſe de $6^d \frac{1}{2}$, ce qui fait voir en même temps que les obſervations s'accordent très-bien entr'elles.

Si à $44'\ 21''$ que je prends pour demi-diametre de l'ombre, on ajoûte $15'\ 53''$ demi-diametre du Soleil, la ſomme $60'\ 14''$ ſera la parallaxe horiſontale de la Lune dans le lieu de ſon orbite où elle étoit au temps de cette Eclipſe.

On a pris dans ces Exemples les diametres de la Lune tels qu'ils ont été obſervés ou donnés par les Tables au milieu de chaque Eclipſe, & l'on a pris auſſi l'ombre telle qu'elle a paru dans l'obſervation. Or ces deux grandeurs augmentent en même proportion, mais plus ou moins, ſuivant la hauteur de la Lune ſur l'horiſon au temps de l'Eclipſe, & de plus l'ombre, comme je l'ai déja remarqué, eſt l'ombre totale plus grande que celle qui ſeroit formée par le corps de la Terre ſeulement, il y a donc quelques corrections à faire aux calculs précédents. Pour ce qui eſt du diametre de l'ombre, on peut s'en tenir à la correction que M. de la Hire donne dans ſes Tables, où il la fait d'une minute, qu'il faut par conſéquent retrancher des diametres de l'ombre trouvés dans les exemples précédents. Cette ombre, ainſi corrigée,

doit encore être diminuée de la quantité dont elle a été augmentée à cauſe de ſa hauteur ſur l'horiſon dans le temps de l'Eclipſe, ce qui ſe fait dans le même rapport que le diametre de la Lune augmente par la même raiſon, ainſi cela ne veut dire autre choſe, ſinon qu'il faut réduire le diametre de l'ombre au diametre horiſontal, & c'eſt à ſon demi-diametre ainſi corrigé, qu'il faut ajoûter le demi-diametre du Soleil diminué de ſa parallaxe horiſontale pour avoir la vraye parallaxe horiſontale de la Lune. D'où l'on voit qu'il n'y a point d'autre correction à faire, & que le diametre de la Lune que j'employe tel qu'il eſt obſervé dans le temps même de l'Eclipſe, eſt effectivement celui qu'il faut employer dans cette recherche ; car ſi l'obſervateur étoit au centre de la Terre, les diametres apparents de l'ombre & de la Lune ſeroient auſſi les véritables, & n'auroient beſoin d'aucune correction pour donner la parallaxe, mais ces diametres ſont augmentés dans un même rapport pour un point de la ſuperficie de la Terre. Donc pour trouver la grandeur de l'ombre telle qu'elle a paru, & qui eſt la ſeule qu'on peut employer dans ces calculs, il faut ſe ſervir du diametre de la Lune tel qu'elle a paru auſſi ; mais quand on a déterminé la grandeur du diametre de l'ombre qui ſeroit celle que l'on auroit obſervée immédiatement, ſi l'ombre pouvoit être apperçûë indépendamment de la Lune, on doit réduire ce diametre comme j'ai dit, pour en déduire la parallaxe horiſontale de la Lune.

A l'égard de l'exactitude & de la préciſion que l'on peut attendre de ces méthodes, elle ſera la même que celle des obſervations ; il eſt ſûr que s'il y a de l'erreur dans celles-ci, elle rejaillira dans les Parallaxes, ce qui eſt commun à toutes les méthodes aſtronomiques. Mais quels ſont les autres moyens de trouver ces Parallaxes ? Il n'y en a aucun, que je ſçache, qui ne ſoit fondé ou ſur une partie de la théorie de la Lune, ou ſur des obſervations beaucoup plus difficiles & plus compliquées, ou enfin que l'on ne peut faire que dans des occaſions fort rares & beaucoup plus en particulier

que ne le ſont les Eclipſes de Lune. Il eſt vrai qu'il y a telles méthodes pour d'autres recherches, où l'erreur dans les *données* ne fait preſque point ou fait beaucoup moins d'effet dans ce que l'on cherche à découvrir, que d'autres qu'on pourroit employer dans ces mêmes recherches; mais il n'en eſt pas tout-à-fait de même ici, où il n'y a pas beaucoup à choiſir, du moins juſqu'à préſent, pour connoître une choſe auſſi importante en Aſtronomie que l'eſt la Parallaxe de la Lune. Je ne négligerai pourtant pas l'examen de l'erreur que peut produire celle des obſervations, mais cet examen m'a paru ne pas convenir ici, & j'aurai bientôt, comme j'eſpere, occaſion de le publier ailleurs.

Au reſte cette même matiére a été traitée avant moi par deux grands Aſtronomes, M. Halley & M. de la Hire. Le premier donne à la fin de ſon *Catalogue des Etoiles Auſtrales* quelques moyens *preſque géométriques* de trouver la parallaxe de la Lune. Le troiſiéme de ces moyens qui eſt déduit des obſervations des Eclipſes de Lune fournit deux regles, une pour les Eclipſes partiales, & l'autre pour les totales, dérivées du même principe que celles que j'ai données, quoiqu'elles ſoient exprimées en d'autres termes; M. Halley y employe le commencement & la fin, & ne fait point mention des corrections néceſſaires du demi-diametre de l'ombre, ſans doute parce qu'il a vû qu'il étoit aiſé d'y faire attention de ſoi-même dans l'uſage.

Voyés auſſi Kepler, Epiſtolâ ad Maginum in Supplemento Ephemerid. Magini.

M. de la Hire donna en Novembre 1694 à l'Académie, un *Examen du rapport du Diametre de la Lune à celui de la Terre & de ſa Parallaxe.* J'ai eu occaſion de voir ce Mémoire en travaillant à la nouvelle Edition des anciens Mémoires de l'Académie, & particuliérement à l'Hiſtoire Françoiſe, dans laquelle j'en ai fait mention, & j'avouë que ſi je l'euſſe vû plûtôt, j'aurois entiérement ſupprimé le mien, quoiqu'il ne donne que mes deux derniéres méthodes priſes d'une autre maniére & exprimées différemment, & dans leſquelles il employe, comme avoit fait M. Halley, le commencement & la fin, qui ſont des phaſes trop incertaines.

T. 2. p. 229.

SUITE DE L'ANATOMIE DE LA POIRE.

TROISIE'ME PARTIE.

Par M. DU HAMEL.

Des organes qui appartiennent plus particuliérement au Pepin.

IL y a une connexion ſi intime entre les Pepins & les autres parties de la Poire, que je crois ne pouvoir me diſpenſer de rappeller ici une legere idée de ce qui eſt contenu dans les deux premiéres Parties de ce Mémoire, afin que ſe reſſouvenant bien des organes dont nous avons parlé, on puiſſe plus aiſément concevoir la nature & la ſituation de ceux qui nous reſtent à décrire.

J'ai donc commencé le travail que j'avois à faire ſur la Poire par l'examen de ſes Enveloppes, ou de ſes Téguments, comme les parties de ce fruit les plus apparentes.

J'en ai diſtingué quatre qui le recouvrent dans toute ſon étenduë.

1.° L'épiderme qui le défend des injures des corps extérieurs. 2.° Un corps mucqueux qui entretient & ſert en quelque maniére de châſſes aux glandes. 3.° Un tiſſu glanduleux qui filtre la liqueur de la tranſpiration. Enfin, la vraye peau, ou un entrelacement fort ſerré des vaiſſeaux de la Poire qui peut donner plus de ſolidité à ce fruit.

Sous ces enveloppes on trouve la partie charnuë de la Poire; & comme cette ſubſtance m'a paru preſque entiérement formée par un entrelacement prodigieux de vaiſſeaux, ce ſont eux qui m'ont principalement fourni le ſujet de la ſeconde Partie.

Je

Je les y ai diſtingués en trois claſſes; ſçavoir,

Les vagues, qui ſe diſtribuent ſur le champ dans la ſubſtance charnuë de ce fruit, & ne ſervent qu'à la nourriture de cette partie.

Les ſpermatiques, qui d'abord portent la nourriture aux étamines, aux pétales, & à la ſubſtance d'où ils prennent leur origine, & que je crois être glanduleuſe; mais ces vaiſſeaux, dans la ſuite, & quand les fruits ſont fécondés, me paroiſſent deſtinés, comme les vaiſſeaux vagues, à la nourriture de la chair de la Poire.

Enfin, les vaiſſeaux nourriciers qui portent la ſéve à l'amande du Pepin, à ſes enveloppes, aux glandes de la ſubſtance que nous avons appellée *pierreuſe*, & à pluſieurs autres parties dont nous parlerons dans la ſuite.

Pour ce qui eſt des vaiſſeaux vagues & des ſpermatiques, nous n'avons rien à ajoûter à ce que nous en avons dit dans nôtre ſeconde Partie, où nous avons indiqué la place qu'ils occupent dans le fruit, & quelle eſt la diſtribution de leurs principales branches. Nous n'avons pas non plus négligé de marquer le nombre le plus ordinaire de ces vaiſſeaux, & d'indiquer les différentes ſituations où nous les avons obſervés, ſuivant les différentes groſſeurs de ces fruits. Enfin, de toutes ces obſervations nous avons tiré quelques conjectures ſur leur uſage; mais pour ceux de la troiſiéme claſſe, nous nous ſommes contentés de dire en général, & par indication ſeulement, qu'ils étoient deſtinés à porter la nourriture aux Pepins & aux parties voiſines qui ſervent plus particuliérement à leur accroiſſement, réſervant à les examiner d'une maniére plus circonſtanciée dans cette troiſiéme partie de ce Mémoire, dont l'objet eſt non ſeulement le Pepin depuis ſon origine juſqu'à ce qu'il ſoit parvenu à cet état de perfection où il eſt capable de produire un Poirier, mais encore toutes les parties qui paroiſſent contribuer le plus à ſon accroiſſement, vaiſſeaux, glandes, membranes, ſimples fibres, ſubſtance particuliére; tous ces organes feront partie du ſujet dont je me propoſe d'entretenir l'Académie,

pourvû que leurs uſages paroiſſent ſe rapporter immédiatement au Pepin. Mais pour me rendre plus clair, je ſerai obligé de faire des diviſions qui me mettent à portée d'examiner nôtre Pepin dans chacun des principaux états où on le trouve avant que de parvenir à celui de ſa perfection. Or ces diviſions s'offrent d'elles-mêmes dans la comparaiſon que j'ai faite d'après pluſieurs grands Phyſiciens, des graines des plantes avec les œufs des animaux, car les œufs commencent à être formés, enſuite ils ſont fécondés, & enfin leur incubation ſuit : trois états de nôtre Pepin, que je ſépare pour les examiner dans autant d'articles particuliers. Je commence par le premier.

De la formation du Pepin.

Je me ſuis propoſé d'examiner le Pepin dès ſa premiére origine ; mais comme on peut le découvrir, & même d'une maniére fort ſenſible, bien avant la fleur dans le temps que le bouton eſt encore entiérement fermé, je me trouve dans l'obligation d'étendre mes recherches ſur les boutons, même pour fixer le temps auquel j'ai commencé à appercevoir le Pepin, & en même temps j'aurai ſoin d'indiquer celui auquel les étamines, les pétales & les autres parties de la fleur ont commencé à ſe rendre ſenſibles.

Planche I. Fig. 1. Dans le mois de Janvier j'ai diſſéqué un de ces boutons de Poirier qu'on appelle *à fruit*. Ce bouton étoit alors fort obtus, arrondi par la pointe, & ſoûtenu par une groſſe queuë qui eſt d'une tiſſure particuliére, mais que nous réſervons à éxaminer dans un autre temps. Ce bouton eſt compoſé de vingt-cinq à trente écailles figurées en culeron, & qui forment une forte enveloppe aux jeunes fleurs.

Fig. 2. Les plus extérieures de ces écailles ſont fermes, dures, calleuſes & brunes comme l'écorce des branches ; elles ſont peu veluës extérieurement, mais intérieurement & dans le fond du culeron elles ont un toupet de poils jaunes, & qui jettent un reflet couleur d'or quand on les regarde du ſens convenable.

Les écailles intérieures ſont plus grandes & plus tendres que les autres, elles ſont extérieurement hériſſées de quelques poils courts, mais intérieurement elles ſont toutes garnies d'un poil de la même couleur que celui dont je viens de parler.

Enfin ſous ces écailles il y en a encore d'autres qui ſont plus petites, plus molles & toûjours veluës; celles-ci ſont d'un verd blancheâtre, fort différent de celles dont nous avons parlé en premier lieu.

Quand on a levé toutes ces enveloppes, on apperçoit les embryons des fleurs au nombre de huit ou dix, ils ſont arrangés ſur une queuë d'environ un quart de pouce de longueur, & à laquelle ils ſont attachés par des queuës fort courtes, mais qui croiſſent par la ſuite auſſi-bien que la queuë qui leur eſt commune, & deviennent plus ou moins longues ſuivant les eſpeces. Entre les boutons des fleurs qui ſont alors preſque ſphériques, on trouve pluſieurs petites feuilles de différentes figures & veluës qui rempliſſent tous les vuides, & ne contribuent pas peu à garantir les jeunes fleurs des injures de l'hyver, peut-être même pourroient-elles encore ſervir à ranimer les mouvements de la ſéve dans les jeunes productions. Planche I. Fig. 3. Fig. 4.

J'ai examiné quelques-uns de ces embryons de fleurs par le Microſcope, & extérieurement ils reſſembloient aſſés à un bouton de roſe; mais en ayant ouvert quelques-uns au foyer du Microſcope, ils m'ont paru tous velus intérieurement; j'y ai auſſi apperçû pluſieurs étamines dont les ſommets étoient encore tous blancs, & les deux olives qui les forment, confonduës enſemble. Les pétales n'étoient encore gueres apparentes, & je ne pûs découvrir les piſtiles, peut-être les confondois-je avec quelques pédicules des étamines qui avoient perdu leurs ſommets. Fig. 5. Fig. 6.

J'ai examiné de pareils boutons au mois de Mars, & j'y ai trouvé les embryons des fleurs conſidérablement groſſis, cependant ils étoient encore recouverts par les écailles du bouton, car à meſure que les embryons de fleurs groſſiſſent, Fig. 7.

les écailles intérieures du bouton augmentent auſſi de grandeur, & par cette mécanique les embryons croiſſent ſans s'expoſer entiérement aux gelées du printemps.

Ces embryons étoient donc groſſis, & en ayant expoſé quelques-uns au Microſcope, je les apperçûs mieux formés, les ſommets des étamines étoient rouges, & les pétales s'appercevoient clairement; enfin on commençoit auſſi à appercevoir les piſtiles dans le centre. A la fin de Mars les boutons commençoient cette année à s'ouvrir, & pour lors les feuillets qui recouvrent les fleurs étoient beaucoup plus grands que lorſque je les avois obſervés dans le mois de Janvier. Les petits feuillets qui ſont entre les embryons de fleurs étoient auſſi plus grands, & il y en avoit de pluſieurs figures très-différentes, les uns étant longs & pointus, d'autres arrondis, quelques-uns en fleur de lys, & pluſieurs en forme de laniére, ou ſimplement comme des filets.

Planche I. Fig. 8.

Fig. 4.

J'examinai à la Loupe quelques embryons de fleurs, & je remarquai que les parties intérieures de ce bouton n'étoient pas ſeulement recouvertes par les échancrures ou les appendices du calice qui étoient collées enſemble, mais qu'elles l'étoient encore par quelques-uns des petits feuillets dont je viens de parler, qui embraſſoient exactement le calice, & y étoient collés par une gomme fort tenuë.

Fig. 5.

J'ouvris quelques-uns de ces embryons, & j'apperçûs fort diſtinctement les deux petits corps ovales qui forment les ſommets des étamines. Ils étoient ſéparés, & ſe diſtinguoient aiſément les uns des autres.

Les piſtiles étoient fort ſenſibles, & étant coupés tranſverſalement, ils paroiſſoient au Microſcope comme remplis d'une ſubſtance cellulaire, ou plûtôt ils ne me paroiſſoient pas creux.

Les pétales s'appercevoient auſſi fort aiſément, quoiqu'ils fuſſent encore verts & plus courts que les étamines.

Enfin c'eſt alors que je commençai à appercevoir les jeunes Pepins, qui étoient renfermés deux à deux dans un épanouiſſement qui eſt à la baſe des piſtiles dans l'intérieur du fruit.

Fig. 8.

Je ne prétends pas dire qu'on n'eût pû les appercevoir plûtôt ; loin de cela, je ſuis perſuadé qu'ils étoient formés beaucoup auparavant. Mais il n'eſt pas aiſé de démêler des parties ſi petites, ſur-tout étant confonduës avec un nombre d'autres organes qui commencent à ſe développer ; outre cela il y a une eſpece de glu qui enduit toutes ces fleurs, & qui empêche de les diſſéquer avec la propreté qui ſeroit néceſſaire pour découvrir des parties ſi fines & ſi délicates.

Quoi qu'il en ſoit, l'époque de leur exiſtence eſt fixée, pour cette année qui eſt fort tardive, tout au plus tard à la fin de Mars, & le lieu de leur formation eſt déterminé à la baſe des piſtiles, lieu qu'on peut par conſéquent appeller à juſte titre l'*ovaire de la Poire*, & c'eſt tout ce que j'ai pû découvrir ſur la formation du Pepin, n'ayant pû m'aſſûrer préciſément ni du temps auquel commence cette formation, ni des organes qui y ſervent.

J'ai cependant commencé quelques expériences pour déterminer au juſte le temps où ſe forment les boutons à fruit. Mais ſi je ſuis aſſés heureux pour en tirer tous les éclairciſſements que je ſouhaite, elles me fourniront le ſujet d'une autre diſſertation. Au reſte les Pepins étoient alors blancs, & de figure à peu-près ſemblable à ces nymphes qu'on appelle communément des *œufs de Fourmis*, & dès ce temps ils n'étoient pas ſenſiblement adhérents aux parois intérieurs de la loge que leur fourniſſoit la baſe des piſtiles, & ils ne paroiſſoient tirer leur ſubſtance que par un vaiſſeau dont nous parlerons dans la ſuite.

De la fécondation du Pepin.

Le ſyſteme de la multiplication des Plantes par des Graines qui ont reçû leur perfection du concours de deux ſexes, un qui donne l'accroiſſement, & l'autre la fécondité, me paroît aujourd'hui aſſés communément reçû pour que je puiſſe l'adopter dans ce Mémoire ; il me ſemble même qu'outre pluſieurs raiſons particuliéres qu'on trouve rapportées dans le diſcours de Camerarius *de ſexu Plantarum*, & dans les

Mémoires de M.rs Vaillant & Geoffroy *ſur la ſtructure des Fleurs*, outre encore une certaine analogie générale qui eſt en ſa faveur ; il me ſemble, dis-je, que l'anatomie de nôtre fruit peut auſſi fournir quelques preuves capables d'augmenter le préjugé avantageux qu'on a conçû pour ce ſyſteme. Quand en effet on verra les parties que nous jugeons deſtinées à la fécondation, devenir de plus en plus vigoureuſes, & n'acquérir, pour ainſi dire, leur état de maturité & de perfection que dans le temps que l'œuf paroît être fécondé, ſécher & ſe détruire pour toûjours immédiatement après ce temps ; ne ſe trouve-t-on pas porté à conclure (non que ce ſoit une démonſtration inconteſtable) mais par un raiſonnement ſimple & naturel ; que ces organes ſi artiſtement & ſi uniformément conſtruits, ne pouvant être inutiles, peuvent ſervir beaucoup à l'œuvre de la fécondation.

J'ajoûterai encore qu'il m'a paru que le mauvais état des piſtiles influë ſur les Pepins auſquels ils répondent, & que je n'ai pû découvrir la plûpart des organes que je crois deſtinés à la nutrition du Pepin, quand je les ai cherchés dans des Poires qui avoient tous les Pepins avortés, comme cela arrive ſouvent à une eſpece de *Bon-chrétien* que je conſerve depuis long-temps.

On doit cependant avouer qu'il s'en faut beaucoup que ce ſyſteme ne ſoit à l'abri de toutes difficultés, mais en attendant qu'on ſoit parvenu à le mettre dans une entiére évidence, j'ai crû pouvoir l'adopter dans ce Mémoire, du moins comme une hypotheſe probable, & qui m'a paru aſſés d'accord avec la ſtructure des parties que nous allons décrire.

C'eſt donc ſur cette hypotheſe que nous ſuivrons la diſtinction qui a été établie entre les parties de la Poire, & nous diviſerons en deux claſſes les organes que nous appercevons dans ce fruit. Une qui comprend les organes *femelles*, ou ceux que nous croyons qui produiſent les Pepins, & qui les nourriſſent après leur fécondation juſqu'à ce qu'ils ſoient en état de produire un Poirier, & l'autre renfermera les *mâles*,

ou ceux que nous croyons opérer cette fécondation. Mais pour prendre une idée plus nette de ces parties, il faut examiner chacune de ces claſſes en particulier. Je commence par celle qui traite des organes que nous croyons deſtinés à la fécondation.

Des parties mâles de la Poire.

Vers la fin d'Avril, quand les boutons du Poirier ſont entiérement épanouis, on apperçoit les embryons des fleurs ſéparés les uns des autres, & ſoûtenus par des queuës particuliéres qui vont toutes s'attacher à une queuë qui leur eſt commune, & qui a environ un pouce de longueur. Planche II. Fig. 1.

Quelque temps après, les cinq échancrures du calice de chacun de ces embryons ſe détachent les unes des autres, s'écartent, & laiſſent paroître un égal nombre de pétales blancs qui prennent leur origine de l'angle qui eſt formé par les échancrures du calice. Planche I. Fig. 9. & 10. Planche II. Fig. 2.

Ces pétales laiſſent entre eux un eſpace de quelques lignes de diametre, qui eſt bordé par environ une vingtaine d'étamines qui ſont diſpoſées à peu-près quatre à quatre entre les attaches de chacun des pétales. Planche I. Fig. 9. & 11. Planche II. Fig. 2.

Voilà tout ce qu'on apperçoit extérieurement. Mais par la diſſection, on découvre que ces pétales & ces étamines prennent leur origine d'une ſubſtance particuliére, & que c'eſt à cette ſubſtance que les dix vaiſſeaux que nous avons nommés *ſpermatiques*, vont rendre & porter la nourriture. Mais avant que de chercher l'uſage de ces parties, il faut les examiner chacune en particulier pour en bien connoître l'organiſation.

Nous avons amplement parlé des Vaiſſeaux ſpermatiques dans nôtre ſeconde Partie; ainſi nous nous contenterons de rappeller ici que ce ſont eux qui quittent le faiſceau de l'axe un peu au deſſous de la ſubſtance pierreuſe, & qui vont circulairement rampant entre cette ſubſtance & les téguments dans les jeunes fruits, ou entre la ſubſtance charnuë dans les gros fruits, ſe rendre à la roche. Or la roche n'a pas toûjours Planche II. Fig. 2. Planche I. Fig. 11.

été dure & pierreuſe ; loin de-là, dans les jeunes fruits elle eſt fort tendre, & c'eſt cette ſubſtance que nous avons à décrire.

Planche I. Fig. 11. Planche II. Fig. 2. Dans le temps de la fleur elle occupe un eſpace conſidérable dans cette partie du calice qui doit devenir le fruit, elle en recouvre tout le diſque ou la partie ſupérieure, elle ſe prolonge dans les échancrures du calice, elle forme au milieu une petite éminence, & eſt percée en cet endroit pour laiſſer paſſer les piſtiles auſquels elle n'eſt point adhérente : on la diſtingue aſſés bien, du reſte, de ce jeune fruit, tant par ſa couleur qui eſt blancheâtre, au lieu que le reſte eſt d'un verd foncé, que parce qu'elle eſt fort humectée, & paroît comme diviſée par petits lobes ou pelotons. Enfin, c'eſt de cette ſubſtance que les pétales & les étamines prennent leur origine.

Planche I. Fig. 12. Les étamines ſont compoſées d'un pédicule blanc & d'un ſommet auſſi blanc, mais qui eſt marqué de beaucoup de taches rouges, ce qui le fait paroître entiérement de cette couleur. Ce ſommet eſt compoſé de deux capſules qui ſont figurées comme deux olives qui ſeroient fenduës ſuivant leur longueur, ou, pour mieux dire, comme deux noyaux de dattes attachés enſemble par le pédicule qui eſt entre deux.

Fig. 13. Quelque temps après que la fleur eſt épanouie, ces capſules s'ouvrent par la fente ou raînure dont j'ai parlé, & alors elles repréſentent deux boucliers ou écuſſons attachés l'un à l'autre.

Fig. 14. Ces écuſſons ſont chargés d'une pouſſiére jaune, qui étant examinée au Microſcope, reſſemble à des petites veſſies ovales qui ſont attachées aux écuſſons par des petits pédicules blancs d'une fineſſe extrême ; & comme les ſommets s'ouvrent ordinairement au lever du Soleil par une ſecouſſe, il rejaillit dans cet inſtant un petit tourbillon de cette pouſſiére qui s'attache à toutes les parties de la fleur, ce qu'on peut voir au foyer du Microſcope, en échauffant quelques-unes de ces étamines avec un Verre ardent, pourvû que ces étamines approchent de leur maturité ſans être encore ouvertes.

Les

Les pétales enfin ſont des feuilles blanches, minces, preſque rondes, qui garniſſent la circonférence du diſque de la fleur à laquelle elles ſont attachées par un pédicule très-délié. Planche I. Fig. 15.

Pour obſerver leurs tiſſures, il faut les mettre tremper quelques jours dans de l'eau claire, & on apperçoit diſtinctement les gros vaiſſeaux qui partent de l'endroit de l'attache, ils vont ſe diſtribuer en éventail d'un côté & d'autre ſur cette feuille, & ils jettent de temps en temps des branches latérales qui s'anaſtomoſent enſemble. Enfin lorſque ces vaiſſeaux ſont parvenus aux extrémités des pétales, ils ſe recourbent & s'anaſtomoſent encore les uns aux autres. Fig. 15.

Maintenant que nous connoiſſons bien la ſtructure de ces parties, il ne nous ſera pas difficile de former des conjectures ſur leur uſage, car les vaiſſeaux ſpermatiques pourront porter la ſéve aux glandes où elle recevra une préparation. La partie qui ſera propre à la fécondation ſera portée par les pédicules des étamines aux ſommets que nous pouvons regarder comme les veſſicules ſeminales, pendant que l'autre paſſera dans la partie charnuë de la Poire par des vaiſſeaux qu'on trouve en grande quantité autour de la roche. Mais il eſt bon d'obſerver que la pouſſiére que nous regardons comme capable de féconder le Pepin, pourroit bien n'être que de petites veſſies qui renfermeroient une liqueur fécondante ; car en ayant examiné à un Microſcope à liqueur, elle m'a paru plus claire au milieu que vers les bords, & en ayant écraſé pluſieurs, j'en ai vû ſortir un peu de liqueur ; mais peut-être cette liqueur étoit-elle le ſuc propre de cette pouſſiére, c'eſt ce qu'il n'eſt pas aiſé de décider. Planche II. Fig. 2.

Enfin, je crois que les pétales ne ſervent pas ſeulement d'enveloppe à la fleur, ou à opérer quelques ſécrétions, mais encore qu'elles déterminent puiſſamment la ſéve à paſſer par les glandes qui ſont à la baſe des étamines, comme je l'ai expliqué dans la ſeconde partie de ce Mémoire ; & cette idée me paroît aſſés conforme aux ſentiments de quelques Phyſiciens qui cherchent auſſi la cauſe principale du mouvement

de la ſéve dans la raréfaction & la condenſation de l'air & des liqueurs.

Des parties femelles de la Poire.

Les organes que nous avons à décrire dans cet article ſont en bien plus grand nombre & bien plus compliqués que ceux dont nous venons de parler ; & en cela la comparaiſon en ſera plus complette avec ceux des animaux de même ſexe, mais auſſi faut-il les examiner avec plus de méthode & d'exactitude ; cependant avant que de nous engager dans une diſcuſſion plus exacte, il eſt bon de jetter un coup d'œil ſur les piſtiles de nôtre fruit, tels qu'ils paroiſſent dans le temps de la fleur.

Planche I. Fig. 19. 16. & 11. Quand les fleurs de Poirier ſont bien conditionnées, l'on apperçoit dans leur centre cinq filets qui ſont autant de piſtiles qui répondent chacun à une capſule de Pepins, & par conſéquent à deux Pepins, car chaque capſule en renferme deux.

Ces piſtiles ſe terminent par une de leurs extrémités en maniére de trompe, & cette trompe eſt un peu frangée par les bords, enſuite ils deſcendent, conſervant une groſſeur à peu-près uniforme, juſqu'à la partie ſupérieure de cette ſubſtance qui donne naiſſance aux étamines ; mais en cet endroit ils diminuent un peu de groſſeur pour traverſer cette ſubſtance par une ouverture que nous avons remarquée qui étoit dans ſon milieu; & après l'avoir ainſi traverſée, ſans pour cela contracter aucune adhérence avec elle, ils s'élargiſſent pour former les capſules des Pepins. Une bonne partie du piſtile paroît cependant ſuivre ſa route ſelon l'axe de la Poire juſqu'à la baſe des Pepins, & cette portion du piſtile ſe ſépare aiſément en deux ſuivant ſa longueur, de ſorte que chacune de ces parties répond à chacun des Pepins.

Fig. 19.

Fig. 16.

Je pourrois m'étendre davantage ſur cet organe, mais ayant encore à en parler dans l'examen où je vais entrer de chaque partie en particulier, je m'en tiendrai à ces notions

générales, qui ſuffiſent pour faire entendre ce que j'ai à dire dans la ſuite.

Quand on coupe une Poire ſuivant ſa longueur, on apperçoit du côté de ſa queuë un gros faiſceau de vaiſſeaux qui ſe prolonge ſuivant ſon axe dans la gaîne pierreuſe, renfermant dans ſon milieu une ſubſtance fine & délicate, qui va rendre, auſſi-bien que le faiſceau, à un nœud ou une ſubſtance particuliére qui eſt immédiatement à la baſe des Pepins. Cette ſubſtance que j'ai crû pouvoir appeller le *placenta*, pour les raiſons qu'on verra dans la ſuite, eſt aſſés aiſée à diſtinguer dans quelques eſpeces de Poires ; elle eſt d'un tiſſu plus ſerré que le reſte de la ſubſtance charnuë de la Poire, & ſe termine par un gros mammelon, ou comme une petite houppe, dans une cavité qui eſt entre les loges des Pepins, & que j'appellerai *ſinus central*. Les côtés de ce ſinus ſont donc formés par les loges des Pepins. Son extrémité qui eſt du côté de la queuë, l'eſt par le placenta ; celle qui répond à l'ombilic eſt ouverte, & ſes parois intérieurs ſont ordinairement relevés de cinq arêtes principales qui s'étendent ſuivant ſa longueur, ſe terminant par une extrémité aux piſtiles dont elles ſont une continuation, & par l'autre à ce que j'ai appellé le placenta. Planche I. Fig. 11. Planche III. Fig. 1. Planche I. Fig. 11. & 16.

Il y a cinq capſules de Pepins dans chaque Poire, & chaque capſule renferme deux Pepins qui ſont ſitués, le gros bout du côté de l'ombilic, & la pointe du côté de la queuë. Fig. 11. 16. & 19. Planche III. Fig. 2.

L'intérieur de chaque capſule eſt tapiſſé d'une membrane qui eſt d'un tiſſu très-ſerré, elle eſt fort polie intérieurement, & comme elle reſſemble aſſés bien à du parchemin, je lui conſerverai ce nom par lequel on a coûtume de la connoître ; cependant on ne laiſſe pas d'appercevoir que les fibres qui compoſent cette membrane, ont une direction oblique. Mais il faut obſerver premiérement une eſpece de petite faux de la même étoffe qui ſépare l'un de l'autre ces deux Pepins, par leur gros bout ſeulement ; & en ſecond lieu, que les Pepins ne ſont point ordinairement adhérents à cette membrane ; je dis ordinairement, car j'ai trouvé quelquefois qu'ils & Pl. IV. Fig. 1. Planche IV. Fig. 1. & 2.

Planche IV. Fig. 3. tenoient enſemble par quelques endroits, mais ce n'eſt pas l'ordinaire, ainſi les Pepins ſont iſolés dans leur capſule, & ne peuvent recevoir de nourriture que chacun par un petit

Planche III. Fig. 2. vaiſſeau, que je nomme, après pluſieurs Auteurs, le *vaiſſeau ombilical.* Ce vaiſſeau prend ſa naiſſance dans une ſubſtance

Planche IV. Fig. 4. un peu compacte qui eſt formée de la réunion des vaiſſeaux du piſtile, & de ceux d'un plexus dont nous parlerons dans la ſuite. Ces trois eſpeces de vaiſſeaux confondus enſemble, forment comme un appendice du placenta, & le vaiſſeau ombilical après s'en être dégagé, traverſe le parchemin & l'enveloppe noire des Pepins pour ſe rendre à l'amande, comme nous l'expliquerons dans la ſuite.

Les capſules des Pepins laiſſent ordinairement entr'elles un eſpace plus ou moins grand, qui eſt rempli par une ſub-

Fig. 5. ſtance particuliére que j'appellerai, après M. Grew, la *ſubſtance acidule.* Cette ſubſtance eſt blanche, d'un tiſſu fin & ſerré, d'un goût relevé & ordinairement aigre. Enfin elle me paroît ſemblable à celle qui ſe trouve entre toutes les glandes, tant du tiſſu de la peau que de la ſubſtance pierreuſe, ce qui me fait ſoupçonner qu'elle eſt un aſſemblage prodigieux de vaiſſeaux excrétoires d'une fineſſe extrême.

Planche III. Fig. 1. Planche IV. Fig. 2. & 6. Entre cette ſubſtance & le parchemin de la capſule ſe trouve le plexus dont nous avons parlé; mais pour en avoir une juſte idée, il faut bien comprendre la figure des capſules des Pepins.

Ces capſules ſe terminent d'un côté par une eſpece de tranchant à peu-près comme le quartier d'une Pomme, & du côté oppoſé qui eſt plus large, elles ſont arrondies. Or ces capſules ſont bordées tant du côté arrondi que ſur leur tranchant, par deux faiſceaux de vaiſſeaux qui s'étendent, de l'extrémité de chacun des piſtiles, au placenta; & pour diſtinguer ces deux faiſceaux, j'en appellerai un la *portion interne* du piſtile, & l'autre ſa *portion externe.* Il y a cependant cette différence entre ces deux portions, que l'une va tout droit du placenta au bout d'un piſtile, au lieu que la portion externe fait un demi-cercle autour des Pepins, & après avoir

jetté pluſieurs branches dans la ſubſtance pierreuſe, elle va comme s'anaſtomoſer avec la portion interne. Toutes ces choſes ſont eſſentielles à remarquer, mais je reviens à la ſituation du plexus en queſtion, ce qui ſera maintenant fort aiſé à établir.

Car c'eſt ſur le parchemin qui forme les côtes de chaque capſule, & entre les deux portions dont je viens de parler, que ſe trouve ce plexus.

Il prend ſon origine par trois ou quatre troncs qui partent d'une ſubſtance compacte, dont j'ai déja parlé, & qu'on peut regarder comme des appendices ou allongements du placenta; après s'être diviſés en beaucoup de branches & s'être anaſtomoſés pluſieurs fois enſemble, ils vont enfin ſe perdre à la partie ſupérieure de la capſule, n'y ayant, à ce qui m'a paru, que quelques branches qui s'anaſtomoſent avec la portion externe du piſtile; mais il ne faut pas omettre que ce plexus jette quantité de branches dans la ſubſtance acidule. Planche III. Fig. 1.

Il ne me reſte plus à décrire que quelques vaiſſeaux qui partent auſſi du placenta, & qui vont ſur le champ s'épanouir dans la ſubſtance pierreuſe, qui, comme nous l'avons dit dans nôtre premiére partie, eſt une eſpece de boëte glanduleuſe & elliptique, qui renferme tous les organes dont je viens de parler. Le détail que nous venons de faire des organes qui environnent les Pepins, aura, à ce que je crois, fait naître la curioſité d'en approfondir les uſages; c'eſt cependant ſur quoi il n'eſt pas aiſé de ſatisfaire pleinement, on ne peut qu'haſarder des conjectures, mais heureuſement, connoiſſant une fois la ſtructure des parties, chacun pourra leur attribuer tels uſages qu'il jugera à propos.

Je conviendrai donc que ce qui ſuit eſt purement conjectural; mais ces conjectures m'ont paru aſſés d'accord avec la ſtructure des parties, & d'ailleurs quand elles ne ſerviroient qu'à faire naître des idées, elles ne ſeroient pas entiérement inutiles.

Ainſi tous les organes que je viens de décrire peuvent bien être deſtinés à deux uſages principaux, l'un à préparer

les liqueurs qui doivent ſervir à nourrir les Pepins, & l'autre à leur tranſmettre la pouſſiére ou la liqueur fécondante des étamines. Mais comme ces deux fonctions paroiſſent s'opérer principalement par des vaiſſeaux, il eſt bon, je crois, de préſenter ſous un même coup d'œil la ſituation de ces vaiſſeaux. Pour cela, il faut ſe ſouvenir que c'eſt à cet endroit, que nous avons appellé le placenta, que vont ordinairement aboutir les vaiſſeaux nourriciers, & que c'eſt du placenta que partent, ou que viennent aboutir (car c'eſt juſqu'à préſent la même choſe) les vaiſſeaux de la ſubſtance pierreuſe, ceux du plexus, ceux des portions externe & interne du piſtile, & enfin les vaiſſeaux ombilicaux. Or cette diſpoſition de vaiſſeaux une fois bien connuë, voici comment pourroit ſe faire la préparation des liqueurs qui doivent être portées à l'amande.

D'abord les vaiſſeaux nourriciers porteront la ſéve au placenta ; de-là cette ſéve ſera conduite aux glandes de la ſubſtance pierreuſe par les vaiſſeaux qui s'épanouiſſent ſur le champ dans cette ſubſtance : quelquefois même pluſieurs vaiſſeaux nourriciers traverſent ce que j'ai appellé le placenta, ſans y contracter aucune adhérence, & vont tout d'un coup s'épanouir dans la ſubſtance pierreuſe. Nous avons auſſi remarqué qu'il y a quelques branches des vaiſſeaux ſpermatiques qui ſe jettent dans cette même ſubſtance. Quoi qu'il en ſoit, je crois qu'après que cette ſéve a reçû différentes altérations dans les glandes & dans la ſubſtance acidule, elle peut être repompée tant par les vaiſſeaux du plexus que par ceux que la portion externe du piſtile jette dans cette ſubſtance pour être portée aux appendices du placenta, mais avec cette différence que le plexus peut la décharger tout d'un coup en cet endroit, au lieu que ce qui paſſe par la portion externe du piſtile circule peut-être autour des capſules des Pepins, pour être reporté par la portion interne du piſtile aux mêmes appendices du placenta qui eſt l'endroit où l'on commence à appercevoir le vaiſſeau ombilical. On pourroit bien encore étendre ces conjectures, & faire

remarquer comment par les anaſtomoſes de ces vaiſſeaux, différentes liqueurs peuvent ſe mêler enſemble; mais comme nous n'avons rien de poſitif ſur tout cela, nous ne nous y arrêterons pas davantage.

Je n'entreprendrai point non plus d'expliquer comment les Pepins ſont fécondés par les étamines, ce ſeroit prétendre approfondir un myſtere qui nous eſt encore inconnu, même à l'égard des animaux, quoique cette recherche ait mérité l'attention de pluſieurs grands Phyſiciens; je me contenterai ſeulement de faire remarquer que dans la ſuppoſition que les Pepins ſont fécondés par la pouſſiére des étamines, ou par une liqueur contenuë dans cette pouſſiére, la diſpoſition de la portion externe du piſtile par rapport à la portion interne me paroît très-favorable à l'introduction de la matiére fécondante.

J'ajoûterai, en finiſſant cet article, qu'il y a quelques Poires qui ont le ſinus central fort grand, comme cette eſpece de *Bergamotte* qu'on appelle de *Hollande*, & qu'on peut y remarquer, outre les cinq nervures dont j'ai parlé, cinq autres qui ſont entre deux, & qui répondent à la ſubſtance acidule qui eſt fort abondante dans ces eſpeces de Poires. Planche III. Fig. 2.

On peut encore remarquer quelques gros paquets de vaiſſeaux qui ſe trouvent quelquefois dans la ſubſtance acidule, & même qui vont quelquefois ſe terminer à la roche.

Au reſte c'eſt-là une partie de ces petites variétés qui ſe rencontrent, & entre les Poires de différentes eſpeces, & même entre les différentes Poires de la même eſpece, & dans leſquelles nous ne pouvons point entrer, puiſque nous n'avons point entrepris de donner l'anatomie de chaque Poire en particulier.

*De l'incubation * du Pepin.*

Les œufs des animaux ne ſont pas toûjours fécondés dans

* Il faut remarquer que je me ſers ici du terme d'*incubation* par comparaiſon à ce qui arrive à l'œuf de la Poule, lorſqu'il eſt couvé, c'eſt-à-dire, pour expliquer ce changement qui arrive dans l'œuf, lorſque le fœtus commence à y paroître.

le ſein de leurs meres. Ceux des poiſſons, par exemple, ne le ſont qu'après qu'ils ont été dépoſés ; il en eſt de même de l'incubation, les uns comme les vivipares, le ſont dans le ſein même de leurs meres, & les autres comme les ovipares, ne le ſont qu'après avoir été pondus dans un endroit où un certain degré de chaleur peut favoriſer la formation & l'accroiſſement du fœtus.

Or nous avons vû dans les articles précédents, que le Pepin a d'abord été formé, & enſuite fécondé dans le ſein de la Poire, & nous allons voir que c'eſt dans cet endroit auſſi qu'il acquiert ſon incubation ; mais pour conſidérer cette choſe dans ſon vrai point de vûë, il faut ſuivre un peu plus loin le progrès des œufs tant des ovipares que des vivipares pour faire uſage de leur comparaiſon, car elle peut ici nous être de quelque utilité.

Dans la plûpart des animaux vivipares, il eſt probable que l'œuf eſt fécondé dans l'ovaire, de-là il paſſe par les trompes à l'uterus avec lequel il contracte une union intime par le moyen du placenta, & dès-lors on croit ordinairement qu'il ſe commence une circulation du fœtus au placenta, & du placenta au fœtus. Mais outre cette circulation ſuppoſée, le fœtus reçoit continuellement des ſecours de ſa mere par le moyen du placenta qui ſert comme d'entrepôt ; ainſi dans les vivipares, pendant la formation du fœtus, ou l'incubation de l'œuf, ce qui eſt la même choſe, le fœtus reçoit toûjours des ſecours de ſa mere.

Mais dans les ovipares la choſe ſe paſſe bien différemment. Dans les oiſeaux, par exemple, l'œuf qui a été formé dans l'ovaire augmente de volume, en parcourant un canal aſſés long, qu'on appelle l'*oviductus*, & il en ſort contenant une proviſion d'aliments ſuffiſante pour nourrir le fœtus juſqu'à ce qu'il ſoit tout formé, & qu'il écloſe, de ſorte que l'incubation ne commence qu'après que l'œuf a été pondu, & le fœtus ſe forme ſans recevoir d'aliments de ſa mere.

Pour nôtre Pepin, il tient en quelque maniére le milieu entre les vivipares & les ovipares, car il s'incube dans le

lieu

lieu de ſa formation dans le centre de la Poire, & cependant il y a tout lieu de croire que ſon amande ſe forme ſans preſque tirer de ſecours de la Poire, & ſeulement par les liqueurs qui étoient contenuës dans le Pepin avant que l'incubation commençât. Et comment pourroit-il en recevoir de la Poire, puiſque quand l'incubation commence, il paroît que les ſécrétions ſont preſque interceptées par l'endurciſſement des glandes?

Mais la choſe eſt bien plus ſenſible dans les Amandes, les Prunes, les Pêches, & les autres fruits à noyau, car l'incubation ne commence que quand l'enveloppe ligneuſe eſt endurcie, ainſi l'Amande ne pourroit recevoir de nourriture qu'au travers d'une cloiſon des plus dures & des plus ſolides; auſſi le vaiſſeau ombilical dans les fruits à noyau eſt-il alors tout-à-fait deſſéché, & quoiqu'il ne le ſoit pas entiérement dans la Poire, il ne paroît pas lui être d'un grand uſage.

J'ajoûterai encore que ſi les Pepins recevoient alors de ſi grands ſecours de leurs fruits, il leur ſeroit inutile d'avoir une proviſion d'aliments pareille à celle qu'on remarque dans les œufs des ovipares, & que tout le monde connoît dans ceux des oiſeaux ſous le nom du *jaune* ou *moyeu*, & du *blanc*. De plus, j'ai pluſieurs fois cueilli un grand nombre de Noix, lorſque le cerneau ne faiſoit que commencer à ſe former, & dans le temps qu'elles ne renfermoient preſque que des glaires, & les ayant fait mettre en tas à la cave, le cerneau s'eſt formé preſque auſſi-bien que s'il étoit reſté ſur l'arbre.

J'ai remarqué qu'il falloit les mettre à la cave ou dans un lieu frais, ſans quoi l'amande ne laiſſeroit pas de ſe former, mais plus petite qu'elle n'auroit été ſur l'arbre, à cauſe ſans doute de l'évaporation de l'humidité, c'eſt ce que j'ai pluſieurs fois obſervé ſur les Amandes.

Mais avant que de ſuivre plus long-temps ces notions générales, il faut connoître les ſituations de nôtre Pepin ſuivant ſes différents âges; & pour tirer des ſecours de tout ce qui peut nous en fournir, m'étant aſſûré que l'incubation ſe fait de même dans les Amandes, les Prunes & les Pèches que

dans les Poires, ces fruits me ſerviront ici d'exemple. Cependant je n'en parlerai qu'incidemment & par occaſion, ou plûtôt autant que j'en aurai beſoin pour faire entendre ce que j'ai à dire ſur la Poire, qui eſt toûjours mon principal objet.

Pour prendre la choſe dès ſon principe, j'ai cherché le germe dans les Pepins immédiatement après que les Poires ont été nouées. Mais je ne ſçais poſitivement ſi je l'ai vû, car j'ai bien quelquefois apperçû dès ce temps-là un petit corps blanc qui étoit dans les liqueurs du Pepin; mais comme ce corps n'avoit point la figure que la jeune Amande a dans la ſuite, quand on l'apperçoit clairement, je n'oſerois aſſûrer que c'étoit le germe de l'Amande. Quoi qu'il en ſoit, c'eſt dans ce temps que les Pepins croiſſent le plus ſenſiblement, & en peu de temps ils parviennent à peu-près à la groſſeur à laquelle ils doivent toûjours reſter, de ſorte que les Pepins de pluſieurs Poiriers ſont en cet état à peu-près à la fin de Juin. Quant aux Amandes & aux Abricots, l'incubation y eſt alors preſque achevée, & elle eſt plus d'à moitié faite dans les Prunes & les Pêches. Ainſi à l'égard principalement de la formation de l'Amande, les fruits à noyau ſont plus hâtifs que ceux à pepin.

J'ai examiné bien des Pepins* dans toutes ſortes de temps, avant qu'ils euſſent acquis la groſſeur à laquelle ils doivent reſter, mais je ne m'arrêterai point à des circonſtances qui n'ont rien d'intéreſſant. Quand les pepins ou les noyaux ſont preſque parvenus à leur groſſeur, on apperçoit en les fendant par moitié, d'abord & immédiatement ſous les téguments, une liqueur limpide, tranſparente & glaireuſe qui eſt renfermée dans une membrane propre, &, à ce que je crois, entrecoupée par des productions de cette membrane qui eſt d'ailleurs fort adhérente à l'enveloppe commune du pepin. Du côté de ſon extrémité qui ſe termine en pointe, on apperçoit un petit point blanc qui d'abord eſt rond à peu-près comme une lentille, ayant ſeulement une petite éminence à cette partie de ſa circonférence qui eſt du côté

Planche V. Fig. 2. & 3.

Fig. 4.

* On peut conſulter M. Malpighi ſur la formation du Pepin.

de la pointe du pepin, & par ſon autre extrémité il eſt enchâſſé dans une autre petite veſſie oblongue qui ſe termine en pointe par l'autre bout. Cette petite veſſie renferme une liqueur glaireuſe comme la précédente, mais qui eſt plus claire & un peu blancheâtre. Les membranes qui renferment cette liqueur que je compare au jaune ou moyeu de l'œuf, n'ont de communication avec la liqueur dont j'ai parlé en premier lieu, & que j'appellerai le *blanc*, ſeulement que par un vaiſſeau qui eſt à ſon extrémité qui ſe termine en pointe.

Je n'ai pas remarqué de communication bien ſenſible du germe avec le moyeu, j'ai ſeulement quelquefois apperçû une eſpece de vaiſſeau qui paſſant entre les deux lobes, me paroiſſoit aller juſqu'au germe. Mais ſoit que ce fût réellement un vaiſſeau, ou non, il eſt toûjours néceſſaire qu'il y ait communication du germe au moyeu, puiſqu'il ſe nourrit à ſes dépens, de même que le moyeu aux dépens du blanc, de ſorte que d'abord le moyeu augmentant toûjours de volume, conſomme tout le blanc dont les membranes deſſéchées forment une ſeconde enveloppe au germe, qui continuant toûjours à ſuccer le moyeu qui ne peut plus ſe réparer par le blanc, le détruit à ſon tour, & les membranes de ce que j'appelle le moyeu, reſtent deſſéchées au gros bout du pepin où elles forment une calotte qui dans la plûpart des Poires eſt brune & fort aiſée à appercevoir. Planche V. Fig. 5. & 6.

Ainſi le blanc eſt d'abord formé par les liqueurs qui lui ſont apportées par le vaiſſeau ombilical; enſuite le jaune ſe forme aux dépens du blanc par le moyen du vaiſſeau de communication, & le germe ſe nourrit du jaune ou moyeu, ſans que nous ayons pû appercevoir bien clairement par le moyen de quel vaiſſeau. Il me paroît même aſſés inutile de chercher cette communication du germe au jaune, puiſque la radicule de M. Grew peut ici faire l'office de racines, tant pour tranſmettre la nourriture à toutes les parties de l'amande, que pour ſe nourrir elle-même, & acquérir aſſés d'étenduë pour remplir tout l'eſpace qui eſt dans l'enveloppe noire du pepin, que je regarde comme la coquille de l'œuf.

Enfin ces deux liqueurs ſe conſomment peu à peu, & l'amande augmentant de volume, parvient à remplir toutes les enveloppes du pepin, & alors l'incubation eſt achevée.

Quelqu'un s'imaginera peut-être devoir trouver alors dans le pepin un Poirier tout formé comme on trouve dans un œuf couvé un petit Poulet, auſſi le petit Poirier eſt-il exiſtant, mais c'eſt lui qui occupe le moins d'eſpace dans ce pepin, il eſt ſitué dans un petit corps à moitié oval qui eſt à l'extrémité la plus étroite de deux gros corps blancs qu'on appelle les *lobes.*

Planche VI. Fig. 1. & 4.

Pour concevoir l'uſage de toutes ces parties, il faut faire attention que la nature a eu ſoin de fournir aux jeunes animaux qui viennent de naître ou d'éclorre, certains aliments qui par leur délicateſſe & leur légereté puſſent les nourrir ſans trop charger leur eſtomac, alors foible & délicat ; la plûpart des vivipares, par exemple, tetent leurs meres, & une bonne partie du jaune des œufs entre dans le corps des jeunes oiſeaux, & ſuffit pour les nourrir pendant quelques jours. Cependant leurs meres ont encore le ſoin de ne les accoûtumer que peu à peu aux nourritures ſolides. Les Pigeons, par exemple, nourriſſent d'abord leurs petits d'une bouillie claire à demi digérée. Les premiers aliments que les Perdrix donnent à leurs petits ne ſont que des œufs de Fourmis, ou d'autres petits inſectes fort délicats ; enfin l'on ſçait les différentes pâtées qu'il faut faire dans les baſſe-cours pour élever les volailles.

La nature paroît avoir eu la même précaution pour les végétaux, & ces deux lobes que tout le monde ſçait qui ne ſont joints l'un à l'autre que par les vaiſſeaux qui communiquent à la jeune plante par un mucilage qui les colle légerement l'un à l'autre, & enfin par quelques attaches que j'ai quelquefois apperçûës ſur les bords avec l'aide du Microſcope. Ces lobes, dis-je, paroiſſoient être les mamelles de la jeune plante ; ce ſont eux qui renferment la nourriture délicate qui la doit faire ſubſiſter juſqu'à ce qu'elle ait pouſſé aſſés de racines pour ſe nourrir par leur moyen : ainſi quand on

Fig. 4.

plante un pepin, il s'imbibe d'abord de l'humidité de la terre à la maniére des éponges, cette humidité diſſout la matiére de nos émulſions, & fait un véritable lait qui nourrit nôtre jeune plante par la radicule de M. Grew, juſqu'à ce qu'elle ſoit en état de ſubſiſter par les racines qu'elle aura jettées en terre.

Il eſt bon de remarquer, en terminant cette troiſiéme partie de l'anatomie de la Poire,

1.° Que ſi je n'ai point cité les auteurs qui ont traité avant moi de l'anatomie de la Poire, ce n'a été ni pour m'attribuer leurs découvertes, ni pour feindre qu'ils ne m'ayent été d'aucun ſecours, mais ſeulement pour ne pas rendre ces Mémoires beaucoup plus longs, ce qui auroit été inévitable.

2.° Si j'ai toûjours appellé des *vaiſſeaux* les filets qui ſont dans nôtre fruit, & des *glandes* les pierres qui s'y trouvent, ce n'eſt pas que je regarde ces choſes comme inconteſtables & entiérement décidées, mais ſeulement comme probables, pour les raiſons que j'ai rapportées dans la 1re & la 2de partie de cette anatomie; je me propoſe même de faire de nouveaux efforts pour éclaircir ces queſtions, en faiſant l'anatomie des fruits à Noyau, à laquelle je travaille maintenant.

3.° On jugera peut-être que j'aurois dû examiner le Pepin avec plus de ſoin & d'exactitude, mais j'ai crû devoir réſerver ce travail pour l'anatomie des fruits à Noyau, qui paroiſſent plus favorables à ces obſervations, à cauſe de la groſſeur de leur Amande.

EXPLICATION DES FIGURES.

PLANCHE I.

Figure 1. UN bouton de Poirier à fruit, recouvert de ſes écailles.

Fig. 2. Une des écailles en culleron, qui recouvre le bouton du Poirier.

Fig. 3. Le même bouton dépouillé de ſes écailles, où l'on

apperçoit les jeunes embryons avec des petits feuillets qui ſont entre deux.

Fig. 4. Les différentes figures des petits feuillets dont nous venons de parler. Ils ſont vûs à la Loupe dans cette Figure, & un petit inſecte vû au Microſcope; je l'ai trouvé dans le mois de Janvier, qui étoit enfermé dans un bouton de Poirier.

Fig. 5. Un des embryons dont nous venons de parler, groſſi au Microſcope.

Fig. 6. Cet embyron ouvert, il paroît velu intérieurement, & l'on n'y voit encore que les étamines, point de piſtiles ni de petales.

Fig. 7. Un pareil bouton que celui de la Figure 3, mais dans un âge plus avancé.

Fig. 8. La coupe d'un embryon plus avancé, & dans lequel on commence à découvrir, outre les étamines, les piſtiles, les pepins & les pétales.

Fig. 9. Une fleur de Poirier épanouie où l'on voit les pétales, les piſtiles & les étamines dans leur groſſeur naturelle.

Fig. 10. Le calice de la fleur qui doit devenir le fruit. Il eſt dans ſa groſſeur naturelle.

Fig. 11. La coupe d'une fleur de Poirier, lorſque le fruit eſt prêt à nouer.

a, la queuë.

b, la partie du calice qui doit devenir la Poire.

c, les échancrures du calice.

d, Un pétale qui indique la ſituation des quatre autres dans les échancrures du calice.

e, les étamines qui ſont quatre à quatre entre chaque échancrure du calice.

f, les piſtiles qui ſont au nombre de cinq qui répondent chacune à une capſule des pepins ou à deux pepins, car chaque capſule en renferme deux.

g, Un pepin dans ſa capſule.

h, Une ſubſtance verte vers les bords, & qui blanchit en approchant du centre ; c'eſt ce qui forme, lorſque le fruit eſt gros, ce qu'on appelle vulgairement le *trognon*.

i, Un faiſceau de vaiſſeaux qui ſe prolonge de la queuë.

l, Ce que j'ai crû pouvoir appeller le *placenta*.

m m, les vaiſſeaux ſpermatiques.

n, ſubſtance blancheâtre & comme glanduleuſe où vont aboutir les vaiſſeaux ſpermatiques, & d'où partent les pétales & les étamines ; c'eſt cette ſubſtance qui, lorſqu'elle eſt endurcie, forme la roche.

Fig. 12. Une étamine vûë au Microſcope.

a, le pédicule.

b, les ſommets.

c, la raînure par où ils s'ouvrent.

Fig. 13. La même étamine, lorſque les ſommets en ſont ouverts, où l'on peut remarquer comme les écuſſons ſont chargés de pouſſiére, & comme cette pouſſiére ſe répand par tout ſur le pédicule.

Fig. 14. Un grain de pouſſiére examiné ſeul au Microſcope, où l'on peut remarquer le petit pédicule par lequel il étoit attaché à l'écuſſon. Il faut remarquer qu'on ſe ſert du terme d'*écuſſon* après quelques auteurs, à cauſe de la reſſemblance avec les écuſſons d'armoiries.

Fig. 15. Un pétale détaché & examiné ſeul à la Loupe. On y voit la route des principaux vaiſſeaux, & comme ils s'anaſtomoſent enſemble.

Fig. 16. Les piſtiles avec leurs dépendances, détachés du reſte du calice.

a, la trompe des piſtiles.

b, l'endroit où ils ſe retréciſſent pour traverſer la roche.

c, leur élargiſſement pour loger les pepins.

d, une portion du piſtile qui fait une arête éminente dans l'intérieur du fruit, nous l'avons nommé le *faiſceau interieur.*

e, Une portion de ce que nous avons appellé le *placenta.*

Fig. 17. Un jeune pepin auſſi groſſi au Microſcope.

Fig. 18. Une Poire parvenuë à ſa groſſeur.

PLANCHE II.

Fig. 1. Un bouquet de fleurs de Poirier épanoui, ou ce que produit un ſeul bouton de Poirier.

Fig. 2. Les parties mâles de la Poire ſéparées des autres, & beaucoup groſſies. Il eſt bon de remarquer qu'on n'en voit que la moitié.

a, le faiſceau de vaiſſeaux qui vient de la queuë.

b b b b b, cinq des vaiſſeaux ſpermatiques, ou de ces vaiſſeaux qui ſont deſtinés à porter la ſéve aux glandes qui doivent préparer la liqueur fécondante.

c c c c c, les branches qui ſe recourbent, & vont porter la nourriture à la partie pointuë de la Poire ou du côté de la queuë.

d d d, les branches qui vont s'épanouir dans la ſubſtance charnuë de la Poire.

e e, les glandes que nous croyons deſtinées à préparer la liqueur fécondante.

f, les pédicules des étamines par où doit paſſer la liqueur fécondante pour être portée aux ſommets qui en ſont les réſervoirs.

g g, les ſommets des étamines, ou les réſervoirs de la liqueur fécondante.

h h, les échancrures du calice, ou ſes appendices.

i, un pétale.

l, le canal par où paſſent les piſtiles.

m m, des vaiſſeaux peut-être excrétoires, ou par leſquels s'échappe ce qui n'eſt pas propre à former la ſemence.

PLANCHE III.

Fig. 1. Les organes femelles ou que nous croyons être deſtinées à la formation du pepin & à ſa nutrition après qu'il a été fécondé, le tout ſéparé des organes mâles, & groſſi.

a, le faiſceau de l'axe, ou qui eſt continu à la queuë.

b, la coupe d'un vaiſſeau ſpermatique.

ccc, la ſubſtance pierreuſe que nous croyons être dans le jeune fruit un amas de glandes deſtinées à la préparation des liqueurs qui doivent former le pepin.

d, une ſubſtance un peu plus ſerrée que le reſte de la Poire, laquelle ſe trouve au deſſous des pepins, & eſt garnie d'une petite éminence en maniére de houppe qui s'éleve dans une cavité qu'on trouve entre les loges des pepins ; c'eſt cette partie que nous avons crû pouvoir appeller le *placenta*. Il faut remarquer que preſque tous les vaiſſeaux de la queuë ſe terminent en cet endroit, & que c'eſt de cet endroit que partent ou que viennent aboutir preſque tous les vaiſſeaux que nous allons décrire ; je dis preſque tous, car il y en a quelques-uns qui traverſent le placenta, & qu'on peut ſuivre juſqu'au de-là, comme on le voit en *e*.

e, un vaiſſeau, ou un faiſceau de vaiſſeaux qu'on peut ſuivre au travers du placenta.

f, un des vaiſſeaux que j'ai appellé *nourricier*, & qui va s'épanouir dans la ſubſtance pierreuſe.

g, une ſubſtance fine qui ſe diſtingue ordinairement bien du reſte de la Poire, tant par ſa couleur qui eſt plus blanche, que par ſon goût qui eſt plus aigre, ce qui me la fait appeller la *ſubſtance acidule*.

h, le piſtile.

i, la portion interne du piſtile.

l, l'autre portion du piſtile que j'ai appellé la *portion externe*.

m, un raiſeau ou plexus de vaiſſeaux, qui recouvre les loges des pepins, & dont pluſieurs branches ſe perdent dans la ſubſtance acidule dont nous parlerons dans les Planches ſuivantes.

Fig. 2. La coupe d'une Bergamotte de Hollande, où l'on peut remarquer que la roche *a* eſt fort renfoncée, & qu'il n'y a point de canal pierreux.

b, le ſinus central, ou une cavité qui eſt entre les pepins; elle eſt très-grande dans cette eſpece de Poire, & eſt fort petite dans d'autres. On peut remarquer dans ce ſinus les arêtes formées par la portion interne des piſtiles.

c, le placenta. Il faut remarquer que la houppe paroît plus dans les jeunes Poires que dans les autres.

d, un pepin un peu tiré de ſa loge, pour faire voir comme le vaiſſeau ombilical *e* va s'implanter dans le placenta où il ſe perd.

f, la ſubſtance acidule que nous jugeons qui peuvent être des vaiſſeaux excréteurs des glandes de la ſubſtance pierreuſe.

g, la ſubſtance pierreuſe.

Fig. 3. Une capſule de pepin ouverte, & le pepin en ſituation.

aaa, une moitié de la portion externe du piſtile qui borde la capſule.

bbb, l'autre moitié de la même portion qui borde auſſi la capſule.

ccc, la portion interne du piſtile qui s'étend à peu-près ſuivant l'axe de la Poire. On peut remarquer qu'elle ſe ſépare aiſément en deux ſuivant ſa longueur.

d, le pepin qui a la pointe en bas dans ſa capſule, & n'y eſt point adhérent.

e, le vaiſſeau ombilical qui s'enfonce & va ſe perdre dans la réunion de la portion interne & de la portion externe des piſtiles, qui dans cet endroit ſont une

ſubſtance fort ſerrée que nous avons regardée comme une appendice du placenta.

PLANCHE IV.

Fig. 1. Les deux pepins dans leur capſule ouverte.

Fig. 2. La moitié d'une capſule où l'on a détaché le plexus du parchemin.

Fig. 3. Où l'on voit 1.° comme quelquefois il y a des adhérences de la capſule du pepin avec les enveloppes de ce pepin, 2.° le vaiſſeau ombilical, & 3.° les vaiſſeaux qui vont du placenta à la capſule, car quelquefois le placenta eſt un peu éloigné des loges des pepins.

Fig. 4. Un pepin avec le vaiſſeau ombilical qui va ſe perdre dans l'appendice du placenta dont nous avons parlé.

Fig. 5. Un quartier de la ſubſtance acidule qui dans quelques Poires eſt conſidérable, & dans d'autres eſt peu de choſe, & qui dans quelques eſpeces a une arête dans le ſinus central comme les loges des pepins, mais moins conſidérable, & qui ne ſe termine pas aux piſtiles.

Fig. 6. Une loge de pepins.
a, la portion interne des piſtiles.
b, la portion externe.
c, le plexus.

Fig. 7. Toutes les capſules réunies enſemble.
a, les piſtiles.
b, les portions externes des piſtiles.
ccc, les plexus.
d, le lieu de la réunion des piſtiles.

PLANCHE V.

Fig. 1. Le pepin dans ſes enveloppes avec le vaiſſeau ombilical.

Fig. 2. Les premiéres enveloppes du pepin levées pour faire voir comme le vaiſſeau ombilical va ſous les tégument ſe rendre au gros bout du pepin.

Fig. 3. L'amande coupée ſuivant ſa longueur, où le tout paroît d'une ſubſtance uniforme & glaireuſe.

Fig. 4. Le germe qui eſt enchâſſé dans le moyeu qui communique au blanc par un vaiſſeau, & l'inſertion du vaiſſeau ombilical dans le blanc ; à côté eſt le germe & le moyeu détachés du blanc.

Fig. 5. Le germe beaucoup groſſi, avec le moyeu qui l'eſt encore plus à proportion.

Fig. 6. Le germe qui commence à remplir la totalité.

Fig. 7. Le germe & le moyeu ſortis du blanc pour faire voir à peu-près, 1.° le vaiſſeau de communication du moyeu au blanc, & 2.° comme le blanc forme une enveloppe au jaune & au germe.

Fig. 8. L'amande formée en entier, & pour lors les membranes qui contenoient le blanc font une enveloppe qui recouvre toute l'amande, & celles qui enfermoient le moyeu forment une calotte ordinairement brune, & qui reſte au gros bout du Pepin.

Fig. 9. La calotte formée par les membranes du moyeu.

Fig. 10. L'enveloppe formée par les membranes du blanc.

Fig. 11. Les différents états du pepin d'une Poire dans ſes différents âges, & à peu-près dans ſa groſſeur naturelle.

PLANCHE VI.

Fig. 1. L'amande formée & dégagée de ſes enveloppes, vûë de côté pour faire voir les deux lobes un peu ſéparés l'un de l'autre, & une pointe en haut qu'on appelle communément le *germe*.

Fig. 2. La même amande vûë ſur ſon plat.

Fig. 3. Un des lobes ſéparé pour faire voir comme le germe s'enfonce entre deux. On voit ſur les bords des attaches extrêmement fines qui joignent enſemble les deux lobes, & que j'ai apperçûës aſſés clairement.

Fig. 4. Le germe & un des lobes coupé par moitié. Dans le germe on y apperçoit les rudiments de la jeune plante, mais d'une maniére bien confuſe, & dans le corps de l'amande j'ai vû une fois bien clairement, & fait voir à pluſieurs perſonnes une diſtribution de vaiſſeaux comme elle eſt dans la Figure. Si cette organiſation eſt conſtamment telle, c'eſt la radicule de M. Grew; mais ſi l'on veut de plus petits détails ſur l'organiſation de l'amande, on peut, en attendant ce que nous eſperons donner dans la ſuite ſur les fruits à noyau, conſulter M. Leuvenhoek.

Fig. 5. Un morceau de l'écorce noire du pepin, vû au Microſcope.

Fig. 6. Un morceau d'une autre enveloppe plus fine qui ſe trouve deſſous, auſſi vû au Microſcope.

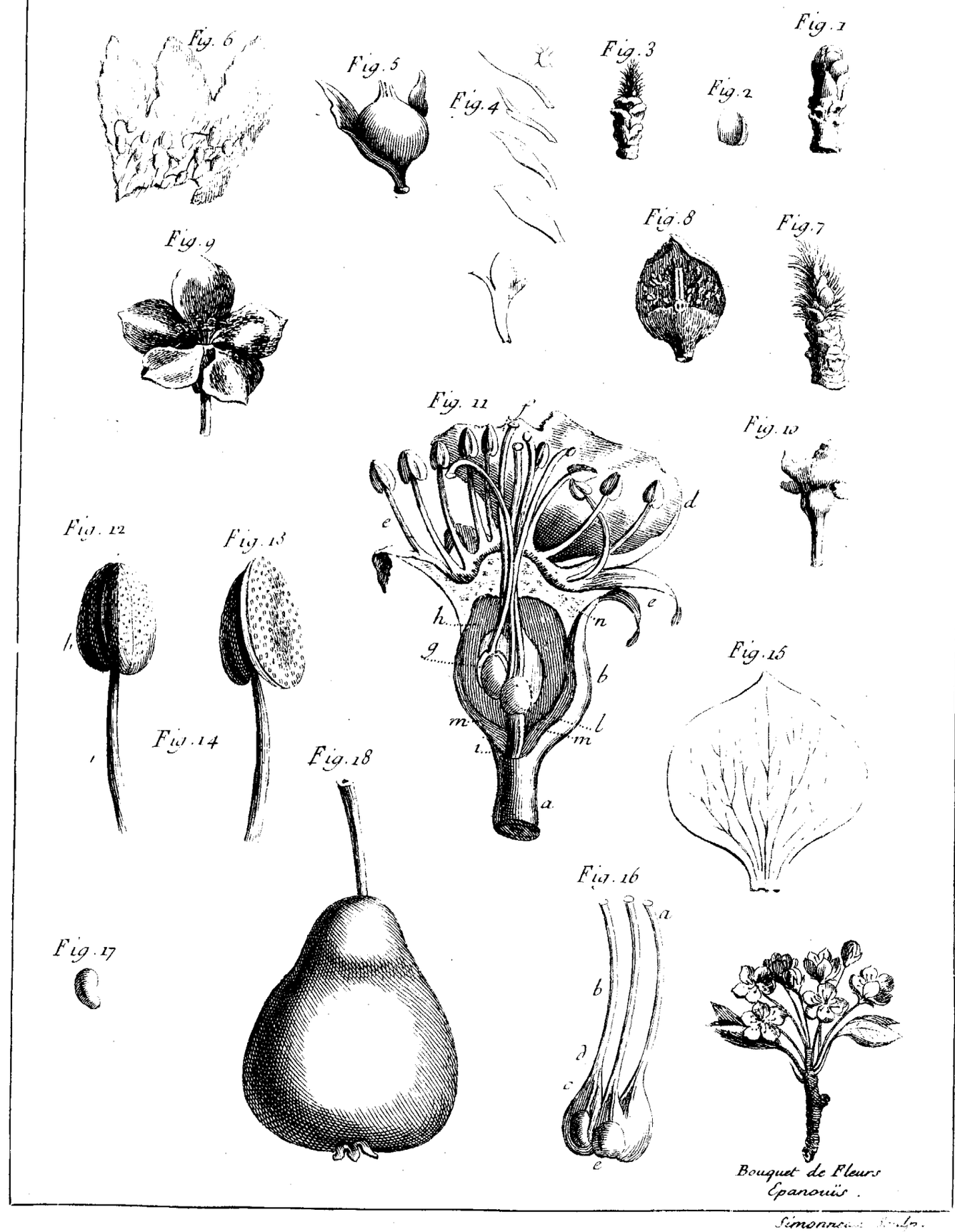
Il eſt bon de remarquer, en faveur de ceux qui voudroient s'amuſer à diſſéquer des Poires, que m'étant propoſé au commencement de mon travail ſur la Poire, d'en diſſéquer quelques-unes à la maniére de M. Ruiſch, ce qui fait voir

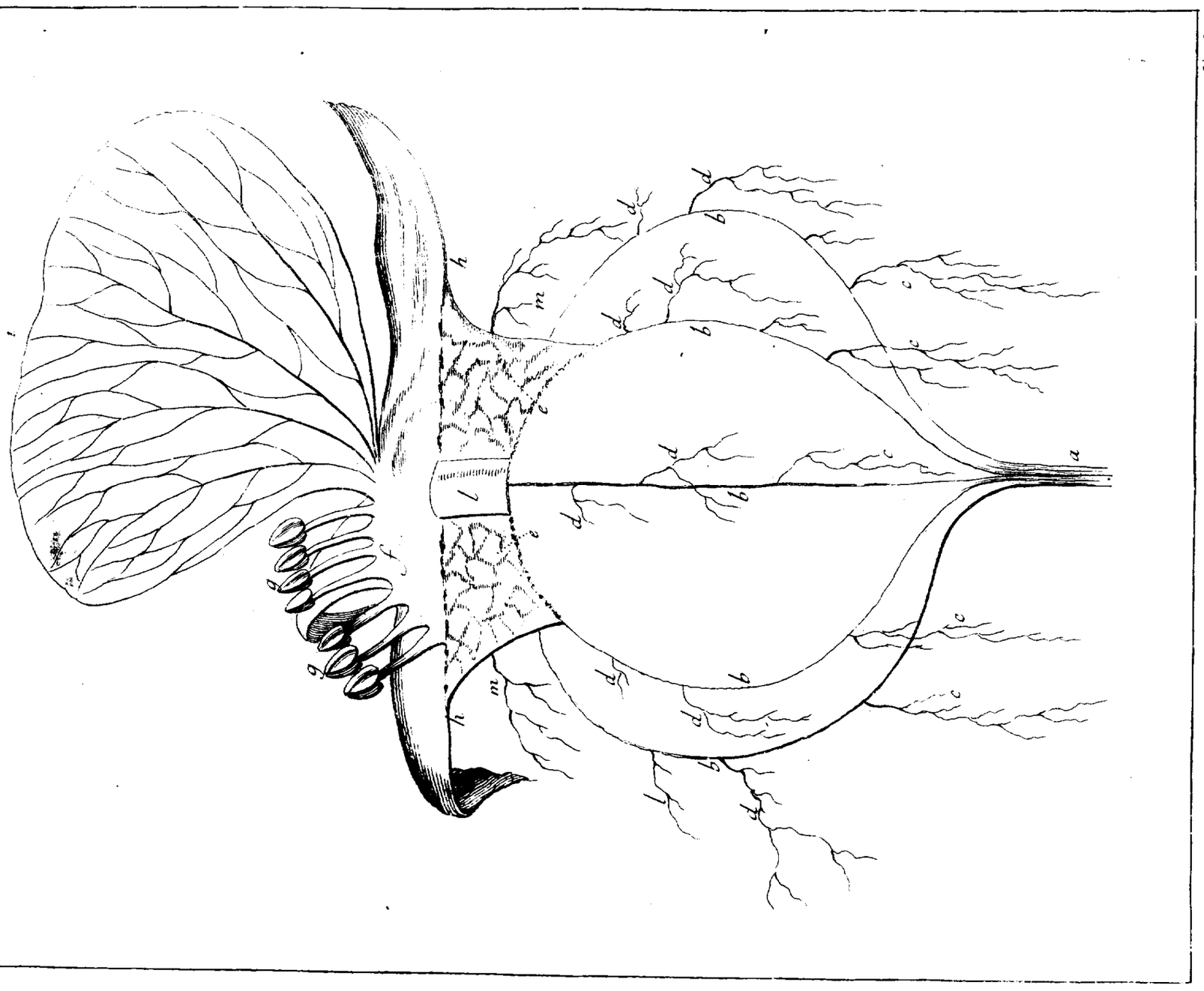
un prodigieux épanouiſſement de vaiſſeaux, j'ai eu beaucoup de peine à y réuſſir.

1.° Parce qu'il eſt eſſentiel de détruire l'entrelacement de vaiſſeaux qui eſt ſous les téguments auſſi-bien que l'attache des vaiſſeaux ſpermatiques à la roche.

2.° Parce que je m'étois perſuadé qu'on n'y pouvoit parvenir qu'en employant de longues macérations, & effectivement elles ſont très-avantageuſes, mais il ne faut mettre les fruits en macération que quand ils ſont mols ou du moins prêts à mollir, & choiſir par préférence les Poires fondantes, ce qui abrege & facilite prodigieuſement le travail. Encore un moyen bien commode pour appercevoir une partie des organes de la Poire, c'eſt de couper en différents ſens des Poires confites au ſucre, & de les mettre enſuite tremper dans de l'eau claire, car les principaux vaiſſeaux blanchiſſent & deviennent fort apparents. Avec ces attentions, il ſera fort aiſé d'appercevoir la plûpart des organes dont nous avons parlé.

Mem. de l'Acad. 1732. pl. 2. pag. 94.




h
m
e
l
f
g
a
b
c
d

Mem. de l'Acad. 1732. pl. 4. pag. 94.

Fig. 1

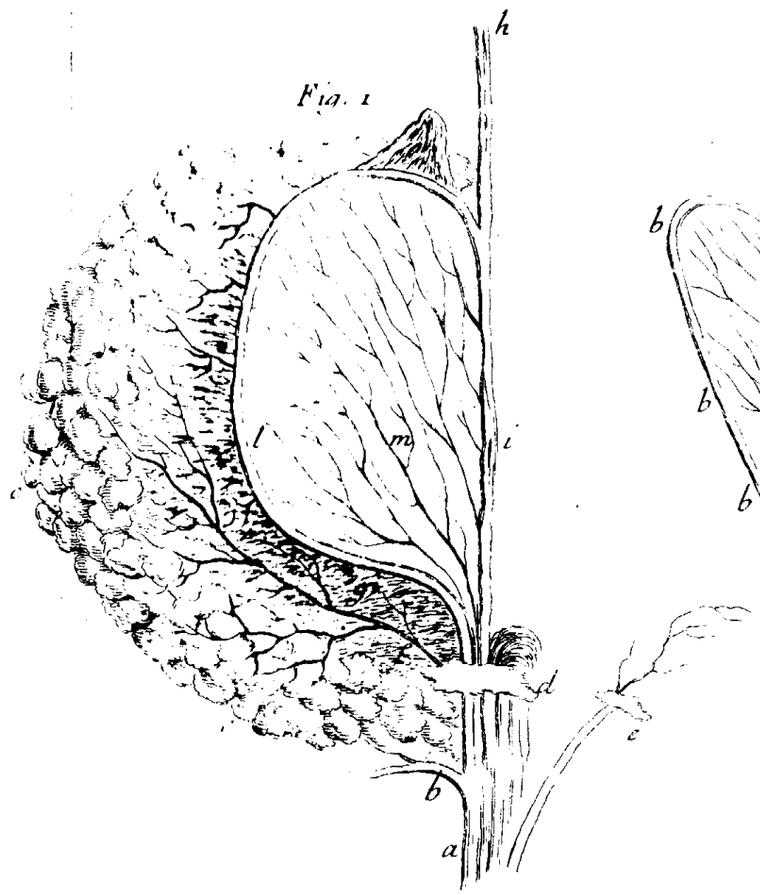


Fig. 3

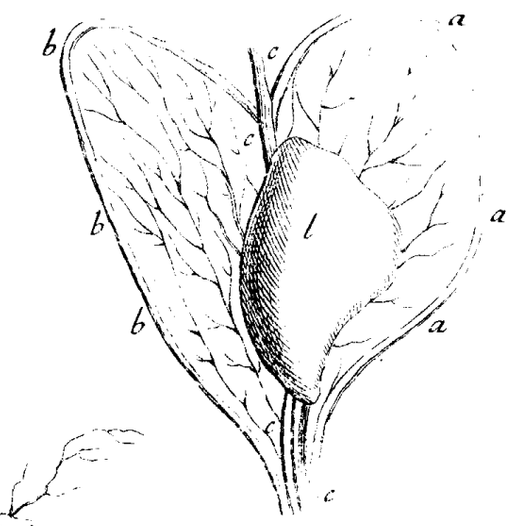
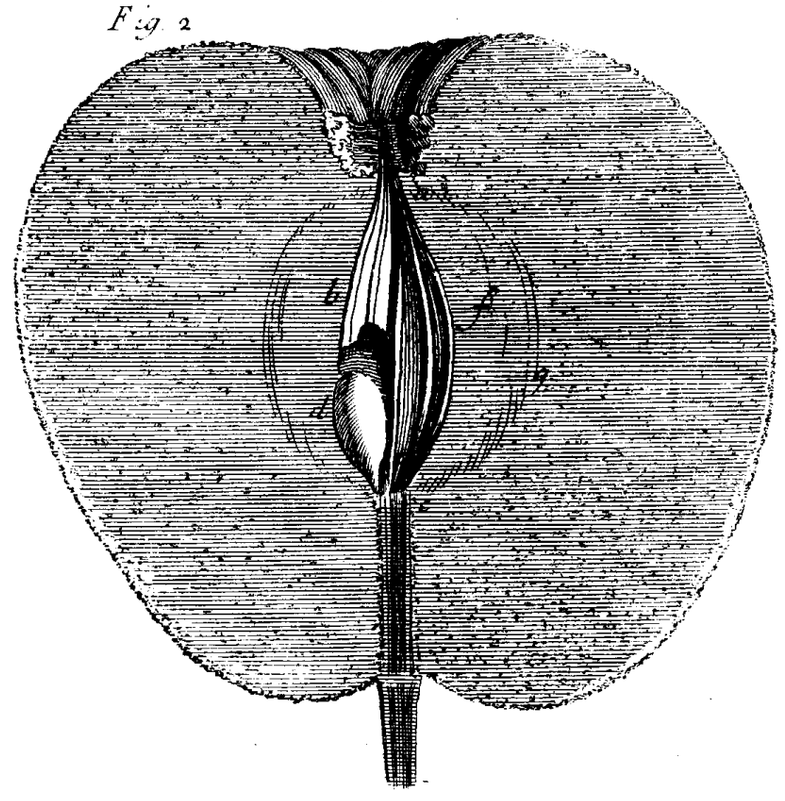


Fig. 2



Simonneau Sculp.

Mem. de l'Acad. 1732. pl. 5. pag. 94.



Fig. 1

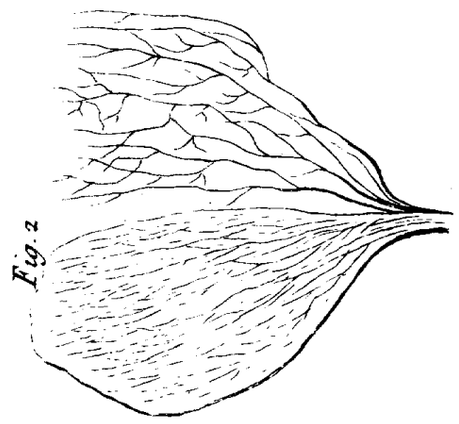


Fig. 2



Fig. 3

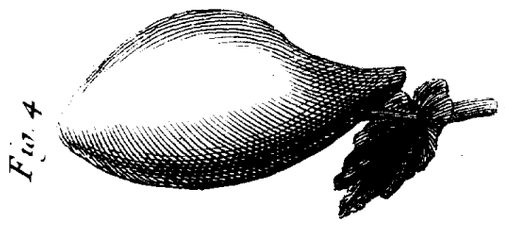


Fig. 4

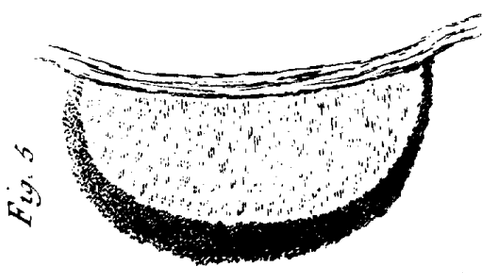


Fig. 5

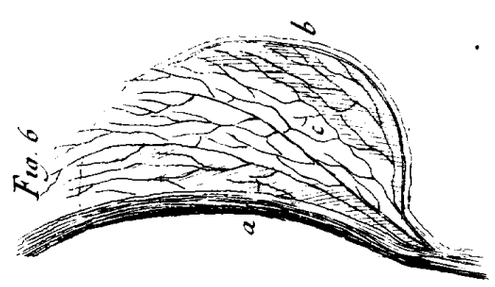


Fig. 6

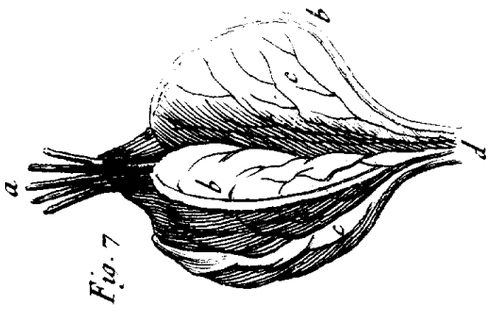
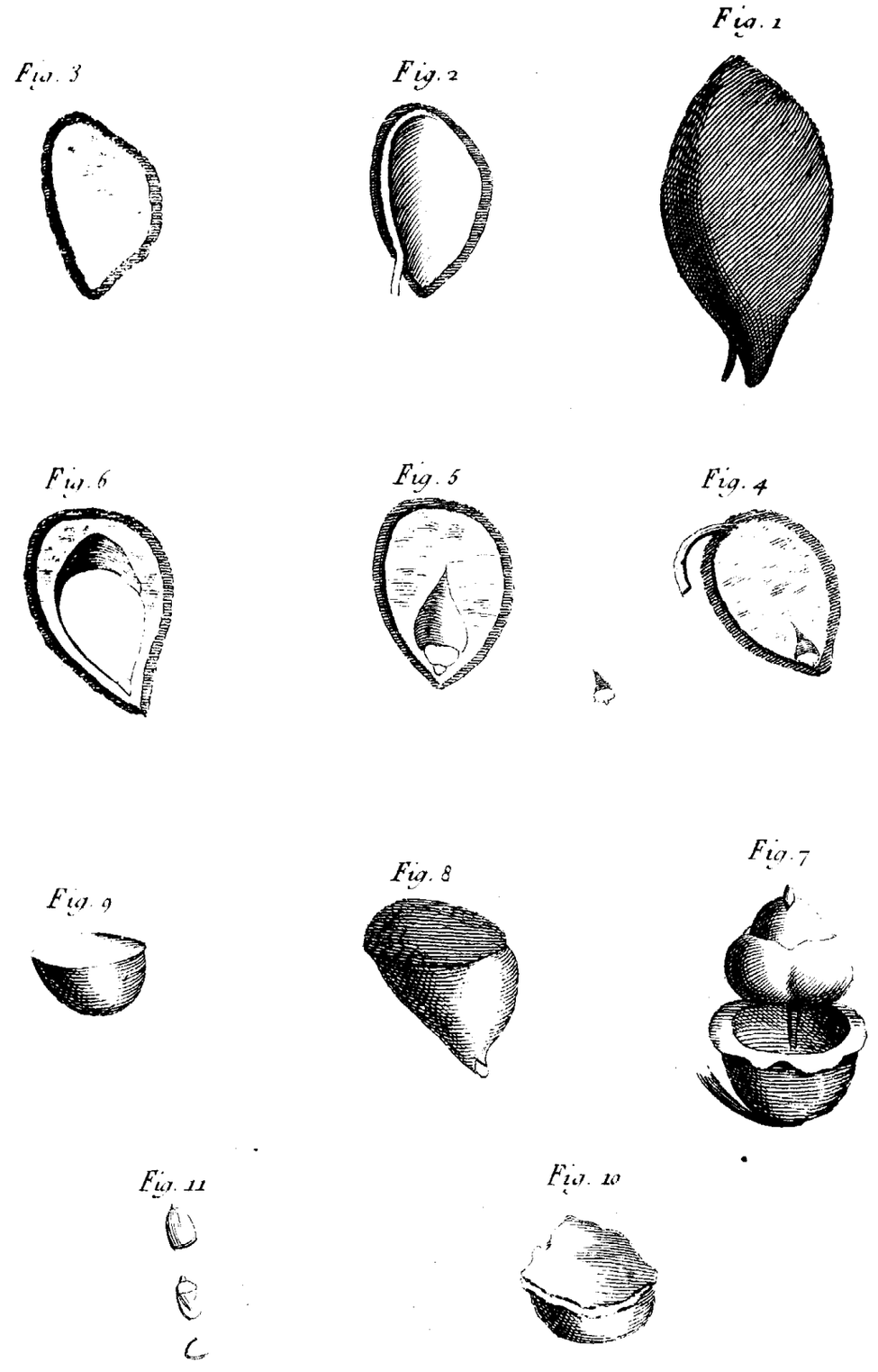


Fig. 7

Mem. de l'Acad. 1732. pl 6. pag. 94.



Mem. de l'Acad. 1732. pl. 7. pag. 94.

Fig. 3

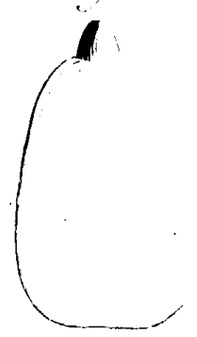


Fig. 2

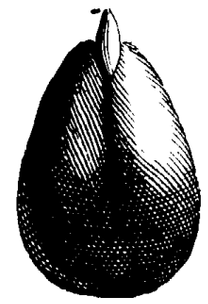


Fig. 1

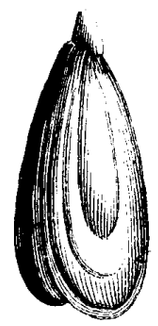


Fig. 4



Fig. 6

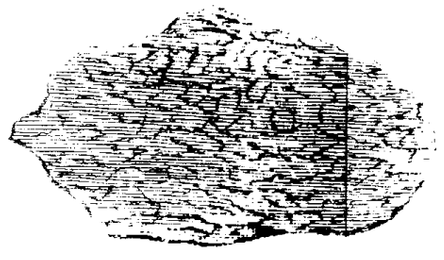
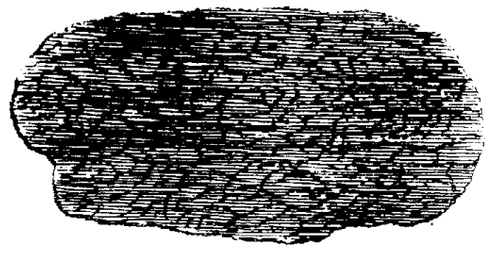


Fig. 5



DES DEUX INE'GALITE'S DU IV.me SATELLITE DE JUPITER.

Par M. MARALDI.

ON trouve dans les ouvrages de l'Académie les Tables des Satellites de Jupiter. Celles du 1er Satellite y ſont conſtruites ſuivant deux différentes méthodes. On calcule par la ſeconde les Eclipſes de ce Satellite avec plus de facilité & de briéveté que par la premiére. M. Caſſini, qui eſt l'auteur de ces Tables, avouë qu'il n'a point appliqué la ſeconde méthode aux autres Satellites, parce qu'il ne connoiſſoit point leurs mouvements avec la même exactitude que ceux du 1er Satellite. Il avoit découvert à celui-ci, outre l'inégalité commune aux quatre Satellites, qui dépend de l'excentricité de Jupiter au Soleil, une autre inégalité qui eſt nulle, quand la Terre eſt en conjonction avec Jupiter, ou Jupiter en oppoſition au Soleil, ce qui revient au même, qui monte à $7' 5''$ environ aux quadratures; d'où il a conjecturé qu'elle devoit être de $14' 10''$ dans les oppoſitions de la Terre à Jupiter, le double de ce qu'elle étoit aux quadratures, & il a conclu que la période devoit être celle du retour du Soleil ou de la Terre à Jupiter. 8 Mars 1732.

Après l'impreſſion des Tables de l'année 1693 M. Caſſini découvrit encore, par de nouvelles obſervations, que les équations qu'il avoit établies dans la Table de la premiére équation des conjonctions du 1er Satellite, n'étoient pas ſuffiſantes pour repréſenter l'inégalité du mouvement de ce Satellite, qui a pour période celle de l'anomalie de Jupiter, quoiqu'elles fuſſent formées ſur les équations de l'anomalie de Jupiter priſes dans les Tables Rudolphines, dont la plus grande équation monte à $5° 30'$, qui étant réduite en temps proportionné au mouvement du Satellite, ne produit que

38′ 56″, pendant que ſes nouvelles obſervations la donnoient entre 40′ & 41′; ce qui le détermina à augmenter les équations de ſa Table d'un 30me de leur grandeur chacune pour éviter une nouvelle impreſſion, mais ſans donner autre cauſe de cette augmentation que celle d'accorder ſes Tables aux obſervations mêmes, & par conſéquent ſans qu'on puiſſe en conclure ſi la cauſe en eſt commune, ou au moins analogue dans les quatre Satellites, ou ſi elle eſt particuliére au premier.

Voilà l'état où M. Caſſini a laiſſé les Tables des Satellites de Jupiter ; mon oncle a travaillé depuis à les perfectionner, & y travailloit actuellement, quand la mort a arrêté le cours de ſes travaux. Déja par une infinité de calculs, de recueils d'obſervations tant anciennes que modernes, jointes aux ſiennes propres, & des comparaiſons des unes avec les autres, il avoit crû trouver qu'une partie des inégalités de ces Satellites provenoit du défaut dans les époques de leurs moyens mouvements, que pour cela il avoit corrigées, & réduites à celles qui ſe voyent dans un avertiſſement qui eſt à la tête du 8me volume des Mémoires de l'Académie de l'édition de 1730, à une erreur d'impreſſion près dans l'époque du 2d Satellite pour 1700, qui doit être de 2s 12° 28′ 11″, au lieu de 2s 22° 18′ 11″ qui ſe trouve dans cette impreſſion, & déja ſur ces époques il avoit corrigé les Tables du 1er Satellite tant dans l'une que dans l'autre méthode de M. Caſſini ; & il avoit ébauché les Tables des autres Satellites pour les mettre dans la forme de celle du premier.

C'eſt en eſſayant de continuer cet ouvrage, que j'ai eu lieu de faire trois remarques, que je ſoûmets à l'examen de l'Académie.

La premiére, & qui ſera le principal objet de ce Mémoire, eſt ſur une nouvelle inégalité du mouvement du 4me Satellite de Jupiter, dont je donnerai la cauſe, la quantité, & la méthode pour dreſſer une Table propre à la repréſenter.

La ſeconde eſt ſur une autre inégalité dans la durée des Eclipſes de ce même Satellite, dont je donne ſeulement quelques conjectures.

La

La troiſiéme ſuit de la premiére, & conſiſte à donner la cauſe juſqu'ici inconnuë de l'addition que M. Caſſini a crû devoir faire aux équations du 1er Satellite provenantes de l'anomalie de Jupiter.

La comparaiſon des obſervations du 4me Satellite faite avec le calcul tiré des Tables de M. Caſſini, m'a conduit à la premiére remarque. J'ai trouvé que les phaſes des éclipſes du 4me Satellite arrivent toûjours plûtôt que ce calcul ne les repréſente : la plus grande différence monte à plus de 1^h^ 50′. Elle paroît avoir quelque rapport à la période de Jupiter ; car voici trois obſervations qui m'ont d'abord frappé, où Jupiter s'étant trouvé au même degré du Zodiaque dans trois périodes conſécutives, on a obſervé les phaſes du 4me Satellite, & l'excès du temps calculé ſur le temps des obſervations eſt à peu-près égal.

L'année 1696, le 13 de Mars, on obſerva l'émerſion du 4me Satellite de l'ombre de Jupiter à 7^h^ 18′ 40″ du ſoir. On trouve par le calcul le temps de cette obſervation à 8^h^ 30′ 44″; donc la différence eſt de 1^h^ 12′ 4″, le lieu de Jupiter vû du Soleil étant au 22° 14′ de la Vierge.

L'année 1708, le 30 de Janvier, le Satellite ſortit de l'ombre de Jupiter à 11^h^ 16′ 40″, & ſuivant le calcul, il n'auroit dû ſortir qu'à 12^h^ 25′ 16″. Donc la différence ou l'inégalité a été de 1^h^ 8′ 26″, Jupiter étant au 22° 54′ de la Vierge.

L'année 1719, le premier de Décembre, le Satellite entra dans l'ombre à 7^h^ 1′ 29″ du matin, mais par les Tables on trouve cette immerſion à 8^h^ 16′ 29″, donc l'inégalité a été de 1^h^ 15′, Jupiter étant au 22° 16′ de la Vierge. Ce qui eſt évidemment périodique, & qui méritoit d'être particuliérement examiné pour trouver la cauſe de ces différences.

Mais certaines obſervations en ont rendu la recherche très-difficile, & empêchent d'en avoir la connoiſſance auſſi exacte qu'il ſeroit à ſouhaiter. Elles nous découvrent des irrégularités dans la durée des éclipſes du 4me Satellite, qui ſont contraires en deux choſes aux Tables de M. Caſſini.

1.° Parce que ce ſçavant Aſtronome a fixé les nœuds des Satellites de Jupiter à 14° 30′ du Lion & du Verſeau, & a renfermé les limites écliptiques du 4me Satellite entre le 27me degré des Gémeaux & le 2me degré de la Balance d'un côté du Zodiaque, & entre le 27me degré du Sagittaire & le 2me degré du Bélier de l'autre côté du Zodiaque, & cependant je trouve quatre obſervations du 4me Satellite, qui donnent des paſſages dans l'ombre hors de ces termes écliptiques.

En 1687, le 12 Juillet, Jupiter étant à 21° 49′ du Sagittaire, c'eſt-à-dire, à 5° 11′ hors de ces termes écliptiques, le 4me Satellite demeura 20′ dans l'ombre.

En 1693, le 29 de Janvier, Jupiter étant à 21° 2′ des Gémeaux, c'eſt-à-dire, à 5° 58′ hors des termes écliptiques, M. Flamſteed obſerva une émerſion.

En 1702, on obſerva, comme il eſt rapporté dans les Mémoires de l'Académie de 1712, que Jupiter étant à 52° du nœud, c'eſt-à-dire, à 4° 30′ hors des termes écliptiques, le 4me Satellite raſa l'ombre.

En 1728, le 7 de Septembre, Jupiter étant à 24° 35′ des Gémeaux, c'eſt-à-dire, à 2° 25′ hors des termes écliptiques, le 4me Satellite demeura dans l'ombre 1h 50′ 44″.

2.° Les Tables de M. Caſſini donnent la demi-demeure du Satellite dans l'ombre, la même aux mêmes diſtances des termes écliptiques. Mais on trouve trois obſervations où la demeure eſt différente, & plus grande que celle que M. Caſſini aſſigne à pareilles diſtances de ces termes.

En 1705, le 22 Février, Jupiter étant à 27° 30′ des Gémeaux, c'eſt-à-dire, à 30′ en deçà des termes écliptiques, le Satellite ne devoit, ſelon la Table, demeurer que 8′ 22″ dans l'ombre, & il y demeura 2h 3′ 14″.

En 1708, le 6 d'Avril, Jupiter étant à 27° 58′ de la Vierge, c'eſt-à-dire, à 4° 2′ en deçà des termes écliptiques, le Satellite ne devoit, ſelon la Table, demeurer que 1h 36′ 26″ dans l'ombre, & il demeura 2h 11′ 40″.

En 1711, Jupiter étant à 28° 13′ des Gémeaux, c'eſt-à-dire, 1° 13′ proche des termes écliptiques, où, ſelon la

Table, le Satellite ne devoit demeurer que 40′ dans l'ombre, il y demeura 2^h 20′.

Et il eſt à remarquer que nous n'avons que deux obſervations, ſçavoir une en 1718, l'autre en 1730, où la durée de l'éclipſe ait été conforme à la Table. Dans toutes les autres obſervations que j'ai pû trouver ſur le 4me Satellite, hors celles que j'ai rapportées ci-deſſus, l'entrée & la ſortie du Satellite de l'ombre de Jupiter n'ont point été obſervées, mais ſeulement ou l'une ou l'autre de ces deux phaſes, dont une ſeule ne peut rien déterminer ſur la durée des éclipſes; ainſi on ne ſçauroit déterminer la grandeur de la premiére inégalité, qu'elle ne ſoit dégagée de l'effet de cette ſeconde, qui augmentant la durée des éclipſes, accélere les immerſions, & retarde les émerſions, & par-là elle contribuë aux différences que j'ai trouvées entre le temps vrai de ces phaſes & le temps calculé; il eſt donc néceſſaire d'examiner les cauſes de cette ſeconde inégalité, afin de la dégager autant qu'on peut de la premiére.

On ſçait que trois cauſes entre autres peuvent contribuer à la variation de la durée d'une éclipſe dans un même point du Zodiaque. 1.° L'excentricité de l'orbite du Satellite par rapport au centre de ſa planete principale; 2.° le mouvement des nœuds de ſon orbite; 3.° la variation de l'inclinaiſon mutuelle de ces deux orbites l'une à l'égard de l'autre.

Ces cauſes peuvent concourir ſoit conjointement ſoit ſéparément à la variation de la durée des éclipſes des Satellites à ſemblables poſitions de Jupiter dans le Zodiaque, & doivent être examinées chacune ſéparément pour en connoître l'effet.

On comprendra d'abord facilement que l'excentricité de l'orbite du Satellite ne peut concourir à la variation de la durée d'une éclipſe, que parce qu'elle éloigne plus ou moins le Satellite de ſa Planete principale; mais une excentricité qui ne s'eſt pas encore renduë aſſés ſenſible pour qu'on l'ait pû déterminer dans les digreſſions de ſa Planete principale, ſe rendra difficilement ſenſible dans la durée des éclipſes. Cependant

comme on pourroit dire que c'eſt le peu d'obſervations que nous avons ſur les digreſſions du 4me Satellite, & la difficulté de faire ces obſervations avec exactitude, qui nous prive de la connoiſſance des différences de ſes plus grandes digreſſions ; après que j'ai eu découvert l'excentricité de ce Satellite par la premiére inégalité dépouillée de la ſeconde, j'ai calculé l'effet que cette excentricité peut produire ſur la durée de ſes éclipſes ; & j'ai trouvé que comparant une éclipſe qui arriveroit au point de l'orbite du Satellite plus éloigné du centre de Jupiter, à celle qui arriveroit au point plus proche de ce centre, la différence de leur durée ne ſeroit pas de 3 minutes ; ce qui eſt bien éloigné de repréſenter les ſept obſervations, où nous avons trouvé de beaucoup plus grandes variations, & dans des points de l'orbite moins excentriques que ces deux-là.

On ne voit pas non plus qu'on puiſſe attribuer cette variation de durée des éclipſes du 4me Satellite au mouvement des nœuds de l'orbite du Satellite ; car outre que M. Caſſini n'a admis l'hypotheſe de la ſtabilité de ces nœuds qu'après bien des moyens pris pour s'en aſſûrer, & que mon oncle depuis lui, par de pareils moyens a reconnu que ceux du ſecond Satellite ſont préciſément au même endroit où M. Caſſini les a fixés ; les obſervations mêmes nous font voir que les nœuds du quatriéme Satellite n'ont pas de mouvement régulier, & que ſi on peut lui donner quelque mouvement, il ne ſeroit tout au plus que d'une libration pleine d'irrégularités extrêmes, ce qui ne ſçauroit établir une hypotheſe.

Pour le voir clairement, ſuppoſons qu'au temps des obſervations citées ci-deſſus, dont on a la durée des éclipſes, le nœud du Satellite le plus proche ait eu le mouvement néceſſaire pour ſe trouver placé à la diſtance du lieu de Jupiter, qui, ſelon la Table de la demi-demeure de M. Caſſini, répond à la durée de l'éclipſe trouvée par les obſervations, & nous aurons les diverſes poſitions des nœuds pour les temps des obſervations, comme elles ſe trouvent dans la Table

ſuivante, ou le ſigne + marque l'avance des nœuds au de-là des points fixés par M. Caſſini, & le ſigne — marque la rétrogradation des nœuds en arriére de ces mêmes points.

L'Eclipſe de l'an	a eu pour ſa demi-durée	qui répond à la diſtance du nœud.	Jupiter étoit alors à	Le nœud plus proche devoit donc ſe trouver à	Rapport du nœud à la place fixée par M. Caſſini.
1687	0h 10′ 0″	46° 28′	21° 49 ♓	8° 17 ♒	— 6° 13′
1702	Le Satel. raſa l'ombre.	47 30	6 30 ♈	19 0 ♒	+ 4 30
1705	1 1 37	41 16	27 30 ♊	8 46 ♌	— 5 44
1708	1 5 50	40 28	27 58 ♍	17 30 ♌	+ 3 0
1717	1 10 0	39 37	28 13 ♊	7 50 ♌	— 6 40
1728	0 55 22	42 24	24 35 ♊	6 59 ♌	— 7 31

Par où on voit qu'au temps de l'Eclipſe de 1687 les nœuds auroient rétrogradé de la place que M. Caſſini leur aſſigne, de..... 6° 13′.
Dans les quinze ans ſuivants, ils auroient avancé en mouvement direct de..... 10 43.
Trois ans après, ils auroient parcouru en mouvement rétrograde..... 10 14.
Dans les trois ans ſuivants, ils auroient eu un mouvement direct de..... 8 44.
Durant neuf autres années, ils auroient fait en mouvement rétrograde..... 9 40.
Et enfin onze après, ils ſe ſeroient trouvés encore plus rétrogradés de..... 0 51.
Ce qui paroît n'avoir aucune regle ni aucune vrai-ſemblance, ſur-tout ſi on fait attention que les obſervations de 1718 & de 1730 replaceroient dans cette ſuppoſition les nœuds où M. Caſſini les a fixés, & que la premiére donneroit à ces nœuds dans un an un mouvement direct de 6° 40′, & la ſeconde encore un mouvement direct dans deux ans ou environ de 7° 31′, ce qui ſe contredit manifeſtement.

Il n'y a donc pas d'apparence d'attribuer au mouvement des nœuds du 4me Satellite la variation de la durée de ſes éclipſes; & comme on a vû que l'excentricité de ſon orbite ne ſuffit pas pour repréſenter ces variations, il paroît qu'on eſt obligé de recourir au changement de l'inclinaiſon de ſon

orbite à l'égard de celle de Jupiter. On ſeroit d'autant plus porté pour cette hypotheſe, que déja on ſçait par les Mémoires de l'Académie de 1729, que l'inclinaiſon du 2d Satellite eſt différente de celle que feu M. Caſſini avoit déterminée, qu'elle eſt variable, & que ſes variations cauſent de l'irrégularité dans la durée de ſes éclipſes, qui monte juſqu'à 21 minutes.

Mais comme les obſervations de la durée des éclipſes du 4me Satellite ſont en très-petit nombre, & qu'on ne reconnoît aucun ordre dans ces obſervations, ſi ce n'eſt une certaine analogie entre les obſervations de 1705 & 1717, & entre celles de 1718 & 1730, qui étant conſidérées ſéparément des autres, ſembleroient donner une ouverture à une période de 12 années, mais étant examinées conjointement avec les autres, la détruiſent, on ne ſçauroit rien déterminer ſur cette inclinaiſon. Combien y a-t-il d'autres cauſes qui peuvent varier la durée de ces éclipſes ? les taches qu'on a vûës quelquefois ſur ce Satellite, la variation du diametre, l'augmentation & diminution de lumiére qui lui arrivent néceſſairement par le différent éloignement au Soleil & à la Terre, le Ciel plus ou moins ſerein dans une obſervation que dans une autre, &c. peuvent contribuer aux irrégularités de la durée des éclipſes du 4me Satellite. C'eſt pourquoi, dans la néceſſité où je ſuis de dépouiller de l'effet de la durée variable des éclipſes du 4me Satellite, la premiére inégalité qui fait l'objet principal de ce Mémoire, j'ai pris le parti de ſuivre le ſentiment de mon oncle en cette matiére, qui penſoit que juſqu'à des connoiſſances plus certaines ſur cette variation d'inclinaiſon, il étoit plus ſûr & plus approchant du vrai de s'en tenir à l'inclinaiſon déterminée par M. Caſſini de $2^{\circ}\ 55'$, auſſi-bien qu'à ſa poſition des nœuds. En effet, ayant apperçû les irrégularités de la durée des éclipſes du 4me Satellite, il avoit crû y remédier par la ſeule augmentation du diametre de la ſection de l'ombre de Jupiter dans l'orbite de ce Satellite, & ſur cette hypotheſe il a conſtruit une Table nouvelle des demi-demeures dans l'ombre, que

j'ai trouvée à la marge de celle de M. Caſſini, imprimée en 1693, par laquelle il a prolongé l'incidence du 4me Satellite dans l'ombre juſqu'à 51 degrés d'éloignement des nœuds. Par cette Table la plus grande demi-demeure eſt de 2h 31′ 54″, & elle eſt encore 24′ 35″ à 51° de diſtance au nœud.

C'eſt par cette nouvelle Table que j'ai calculé de nouveau les temps des phaſes du 4me Satellite, qui m'ont conduit à la premiére remarque, comme je les avois calculés par la Table des demi-demeures de M. Caſſini ; & je regarde les différences qui réſultent de ce ſecond calcul entre le temps obſervé & le temps calculé, comme dépouillées, autant qu'il ſe peut ſur les connoiſſances préſentes, de l'effet de la ſeconde inégalité, ou de la variation de la durée des éclipſes ; car par ce ſecond calcul, j'ai trouvé encore plus d'ordre dans ces différences ainſi dépouillées, que je n'en ai trouvé par le premier, je les ai rangées en forme de Table que j'ai ajoûtée à la fin de ce Mémoire.

L'ordre qu'on apperçoit dans ces différences, répond ſenſiblement à la révolution de Jupiter autour du Soleil, & m'a fait juger que la période des équations à établir pour repréſenter la premiére inégalité dont il s'agit principalement dans ce Mémoire, commence à chaque révolution de Jupiter dans le même endroit du Zodiaque, ou à peu-près, en ſorte que la plus grande différence doit être éloignée de la plus petite du temps d'une demi-révolution de Jupiter.

En effet, ſi on veut bien remarquer l'ordre de leurs augmentations & diminutions dans le cours des obſervations de la Table, on trouvera qu'une de ces périodes a commencé en l'année 1705 entre l'obſervation du 22 Février & celle du 30 Avril ; car par l'obſervation du 22 Février, l'inégalité étoit de 5′ 40″ additive, qui eſt une marque que l'inégalité ſouſtractive, qui s'étoit trouvée dans les obſervations précédentes, avoit ceſſé, & le 30 d'Avril elle étoit déja de 3′ 20″ ſouſtractive, comme on a continué de le remarquer dans les obſervations ſuivantes. Elle a enſuite toûjours été en augmentant juſqu'à l'obſervation de l'année 1711, dans laquelle

on l'a trouvée de $1^h\ 52'$, qui a été la plus grande. Après cette obſervation, elle a commencé à diminuer ſenſiblement, de ſorte qu'après une ſeule révolution du Satellite elle avoit déja diminué de 18 minutes.

L'année 1713, le premier d'Août, elle étoit réduite à $3\ 8'$; l'année 1714, le 16 de Janvier, elle n'étoit que de $21'\ 22''$; enfin elle a ceſſé vers la fin de l'année 1716, ou au commencement de l'année 1717, car le 9 de Janvier de cette année-là elle n'étoit que de 5 ſecondes, le lieu de Jupiter vû du Soleil étant à $28^\circ\ 9'$ des Gémeaux. Il eſt vrai-ſemblable que cette inégalité commençoit ſa période au temps de cette obſervation, car par l'obſervation ſuivante du 26 de Janvier elle a été obſervée de $1'\ 32''$, & le 10 de Décembre de la même année elle étoit déja de $18'\ 40''$, le 4 de Mars de l'année ſuivante de $22'\ 15''$, & elle a continué d'augmenter juſqu'à l'année 1723 qu'on l'a obſervée de $1^h\ 36'\ 8''$, qui eſt la plus grande qu'on ait remarquée dans cette période, le lieu de Jupiter étant alors au 7me degré $3\ 8'$ du Capricorne, plus avancée de 7^d que l'année 1711, où l'inégalité fut obſervée de $1^h\ 52'$.

On pourroit ſuppoſer qu'au temps de cette obſervation elle avoit déja commencé à diminuer, parce que en 1723 on n'a point fait d'obſervations de ce Satellite, dans le temps que Jupiter étoit au commencement du Capricorne, où on a remarqué la plus grande inégalité en 1711, & que le 4 de Septembre ſuivant elle étoit moindre de 7 minutes, ayant été obſervée de $1^h\ 29'$.

Elle continua enſuite de diminuer, & elle étoit l'année ſuivante 1724 le 4 d'Août de $1^h\ 10'$, l'année 1725 le 27 de Septembre de $3\ 8'$, & le 20 de Décembre de la même année de $22'\ 20''$, & il paroît qu'elle avoit ceſſé l'année 1728 avant le 7 d'Octobre, car ce jour-là elle fut obſervée de $6'\ 12''$ additive, le lieu de Jupiter étant à $24^\circ\ 35'$ des Gémeaux, qui eſt néantmoins éloigné de celui où elle a fini la période précédente de 4 degrés au moins.

Elle a augmenté enſuite, & le 18 de Février de l'année

1729 elle étoit de 6′ 46″, l'année 1730 le 2 de Janvier de 13′, le 14 d'Octobre de 32′, & le 20 de Décembre de la même année, par une obſervation qui m'a été communiquée par M. Manfredi, elle a été de 40′, le 14 de Mars de l'année 1731 on l'a trouvée de 47′ 7″, & enfin le 20 de Mai elle a été de 54′.

Dans la période qui a précédé les deux dont je viens de parler, cette inégalité eſt montée le 21 d'Août 1699 à 1h 53′, Jupiter étant à 29° 22′ du Sagittaire, à 40′ près du lieu où il ſe trouva douze ans après, lorſque le Satellite eut une inégalité à peu-près ſemblable à celle de 1699.

On voit par les obſervations que je viens de rapporter, que cette inégalité commence, lorſque Jupiter eſt aux moyennes diſtances du Soleil, c'eſt-à-dire vers la fin des Gémeaux, qui eſt éloigné de trois Signes de l'aphélie; qu'elle augmente continuellement juſqu'à ce que Jupiter, après avoir paſſé par ſon aphélie, ſoit arrivé vers la fin du Sagittaire, ou au commencement du Capricorne, où elle eſt la plus grande, qu'enſuite elle diminuë, Jupiter allant vers ſon périhélie, & qu'elle ceſſe à peu-près dans l'endroit où elle avoit commencé.

Ces remarques faites ſur l'ordre & la période de ces différences, donnent lieu à trois réfléxions qui conduiſent au moyen de repréſenter cette inégalité, dans la ſeconde forme des Tables de M. Caſſini, par une Table périodique, qui paroît d'autant plus utile, qu'on a lieu de croire que le défaut d'attention à cette inégalité, qui fait que les phaſes de ce Satellite anticipent toûjours le temps où on les attend par le calcul, a été la cauſe du peu d'obſervations que nous avons de ce Satellite.

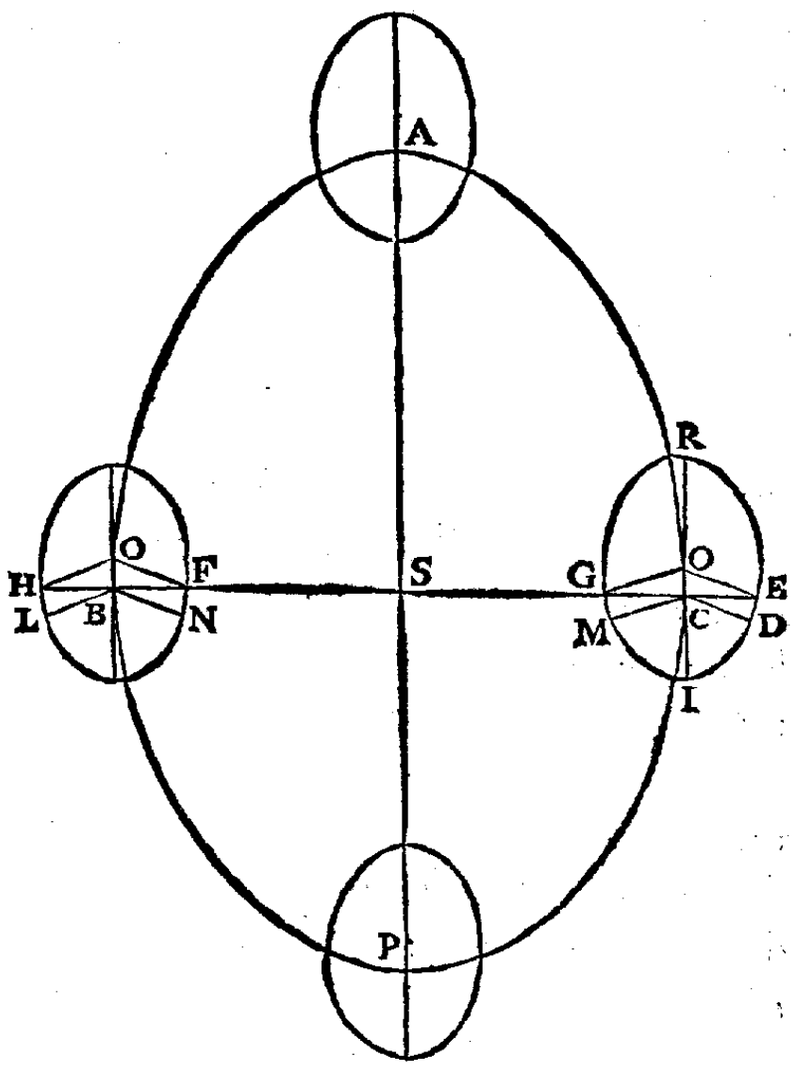
La premiére réfléxion eſt que puiſque ces différences du temps calculé au temps des obſervations ſont telles que le temps calculé excede toûjours le temps des obſervations (à deux cas près, qui ſont ſi légers, qu'on peut les attribuer à quelque erreur) on peut facilement en conclure qu'ôtant de l'époque des moyennes révolutions la moitié de la plus grande de ces différences, le temps calculé n'excédera plus

le temps des obſervations que durant la moitié environ de chaque période, & pendant l'autre moitié ce ſera au contraire le temps des obſervations qui excédera le calculé, & ainſi pendant une demi-période les équations ſeront ſouſtractives, & pendant l'autre elle ſeront additives. J'ai jugé qu'on pourroit prendre 55′ de temps pour la moitié de la plus grande différence; car nous avons vû qu'en 1699 cette différence étoit de 1^h 53′, & en 1711 elle étoit de 1^h 52′, dont la moitié eſt de 56′. A l'égard de l'obſervation de 1724, où nous avons trouvé la plus grande inégalité de 1^h 36′, nous avons remarqué que la période avoit paſſé ſon milieu de près de 7°, & par conſéquent elle devoit être plus petite.

La ſeconde réfléxion eſt que cette ſouſtraction de 55′ ainſi faite de l'époque des révolutions moyennes du 4me Satellite, ſe trouvera tout-à-coup avoir ôté la même valeur de 55′ à toutes mes différences du temps calculé au temps des obſervations; ainſi l'inégalité ſera de 55′ additive dans l'endroit où elle avoit été nulle, qui eſt vers le commencement de l'Ecreviſſe, lieu des moyennes diſtances de Jupiter au Soleil dans le ſecond demi-cercle d'anomalie; elle ſera enſuite nulle, où elle étoit de 55′ ſouſtractive, c'eſt-à-dire, à l'aphélie & au périhélie de Jupiter, & enfin elle ſera de 55′ ſouſtractive, où elle l'étoit de 1^h 50′, qui eſt vers le commencement du Capricorne, lieu des moyennes diſtances de Jupiter au Soleil dans le premier demi-cercle d'anomalie, ce qui eſt préciſément le même ordre & période des équations de l'anomalie de Jupiter, qui ſont ſouſtractives dans le premier demi-cercle d'anomalie, & additives dans le ſecond, & où les plus grandes ſont aux diſtances moyennes de Jupiter au Soleil.

La troiſiéme réfléxion, qui ſuit naturellement des deux autres, eſt que l'hypotheſe de l'excentricité de l'orbite du 4me Satellite, par rapport au centre de Jupiter, eſt la plus naturelle pour repréſenter cette inégalité après la ſouſtraction de l'époque, pourvû qu'elle ait deux conditions; la premiére, que ſon grand axe ſoit parallele à la ligne des abſides de Jupiter par rapport au Soleil; la ſeconde, que le point de

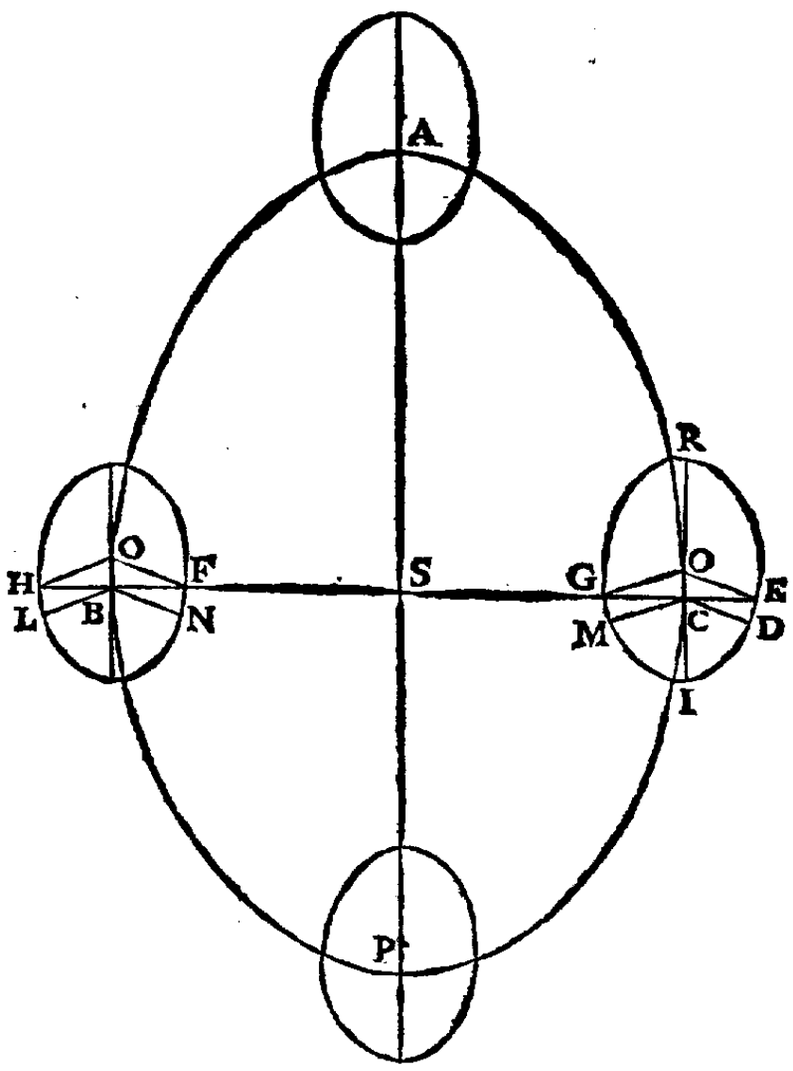
ſon orbite, plus éloigné du centre de Jupiter, réponde à l'aphélie de cette Planete. On en va voir la preuve dans le raiſonnement ſuivant.



Suppoſons que l'orbe du 4me Satellite eſt excentrique de la maniére qu'il eſt repréſenté dans la Figure, où *S* eſt le Soleil, *A B P C* l'orbe de Jupiter, dont le point *A* eſt l'aphélie, & le point *P* eſt le périhélie, *C* & *B* les moyennes diſtances. Soit placé dans ces quatre points l'orbe du 4me Satellite de figure elliptique, de maniére que le point de ſon orbite, plus éloigné du centre de Jupiter, réponde à l'aphélie de cette Planete, ou, pour parler plus exactement, au commencement de la Balance. Soit menée la ligne *SCE*, dont le point *C* marquera le centre de Jupiter, & le foyer du mouvement vrai ou apparent du Satellite; le point *E* marquera le lieu de l'oppoſition véritable du Satellite. Soit pris enſuite le point *O*, foyer du moyen mouvement, & ſoit tirée la ligne *OE* du moyen mouvement & la parallele *CD*, le point *D* marquera le lieu de l'oppoſition moyenne du Satellite.

Il eſt donc conſtant que lorſque Jupiter ſera, par exemple en *C*, le Satellite qui fait ſa révolution d'Occident en Orient de *I* en *R*, arrivera en *D*, lieu de l'oppoſition moyenne avec le Soleil plûtôt qu'en *E*, lieu de ſon oppoſition véritable, qui eſt déterminé par la ligne *SCE*, qui paſſe par le centre

du Soleil & celui de Jupiter, & qu'ainſi le calcul anticipera l'obſervation de la quantité de l'arc *DE*, que l'on ſuppoſe tel que le Satellite employe à le décrire 55 minutes.



Lorſque Jupiter ſera dans ſon aphélie en *A*, la ligne de l'oppoſition moyenne du Satellite concourt avec la ligne de l'oppoſition véritable, ainſi l'inégalité ſera nulle.

Lorſque Jupiter ſera en *B*, ſi l'on mene la ligne *OH* du moyen mouvement du Satellite & la parallele *LB*, il eſt certain que ce Satellite arrivera plûtôt en *H*, lieu de ſon oppoſition véritable, que en *L*, lieu de l'oppoſition moyenne, & qu'ainſi l'obſervation anticipera le calcul de la même quantité de 55 minutes, au lieu que Jupiter étant en *C*, le calcul a dû anticiper l'obſervation d'une même quantité, de ſorte que d'une obſervation à l'autre il y aura $1^{h}\ 50'$, qui eſt la plus grande inégalité qu'on trouve au 4me Satellite.

Enfin Jupiter étant en *P*, la ligne de l'oppoſition véritable concourra avec la ligne de l'oppoſition moyenne, & par conſéquent il n'y aura point d'inégalité.

Tout ce que je viens de dire ne regarde que la partie ſupérieure de l'orbe du Satellite. Il eſt évident, par la ſeule inſpection de la Figure, que dans la partie inférieure il doit arriver le contraire de ce qui arrive dans la partie ſupérieure aux points *E* & *H;* car Jupiter étant en *C*, ſi la ligne *SE*

étoit visible dans l'orbe du Satellite, on le verroit arriver plûtôt en *G*, lieu de la conjonction véritable qu'en *M*, lieu de la conjonction moyenne, & Jupiter étant en *B*, le Satellite arriveroit plûtôt en *N*, lieu de la conjonction moyenne, qu'en *F*, lieu de la conjonction véritable.

Il suit aussi de cette hypothese, que les digressions du Satellite doivent être inégales, c'est-à-dire, plus grandes en *R*, & moindres en *I*, ce qu'il nous est très-difficile de distinguer.

Pour trouver la quantité de l'excentricité, on fera comme 16^{j} 18^{h} 5′ 7″, révolution moyenne du 4me Satellite, sont à 55′, ainsi 360° degrés sont à 50′ environ qui mesurent l'arc *ED* ou l'angle *ECD*, qui est égal à l'angle *OEC* de la plus grande équation, & on fera comme le sinus total est au rayon *OE*, ainsi le sinus de l'arc de 50′ est à *CO* qu'on trouvera de 1454 parties dont le rayon est 100 mille.

Cette excentricité du 4me Satellite est un peu plus petite que celle du Soleil dans son orbe qui est comme 17 à 1000.

Puisque par l'hypothese que nous donnons ici pour représenter l'inégalité du 4me Satellite, qui fait le fonds de ce Mémoire, les équations gardent le même ordre que celles de l'anomalie de Jupiter, il paroît inutile de construire deux Tables pour représenter séparément ces deux inégalités : une seule suffira, pourvû que chaque équation répondante à chaque point d'anomalie de Jupiter par rapport au Soleil, soit augmentée de la quantité de celle qui doit représenter dans cette même position d'anomalie l'inégalité provenante de l'excentricité du Satellite même par rapport au centre de Jupiter.

Ainsi la plus grande équation d'anomalie de Jupiter selon les Tables Rudolphines étant de 5° 30′, & ayant été remarqué dans les Mémoires de l'Académie de 1727, que les observations les plus exactes y ajoûtent encore 5 minutes, nous la supposerons de 5° 35′. Nous avons trouvé que la plus grande équation en ce même point d'anomalie de Jupiter propre à représenter la plus grande inégalité provenante de l'excentricité du Satellite même, est de 50′; donc si nous les joignons ensemble, nous aurons la plus grande équation

provenante des deux excentricités de Jupiter, & du Satellite de $6^{\circ}\ 25'$, qu'on réduira en temps, en faiſant comme 360° : à $16^{j}\ 18^{h}\ 5'\ 7''$, de même $6^{\circ}\ 25'$: à $7^{h}\ 10'$, qui ſera la plus grande équation des conjonctions du 4me Satellite, qui répond aux moyennes diſtances de Jupiter au Soleil.

De tout ce que je viens de dire, on peut appercevoir la troiſiéme remarque ; car ne voit-on pas d'abord que l'addition d'un trentiéme que M. Caſſini a crû devoir faire à la premiére équation du 1er Satellite après l'impreſſion des Tables de l'année 1693, n'eſt autre choſe que l'addition de l'équation, qui repréſente les inégalités du 1er Satellite cauſées par une excentricité de ſon orbe pareille à celle du 4me, que nous venons d'expliquer ; il n'a fixé cette équation à un trentiéme de celles qui étoient déja imprimées, que pour éviter une nouvelle impreſſion, & faciliter aux calculateurs cette addition.

Qu'y a-t-il de plus vrai-ſemblable que cette hypotheſe, ſur-tout ſi on fait attention qu'il n'eſt pas naturel de penſer que la même cauſe, qui fait mouvoir les Planetes excentriquement autour du Soleil dans un grand tourbillon, ne faſſe pas le même ou ſemblable effet ſur les Satellites dans leur petit tourbillon autour de la Planete principale, d'autant mieux que nous en voyons l'exemple dans la Lune, qui eſt un Satellite de la Terre ?

COMPARAISON DES OBSERVATIONS
DU QUATRIEME SATELLITE DE JUPITER,

Avec le calcul fait par les Tables de feu M. Caſſini, dont la Table de la demi-demeure du Satellite dans l'ombre a été corrigée par feu M. Maraldi.

Temps vrai des Obſervations.			Temps vrai calculé.		Différence ou inégalité ſouſtractive.		Lieu de Jupiter vû du Soleil.		Diſtance de Jupiter au nœud des Satellites.	
		H. M. S.	H. M. S.		H. M. S.		S. D. M.			
1671	31 Mars	8 29 43	9 26 42	Im.	0 56 59		4 17 21			
1676	30 Septembre	8 8 28	9 6 14	Im.	0 57 46		9 24 32			
1677	25 Juin	15 27 30	16 15 38	Em.	0 48 8		10 7 53			
	17 Septembre	10 28 12	11 18 17	Em.	0 50 5		10 25 22			
	23 Novembre	7 7 20	7 28 31	Im.	0 21 11		11 1 24			
1678	10 Novembre	9 1 57	9 32 37	Em	0 30 40		0 3 23			
1682	4 Octobre	17 53 36	18 40 12	Em.	0 46 36		4 7 24			
1684	9 Avril	9 18 54	11 7 54	Em.	1 49 0		5 20 16			
1687	12 Juillet	11 6 25					8 21 49		52°	41′
1688	17 Août	11 36 40	12 57 2	Im.	1 20 22		9 25 16			
	3 Septembre	10 25 58	11 45 29	Em.	1 19 31		9 26 44			
	9 Novembre	6 46 5	7 51 23	Im.	1 5 17		10 2 30			
1689	27 Octobre	9 33 15	10 29 6	Em.	0 55 51		11 3 39			
1693	29 Janvier	5 55 35					2 21 2		53	28
1694	7 Mars	9 14 30	9 46 33	Em.	0 32 3		3 24 40			
	26 Avril	11 7 40	11 31 13	Im.	0 23 33		3 28 43			
1696	25 Février	13 23 42	14 47 13	Em.	1 23 31		5 20 56			
	13 Mars	7 18 40	8 42 59	Em.	1 24 19		5 22 13			
1699	21 Août	8 31 56	10 25 26	Im.	1 53 30		8 29 22			
1700	5 Juillet	15 37 45	17 2 0	Im.	1 24 15		9 25 58			
1701	9 Juillet	12 31 10	13 33 52	Em.	1 2 42		10 28 24			
	8 Decembre	4 40 3	5 20 18	Im.	0 40 15		11 12 4			
1702	15 Août	15 50 0	16 13 49		0 23 49		0 4 53			
1705	22 Février	8 54 10	Im.							
		10 57 24	Em.							
	Conjonction	9 55 47	9 50 7	♂	0 5 40	ad.	2 27 30		47	0
	30 Avril	9 8 14	9 11 34	Im.	0 3 20		3 3 9			
	17 Novembre	13 36 30	13 53 0	Em.	0 16 30		3 19 53			
1706	31 Mars	9 8 1	9 27 45	Im.	0 19 44		4 0 46			
1707	7 Mai	8 57 22	9 43 56	Im.	0 46 34		5 2 24			
1708	6 Avril	8 31 20	Im.							
		10 43 15	Em.							
	Conjonction	9 37 8	11 6 51	♂	1 29 43		5 27 58		43	28
	12 Juin	10 21 44	11 45 32	Em.	1 23 48		6 2 58			

	Temps vrai des Obſervations.		Temps vrai calculé.		Différence ou inégalité ſoustractive.		Lieu de Jupiter vû du Soleil.		Diſtance de Jupiter au nœud des Satellites.	
		H. M. S.	H. M. S.		H. M. S.		S. D. M.			
1711	9 Juillet	12 32 10	14 24 17	Im.	1 52 7		9 0 2			
	26 Juillet	9 15 14	10 51 13	Em.	1 35 59		9 1 25			
1713	1 Août	13 8 30	13 46 43	Im.	0 38 13		11 5 7			
	24 Octobre	8 57 45	9 29 0	Im.	0 31 15		11 12 42			
1714	16 Janvier	7 33 37	7 54 59	Em.	0 21 22		11 20 21			
1716	20 Novembre	8 55 32					2 23 57		50°	33′
1717	9 Janvier	12 47 9	Im.							
		15 7 17	Em.							
	Conjonction	13 57 13	13 57 18	☌	0 0 5		2 28 9		46	39
	26 Janvier	6 39 30	Im.							
		9 16 44	Em.							
	Conjonction	7 58 7	7 59 39	☌	0 1 32		2 29 36			
	10 Décembre	17 56 0	18 14 40		0 18 40		3 26 2			
1718	4 Mars	7 9 17	Im.							
		11 45 18	Em.							
	Conjonction	9 27 17	9 49 31	☌	0 22 15		4 2 49			
1719	10 Avril	11 20 0	12 15 40	Em.	0 55 40		5 4 23			
	30 Novembre	19 1 29	20 1 14	Im.	0 59 45		5 22 16			
1723	18 Août	10 46 20	12 22 28	Im.	1 36 8		9 7 38			
	4 Septembre	8 20 25	9 49 36	Em.	1 29 11		9 9 3			
1724	4 Août	11 41 il eſt ſorti	13 1 40	Em.	1 20 40		10 7 36			
	10 Octobre	7 58 30	8 58 58	Im.	1 0 28		10 13 28			
1725	7 Septembre	7 15 30	7 53 16	Im.	0 37 46		11 14 59			
	20 Décembre	5 52 26	6 14 46	Em.	0 22 20		11 22 38			
1728	7 Octobre	11 9 26	Im.							
		13 0 10								
	Conjonction	12 4 48	11 58 36	☌	0 6 12	ad.	2 24 35		49	55
1729	18 Février	10 53 50	11 0 36	Im.	0 6 46		3 5 59			
1730	2 Janvier	17 19 36	17 32 36	Im.	0 13 0		4 2 8			
	19 Janvier	11 12 51	11 26 52	Im.	0 14 1		4 3 30			
	27 Mars	11 25 28	11 37 56	Im.	0 12 28		4 8 52			
	13 Avril	10 11 51	10 42 14	Em.	0 30 32		4 10 13			
	14 Octobre	16 22 43	16 55 5	Em.	0 32 22		4 24 41			
	20 Décembre	11 12 53	Im.							
		15 44 48	Em.							
	Conjonction	13 28 50	14 9 3	☌	0 40 13		4 29 53			
1731	14 Mars	9 5 20	9 53 27	Em.	0 47 7		5 6 22			
	20 Mai	9 5 30	9 59 34	Em.	0 54 4		5 11 30			

RECHERCHES SUR LE MOUVEMENT DES EAUX.

Par M. COUPLET.

LEs loix du mouvement des eaux ont été l'objet des recherches de pluſieurs habiles Mathématiciens *; mais la plûpart de leurs expériences ayant été faites ſur des conduites très-courtes, ou ſur des conduites terminées par des ajutages, dans leſquelles conduites l'eau n'a pas, à beaucoup près, les mêmes frottements que celle qui ſort à gueule bée, les eaux qui couloient dans leurs conduites, ne trouvoient point d'empêchements ſuffiſants pour faire remarquer des différences conſidérables entre les quantités véritables d'eau que ces conduites fourniſſoient dans leurs expériences, & les quantités d'eaux qu'ils eſtimoient que ces conduites devoient fournir, ſuivant leurs regles : & auſſi M. Mariotte dit-il, folio 276, imprimé en 1686, qu'il y a quelquefois des cauſes qui empêchent l'exactitude de ces regles, de maniére que fort ſouvent les grandes ouvertures donnent un peu plus à proportion que les plus petites, & quelquefois un peu moins, & de même que les plus grandes hauteurs donnent quelquefois un peu plus que ſelon la raiſon ſoudoublée, & quelquefois elles donnent un peu moins. Auſſi le fruit que nous avons de toutes leurs recherches ſe réduit ſeulement à quelques regles ſur les propriétés du mouvement des eaux, comme ſur la hauteur des jets, leur dépenſe, & tous les mouvements où les eaux ne peuvent point être ralenties par des frottements & autres obſtacles qu'elles trouvent toûjours dans de longues conduites.

22 Mars 1732.

* M.rs Heron, Majettus, Guillelmini, Caſtelli, Borelli, Toricelli, Picard, Mariotte, Varignon, Carré, &c.

Nous verrons dans la ſuite de nos expériences, qu'une conduite qui, ſuivant les regles, auroit dû fournir 61 pouces d'eau & $\frac{11}{25}$, n'a fourni que 2 pouces 63 lignes, parce qu'elle étoit extrêmement longue, & qu'elle verſoit ſes eaux à gueule bée, comme l'on voit dans la conduite de fer de 4 pouces, Figure premiére.

Si l'on s'étoit ſervi des regles que nous avons ſur le mouvement des eaux, pour déterminer quel devoit être le diametre de cette conduite pour fournir 2 pouces 63 lignes d'eau, l'on auroit fait le diametre de cette conduite preſque cinq fois plus petit qu'il n'eſt, & l'on n'auroit eu par cette conduite qu'environ la 25me partie des 2 pouces 63 lignes d'eau que l'on demandoit : ce qui fait voir que l'on eſt encore bien éloigné des connoiſſances néceſſaires, pour que l'on en puiſſe déduire des regles ſuffiſantes pour la détermination des vrais diametres qui conviennent aux conduites ou aqueducs qui doivent mener à une diſtance marquée, & ſelon les diverſes circonſtances qui ſe peuvent préſenter par la diſpoſition du terrain, une quantité d'eau donnée quelconque qui ſe préſenteroit à l'embouchure d'une conduite qui doit la rendre à gueule bée par ſon bout oppoſé, c'eſt-à-dire, ayant ce bout de ſortie de même ouverture que ſon embouchure, ſans être retréci comme l'on fait pour avoir un jet.

C'eſt une queſtion qui, toute importante qu'elle eſt, n'a point encore été éclaircie, & dont il paroît que la ſolution dépend de la connoiſſance du frottement des eaux dans leurs conduites par rapport à différents diametres & longueurs différentes, & par rapport à leurs différentes vîteſſes.

Il eſt rare qu'en phyſique on s'éclairciſſe parfaitement ſur l'objet que l'on y conſidere, que l'on ne ſoit guidé par des expériences fondamentales ; & comme l'on ne peut avoir ces connoiſſances que par un grand nombre d'expériences, & que Verſailles eſt le lieu le plus propre pour les faire, j'y en ai fait pluſieurs avec mon pere & M. Villiard, qui en avoient déja fait avec M. Picard & M. Roëmer, & nos expériences, comparées avec celles que l'on pourra faire dans la ſuite,

pourront du moins contribuer à établir quelques regles à ce ſujet.

Voici les deſcriptions & les profils des conduites ſur leſquelles nous avons fait nos expériences.

FIGURE I.

La premiére Figure eſt le profil d'une conduite de fer de 4 pouces de diametre, qui menoit autrefois l'eau du Réſervoir de la Place Dauphine, dit le *Réſervoir des bonnes Eaux*, dans celui des petites Ecuries de Verſailles.

A B C eſt le Réſervoir de la Place Dauphine, qui eſt en forme de priſme droit, dont la baſe eſt un quarré d'environ 2 pieds de côté, & ſa hauteur eſt de 2 pieds 8 pouces. Il eſt ſitué dans la ruë Dauphine, en une maiſon du Roy, communément dite la *Maiſon des bonnes Eaux.* Il tire ſes eaux du Regard quarré près St Antoine; ce Regard les reçoit de Bailly & du Cheſnay, qui ſont deux Villages à droite & à gauche de Roquancour ſur le chemin de Marly.

A eſt une ſoupape placée au fond du Réſervoir de la Place Dauphine, elle eſt de 6 pouces de diametre ; à cette ſoupape s'abouche un tuyau deſcendant de plomb & du même diametre de 6 pouces dans la longueur ſeulement d'environ 6 pieds, au bout duquel s'abouchoit un ſecond tuyau deſcendant auſſi de plomb, mais de 4 pouces ſeulement de diametre comme tout le reſte de la conduite.

Ces deux tuyaux deſcendants formoient enſemble une longueur verticale de 23 pieds 4 pouces, faiſant en *D* un coude tel que le marque le profil, d'où la conduite continuoit en remontant une pente *DF* de 133 toiſes 5 pieds 9 pouces de long ſur une hauteur verticale *ED* de 16 pieds 6 pouces 3 lignes. D'où l'on voit que la longueur horiſontale *EF* étoit d'environ 133 toiſes 5 pieds 7 pouces, qui ne differe de la ligne même de conduite que d'environ 2 pouces.

Du point *F* elle continuë de monter juſqu'en *H*, mais par une pente plus douce *FH* de 59 toiſes de long ſur une verticale *FI* de 1 pied 1 pouce ; d'où l'on voit que la longueur

horiſontale *IH* n'étoit que d'environ 1 pouce moindre que la ligne de conduite *FH.*

Du point *H* elle deſcendoit en *x* par une pente *Hx* de 34 toiſes 1 pied, faiſant en chemin au point *M* un petit coude inſenſible, & ayant pour hauteur verticale *xR* 4 pieds 1 pouce 3 lignes. D'où l'on voit que la longueur horiſontale *HR* n'étoit que de quelques lignes moindre que la ligne de conduite *HMx.*

Enſuite du point *x* elle remonte au point *N* par une pente *xN* de 14 toiſes 5 pieds, faiſant ſur ſa longueur au point *R* un petit coude, & ayant pour hauteur verticale *xV*, 2 pieds 10 pouces. D'où l'on voit que la longueur horiſontale *VN* étoit de très-peu moindre que la ligne même de conduite *xrN.*

Enfin du point *N* où elle étoit arrondie, elle s'élevoit par une conduite de plomb *NO* du même diametre de 4 pouces, allant verticalement en *O* au fond du Réſervoir des petites Ecuries, ayant pour cette hauteur verticale *NO* 6 pieds 3 pouces, & par l'extrémité *O* de ce tuyau montant l'eau ſortoit à gueule bée, & c'eſt à cette ſortie que nous avons fait nos premiéres expériences.

L'on voit que les différences qui ſont entre les lignes de niveau & les lignes de conduite, ſont aſſés petites pour être négligées par rapport au frottement, puiſque cette ligne totale *LO* ne ſe trouve que de 4 à 5 pouces ſeulement plus courte que la ligne totale de conduite *DFHxN*, qui eſt de 291 toiſes 5 pieds 9 pouces.

Il eſt bon de remarquer que dans le profil les ſinuoſités horiſontales que cette conduite trace ſur le terrain n'y ſont point marquées, cependant elle ne ſe rendoit point d'un lieu à un autre, ſuivant une ligne abſolument droite, elle faiſoit pluſieurs coudes que l'on avoit arrondis pour adoucir le choc de l'eau contre ſes parois, mais toute la longueur de la conduite eſt exprimée dans le profil.

Le tuyau deſcendant *DA* eſt de 23 pieds 4 pouces.

Le développement *DFHMxRN* de la conduite de fer eſt de 291 toiſes 5 pieds 9 pouces.

Et le tuyau montant *NO* eſt de 6 pieds 3 pouces, enſorte que la conduite entiére eſt de 296 toiſes 5 pieds 4 pouces, ſans y comprendre la hauteur *ABC* du Réſervoir de 2 pieds 8 pouces.

Au deſſus des Réſervoirs différents de la Place Dauphine qui ſont de plomb, il y a un chaîneau ou réſervoir de diſtribution auſſi de plomb, dans lequel les eaux qui viennent du Regard quarré près St Antoine, entrent par le fond au moyen d'un tuyau montant qui les y répand.

A ce chaîneau ou réſervoir de diſtribution ſont ſoudés pluſieurs robinets qui répandent leurs eaux dans autant de réſervoirs particuliers, enſorte que par ce moyen l'on fournit auquel deſdits réſervoirs l'on veut tant & ſi peu d'eau que l'on ſouhaite, en ouvrant plus ou moins les robinets qui leur ſont deſtinés.

FIGURE II.

La ſeconde Figure eſt le profil d'une conduite de fer de 6 pouces de diametre qui a été miſe en la place de la conduite de fer de 4 pouces que nous venons de rapporter dans le premier profil, premiére Figure, & qui mene actuellement l'eau du Réſervoir de la Place Dauphine aux petites Écuries de Verſailles.

ZA eſt le Réſervoir de la Place Dauphine, & le même que dans le profil précédent, qui en ſon fond a ſa ſoupape *A* de 6 pouces de diametre, à laquelle s'abouche un tuyau deſcendant *AD* de plomb & de même diametre de 6 pouces, & ſitué verticalement dans la longueur de 23 pieds 4 pouces, qui eſt la même que dans le profil précédent, Figure I.

Ce tuyau *AD* fait un coude en *D*, où il s'arrondit en s'abouchant avec ladite conduite, qui s'éleve par une pente *DF* de 87 toiſes 5 pieds 9 pouces de longueur ſur une hauteur verticale *ED* de 10 pieds 10 pouces.

Du point *F* elle continuë de monter juſqu'en *N* par une pente plus douce *FN* de 192 toiſes 6 pouces ſur une hauteur verticale *FH* de 5 pieds 5 pouces.

Enfin du point *N* elle s'arrondit & s'éleve par un tuyau vertical *NOR* de plomb, de 9 pieds 2 pouces 6 lignes de longueur montant au réſervoir deſdites petites Ecuries dans lequel il entre par ſon fond.

Nous avons donc cette conduite de fer *DFN* de 280 toiſes 3 pouces, à laquelle ſi l'on ajoûte le tuyau deſcendant *AD* de 23 pieds 4 pouces, plus le tuyau montant *NOR* de 9 pieds 2 pouces 6 lignes, l'on aura pour longueur totale de la ligne de conduite *ADFNOR* la quantité de 285 toiſes 2 pieds 9 pouces 6 lignes.

FIGURE III.

La troiſiéme Figure eſt le profil d'une conduite, partie grès & partie plomb, de 5 pouces de diametre, qui apporte les eaux du Regard quarré près St Antoine dans le Réſervoir de diſtribution de la Place Dauphine.

BCAFH eſt le Regard quarré près St Antoine. Il reçoit ſes eaux de Bailly & du Cheſnay ; ſçavoir, celles de Bailly par l'ouverture de tuyau *B*, & celles du Cheſnay par l'ouverture de tuyau marquée *C*.

A eſt une décharge du fond du Regard quarré, & *H* eſt une décharge de la ſuperficie de ce Regard, laquelle décharge eſt de 10 pouces 9 lignes au deſſous de la tablette ou du bord ſupérieur dudit Regard.

Du deſſus de cette tablette l'on a mené le niveau ou la ligne horiſontale *xy* juſqu'au bord ſupérieur du Réſervoir de la Place Dauphine, & cette tablette s'eſt trouvée de 3 pieds 11 pouces plus élevée que le bord ſupérieur dudit Réſervoir de diſtribution, dans lequel les eaux entrent par le fond, ou, ce qui eſt le même, de 3 pieds 6 pouces plus élevée que la partie ſupérieure *l* du tuyau montant au chaîneau de la Place Dauphine, lequel bord ſupérieur *l* du tuyau montant par où l'eau ſort à gueule bée, étant de 5 pouces inférieur au bord ſupérieur dudit chaîneau ou réſervoir de diſtribution de la Place Dauphine, le tuyau *B* ſe trouve au Regard quarré de 1 pied 6 pouces 6 lignes au deſſous de la tablette de ce réſervoir,

& le tuyau *C* ſe trouve de 2 pieds 7 pouces 9 lignes au deſſous de cette même tablette. Ces diſtances ſont priſes depuis le bord ſupérieur de cette tablette juſqu'à la partie inférieure de l'ouverture dudit tuyau, qui a ſa coupe verticale en cet endroit où il s'abouche en *B* avec le réſervoir.

Au point *F* eſt l'embouchure du tuyau de conduite qui reçoit les eaux dudit Regard quarré pour les porter au Réſervoir de la Place Dauphine, & cette embouchure priſe du deſſus de la tablette de ce Réſervoir quarré juſqu'à la partie inférieure du tuyau de conduite, eſt de 23. pieds au deſſous de cette tablette.

Enſorte que le Regard quarré étant plein juſqu'au point *H* de décharge de ſuperficie, alors le point *F* du tuyau de conduite eſt chargé de toute la hauteur d'eau *FH*, qui dans ce cas eſt de 2 pieds 1 pouce 3 lignes.

Cette conduite eſt de grès dans ſon commencement dans la longueur *FE* d'environ 50 toiſes, & tout le reſte eſt de plomb. Cette conduite deſcend du Regard quarré par une pente *FEI* de 163 toiſes 4 pieds, faiſant dans ce trajet deux petits coudes preſque inſenſibles, & ayant pour ſa hauteur verticale *IL* 31 pieds 6 pouces.

Du point *I* elle continuë de deſcendre par une pente *IM* de 192 toiſes 3 pieds, faiſant dans cette longueur *IM* pluſieurs coudes peu conſidérables, & ayant ſa hauteur verticale *MN* de 22 pieds 3 pouces.

Puis du point *M* elle continuë de deſcendre par une pente plus douce *MD* de 80 toiſes, ayant ſa hauteur verticale *DG* de 3 pieds 3 pouces.

Enſuite du point *D* elle monte par une pente *DG* de 131 toiſes 4 pieds, faiſant dans toute cette longueur une courbe concave, & dont la hauteur verticale *DP* eſt de 26 pieds.

Du point *O* elle continuë de monter, mais par une pente plus douce *OQ* de 74 toiſes, ayant ſa hauteur verticale *OR* de 6 pieds 9 pouces.

Puis du point *Q* elle redeſcend par une pente *QS* de 71

toiſes, ayant ſa hauteur verticale ST de 11 pieds 3 pouces.

Du point S elle continuë de deſcendre par une pente plus douce SV de 90 toiſes 3 pieds, ayant ſa hauteur verticale Vu de 2 pieds. D'où l'on voit que ce point V eſt d'environ 6 toiſes 3 pieds plus bas que le point F de l'embouchure de conduite.

Enſuite du point V elle remonte par une pente VZK de 169 toiſes 4 pieds ſur une hauteur verticale Vq de 1 pied 3 pouces.

Du point K elle continuë de monter par une pente Kp de 79 toiſes ſur une hauteur verticale Kr de 10 pieds 2 pouces.

Du point P elle continuë dans une ligne horiſontale pm de 112 toiſes.

Enfin du point m elle s'éleve en s'arrondiſſant & formant le tuyau montant & vertical mnl de 25 pieds 7 pouces, & par le point l qui eſt le bout du tuyau de conduite coupé horiſontalement, l'eau ſort à gueule bée ou à plein tuyau dans le Réſervoir de diſtribution de la Place Dauphine.

Nous avons donc la longueur totale de la ligne de conduite $FEIMDOQSVZKpmnl$ de 1170 toiſes 1 pied 7 pouces, & la longueur horiſontale exprimée par xy de 1163 à 1164 toiſes environ.

De tous ces niveaux nous concluons que la tablette, ou, ce qui eſt le même, le bord ſupérieur du Regard quarré qui eſt de 3 pieds au deſſus de la partie inférieure F de l'embouchure de conduite, eſt de 3 pieds 6 pouces plus haute que le point l de ſortie de la même conduite au chaîneau ou Réſervoir de diſtribution de la Place Dauphine.

Et comme le bord ſupérieur de ce Réſervoir de diſtribution de la Place Dauphine eſt de 5 pouces plus bas que le bout l de ſortie dudit tuyau mnl, il s'enſuit que la tablette du Regard quarré ſera auſſi plus haute que le bord dudit Réſervoir de diſtribution de la Place Dauphine, de 3 pieds 11 pouces.

Ce niveau a été confirmé par l'eau même que nous avons miſe

miſe en équilibre dans le Regard quarré & dans le Réſervoir de la Place Dauphine, au moyen d'un tuyau que l'on a ajuſté ſur celui *m n l* au point *l*, & du même diametre de 5 pouces.

Après quoi ayant entretenu dans le Regard quarré la ſuperficie d'eau à 8 pouces 7 lignes au deſſous de la partie ſupérieure de la tablette, nous avons remarqué qu'alors l'eau eſt montée au Réſervoir de la Place Dauphine de 2 pieds 9 pouces 5 lignes au deſſus du point *l*, dans le tuyau montant que l'on y avoit ajoûté pour cet effet.

D'où l'on voit que cette hauteur de 2 pieds 9 pouces 5 lignes avec les 8 pouces 7 lignes dont la ſuperficie d'eau étoit au Regard quarré au deſſous de ſa tablette, nous donnent comme ci-devant 3 pieds 6 pouces, dont la tablette du Regard quarré eſt plus haute que le bout *l* du tuyau montant au Réſervoir de diſtribution de la Place Dauphine.

Ou bien l'on aura 3 pieds 11 pouces, dont cette même tablette du Regard quarré eſt plus haute que le bord ſupérieur du Réſervoir de diſtribution ou chaîneau de la Place Dauphine, comme nous l'avons déja trouvé ci-devant.

FIGURE IV.

La quatriéme Figure eſt le profil du terrain des cinq conduites de fer, dont deux ſont de 18 pouces de diametre, & les trois autres ſont d'un pied, leſquelles toutes cinq reçoivent les eaux du quarré des deux Réſervoirs de la butte de Montboron, ſituée au deſſus de Verſailles, & ſur la gauche du chemin de Verſailles à Paris, & les portent au Réſervoir du Château d'Eau ſitué dans la ruë des bons Enfants contre le Corps-de-garde Suiſſe.

Comme toutes ces conduites ont même profil & même charge, nous nous contenterons du profil de celle de 18 pouces (Figure IV.) dans laquelle la hauteur du quarré des Réſervoirs eſt marquée par la longueur *ABC*.

Au fond *C* de ce Réſervoir eſt une ſoupape de 2 pieds de diametre à laquelle s'abouche la conduite de 18 pouces.

Cette conduite deſcend ſuivant la longueur *C D E F*, de 197 toiſes, faiſant dans cette longueur deux petits coudes arrondis & peu conſidérables en *D* & en *E*, & ayant ſa hauteur verticale *FG* terminée par la ligne horiſontale *CG* & le point *F*, pris ſur le deſſus de la conduite même, de 65 pieds.

Du point *F* elle continuë de deſcendre, mais par une pente beaucoup plus douce, ſuivant la ligne *FH* de 297 toiſes, ayant ſa hauteur verticale *HI* de 7 pieds 9 pouces.

Enſuite du point *H* elle remonte par une pente *HL* de 149 toiſes, ayant ſa hauteur verticale *HM* de 18 pieds 9 pouces.

Enfin du point *L*, où cette conduite s'arrondit, elle monte verticalement juſqu'en *N*, pour ſe décharger dans le Réſervoir du Château d'Eau. Le tuyau montant *LN* eſt de plomb en cet endroit ſeulement, & eſt de 53 pieds 10 pouces 9 lignes de hauteur, & par conſéquent ce point *N*, par où la conduite ſe décharge à gueule bée, eſt de 1 pouce 3 lignes au deſſous du point *C*, qui eſt l'arraſement du deſſus de la ſoupape, ou le fond du quarré de la butte de Montboron.

Nous avons donc cette conduite totale *C D E F H L N* d'environ 600 toiſes de longueur, qui a ſon embouchure *C* élevée au deſſus de ſa ſortie *N* de 1 pouce 3 lignes ſeulement ; ce qui s'eſt fait, afin de conſerver au Réſervoir du Château d'Eau le plus de hauteur qu'il étoit poſſible, & auſſi c'eſt ce Réſervoir qui fournit aux plus beaux jets d'eau de Verſailles.

FIGURE V.

La cinquiéme Figure eſt le profil d'une conduite de fer de 18 pouces de diametre, qui conduit l'eau du quarré des Réſervoirs du Parc aux Cerfs à celui du bout de l'aîle, & enſuite de la conduite auſſi de fer d'un pied de diametre, qui la mene au Réſervoir de Roquencour.

A eſt une ſoupape de 2 pieds de diametre, ſituée au fond

du quarré qui reçoit l'eau des Réſervoirs du Parc aux Cerfs; à cette ſoupape s'abouche une conduite de fer *ABDFHL* de 18 pouces.

Sur cette conduite au point *L* s'abouche un tuyau *LN* de plomb, & du même diametre de 18 pouces, qui monte & conduit l'eau dans le Réſervoir du bout de l'aîle dans lequel il ſe décharge à gueule bée.

Depuis la ſoupape *A*, cette conduite *ABDFHLxN* a pluſieurs pentes & ſinuoſités, dont la premiére eſt exprimée par *AB* de 41 toiſes 5 pieds 9 pouces, qui avec la hauteur verticale *Aa* de 7 pieds 9 pouces 6 lignes, donne pour la ligne *aAB* 42 toiſes 2 pieds 3 pouces 3 lignes, ayant ſa hauteur verticale *BCb*, comme il eſt marqué ſur le profil, de 21 pieds 6 pouces, compriſe entre le point inférieur *B* & la ligne de niveau *abdfhlrqum*, qui eſt de 7 pieds 9 pouces 6 lignes au deſſus de la ſoupape *A*.

Du point *B* cette conduite continuë de deſcendre par une pente plus douce *BD* de 165 toiſes 5 pieds 6 pouces, qui avec *aAB* de 42 toiſes 2 pieds 3 pouces 3 lignes, donne la longueur totale *aABD* de 208 toiſes 1 pied 9 pouces 3 lignes, ayant ſa hauteur verticale *DEd* de 29 pieds 5 pouces 6 lignes.

Du point *D* elle continuë de deſcendre par une pente *DF* de 317 toiſes 4 pieds, qui avec la longueur *aABD* de 208 toiſes 1 pied 9 pouces 3 lignes, donne la longueur totale *aABDF* de 525 toiſes 5 pieds 9 pouces 3 lignes, ayant ſa hauteur verticale *FGIf* de 46 pieds 2 pouces 9 lignes.

Puis du point *F* elle remonte par une pente *FH* de 186 toiſes 3 pieds, qui avec la longueur précédente de 525 toiſes 5 pieds 9 pouces 3 lignes, donne la ligne totale *aABDFH* de 712 toiſes 2 pieds 9 pouces 3 lignes, ayant ſa hauteur verticale *Hh* de 25 pieds 3 pouces.

Enſuite du point *H* elle redeſcend par une pente *HI* de 65 toiſes, qui avec la longueur précédente de 712 toiſes 2 pieds 9 pouces 3 lignes, donne la ligne totale *aABDFHI*

de 777 toiſes 2 pieds 9 pouces 3 lignes, ayant ſa hauteur verticale *L Ml* de 38 pieds 4 pouces.

Enfin du point *L* où elle s'arrondit, elle s'éleve par le tuyau montant *LxN* de plomb de 31 pieds 6 pouces, qui étant retranché de la verticale *L Ml* de 38 pieds 4 pouces, donne pour reſte 6 pieds 10 pouces, dont la gueule bée *N* eſt au deſſous de la ligne de niveau du point *a* au quarré des Réſervoirs du Parc aux Cerfs ; ainſi l'on peut dire que l'eau qui ſortiroit par la gueule bée *N*, ſeroit chargée de 6 pieds 10 pouces de hauteur d'eau, lorſque ſa ſuperficie ſeroit en *a* au quarré des Réſervoirs du Parc aux Cerfs.

En ſuivant le même profil de la Figure cinquiéme, l'on voit que cette même conduite *aABDFHL* de 18 pouces s'abouche au pied *L* du tuyau *Lx N* qui monte au réſervoir de l'aîle avec un autre tuyau *LOPQVZ* auſſi de fer, mais de 1 pied ſeulement de diametre en dedans œuvre.

A ce tuyau & un peu au deſſous de ſon abouchement en *L*, eſt placé un robinet de 1 pied d'ouverture comme ſa conduite, dans laquelle il eſt enveloppé, enſorte que l'on tient cette conduite fermée ou ouverte, ſans qu'il ſe faſſe aucun rétréciſſement dans cet abouchement.

Ce tuyau de 1 pied continuë donc la conduite de 18 pouc. & deſcend du point d'abouchement *L* par une pente *LO* d'environ 80 toiſes, ayant ſa hauteur verticale *O Rr* de 64 pieds.

Du point *O* elle continuë de deſcendre par une pente *OP* beaucoup plus douce, qui s'arrondit dans toute ſa longueur de 398 toiſes, ayant ſa convexité en bas, & ayant ſa hauteur verticale *PS* de 10 pouces 9 lignes.

Du point *P* elle continuë de deſcendre, mais par une pente *PQ* beaucoup plus roide de 171 toiſes, ayant ſa hauteur verticale *QTyq* de 94 pieds 3 pouces 6 lignes.

Puis elle remonte du point *Q* par une pente *QV* de 555 toiſes 2 pieds, qui dans ſa longueur forme une infinité de petits coudes, mais très-doux, ayant ſur cette longueur *QV*

ſa hauteur verticale *Vu* de 29 pieds 5 pouces 6 lignes.

Enfin du point *V* elle continuë de monter, mais par une pente plus douce *VZ* de 344 toiſes 2 pieds, faiſant dans ſa longueur un coude adouci qui ſe releve d'environ 7 pieds, de même que la gueule bée Z qui ſe releve vers ſa fin d'environ 3 pieds pour s'aller décharger dans le Réſervoir de Roquencour, cette longueur *VZ* ayant pour ſa hauteur verticale *Zm* 21 pieds 1 pouce, dont ladite gueule bée Z coupée horiſontalement, eſt plus baſſe que notre premier point *a* par lequel paſſe la ligne horiſontale *am* ou *abdfh lrqum.*

Donc la ſuperficie d'eau étant dans le quarré des ſoupapes des Réſervoirs du Parc aux Cerfs à 10 pouces au deſſous du point *a ;* l'eau qui ſortiroit par la gueule bée Z au Réſervoir de Roquencour, ſortiroit avec 20 pieds 3 pouces de charge.

Avant que de rapporter les expériences que nous avons faites ſur ces différentes conduites marquées par les cinq profils que je viens de donner, je crois qu'il eſt néceſſaire que je rapporte l'Etalon dont nous nous ſommes ſervis pour la jauge de leurs eaux, & les moyens que nous avons employés à ce ſujet. Je commencerai par quelques réfléxions ſur les principes d'expériences établis par M. Mariotte dans ſon Traité du mouvement des Eaux.

1.° Ce qu'il appelle 1 pouce d'eau coulante, folio 245, eſt celle qui coulant horiſontalement & d'une vîteſſe égale, & ſortant par un trou circulaire de 1 pouce de diametre, fait dans une plaque verticale d'une ligne d'épaiſſeur, ayant la partie ſupérieure de ſa circonférence couverte d'une ligne ſeulement de hauteur d'eau, ou, ce qui eſt le même, ayant ſon centre de 7 lignes au deſſous de la ſuperficie de l'eau, fournit en une minute de temps 13 pintes $\frac{3}{8}$, meſure de Paris, chacune du poids de 2 livres moins 7 gros, ce qui eſt à très-peu près la pinte de 48 pouces cubiques, c'eſt-à-dire, celle dont le pied cubique en contient 36, & dont le muid qui

eſt de 8 pieds cubiques, en contient par conſéquent 288.

2.° Dans la troiſiéme expérience du premier diſcours de ſa troiſiéme partie, feuille 260, 261 & 262, ce que M. Mariotte appelle un pouce d'eau d'écoulement n'eſt plus 13 pintes $\frac{3}{8}$ comme dans le premier principe ci-deſſus, mais 14 pintes combles chacune du poids de deux livres d'eau, c'eſt-à-dire, de ces pintes dont les 35 font le pied cubique, & dont par conſéquent les 280 font le muid.

Il faut remarquer, 1.° Que cette expreſſion de pinte comble ne préſente rien de déterminé, puiſqu'une pinte peut être plus ou moins comble, & le plus grand comble peut être plus ou moins conſidérable ſuivant la largeur de la pinte, & il y a telle pinte dont le comble eſt de 1 pouce cubique, comme je l'ai expérimenté ſur une pinte de 3 pouces de diametre, qui après avoir été emplie à raſe, reçoit un ſolide d'environ un pouce cubique avant que de répandre, attendu la tenacité de l'eau contre ſes parois & ſa ſphéricité.

2.° Que cette pinte eſt donc de 49 pouces cubiques & $\frac{13}{35}$, au lieu de 48 pouces cubiques dont eſt la valeur de la pinte de la premiére expérience, laquelle pinte de la premiére expérience devroit au contraire ſe trouver plus grande que celle de cette derniére, puiſque la même ouverture a donné un plus petit nombre de pintes dans un même temps.

Cette contrariété m'a engagé à quitter les expériences de M. Mariotte à ce ſujet, pour m'attacher à celles qui ont été faites par Mrs Roëmer & Picard, conjointement avec mon pere & M. Villiard, que depuis eux nous avons répétées pluſieurs fois, & qui toutes s'accordent à donner pour la valeur du pouce d'eau 13 pintes $\frac{1}{3}$ de celles de 48 pouces cubiques: & cette quantité s'accorde ſenſiblement avec la premiére expérience de M. Mariotte, qui n'en differe que de $\frac{1}{24}$ de pinte, c'eſt-à-dire, de 2 pouces cubiques d'eau dans une minute de temps, ce qui eſt une partie preſque inſenſible dans ces ſortes d'expériences; car le pouce évalué à 13 pintes $\frac{1}{3}$ par minute, donne 66 muids $\frac{2}{5}$ en 24 heures, ou 200 muids juſte en trois jours; & en l'évaluant à 13 pintes $\frac{3}{8}$

par minute, ſuivant la premiére expérience de M. Mariotte, il donne 66 muids $\frac{7}{8}$ en 24 heures, ou 200 muids $\frac{5}{8}$ en trois jours, ce qui ne va qu'à 60 pintes préciſes de différence dans un jour, ou, ce qui eſt le même, à 2 pintes $\frac{1}{2}$ par heure.

Nous prenons donc pour la valeur de 1 pouce d'eau, l'écoulement par minute de 13 pintes $\frac{1}{3}$, meſure de Paris, chaque pinte de 48 pouces cubiques, comme il eſt dit ci-devant.

Le vaiſſeau dont nous nous ſommes ſervis dans les expériences ſuivantes pour recevoir les eaux, étoit de 12 pintes, meſure de S.t Denis, ou, ce qui eſt le même, de 18 pintes $\frac{2}{3}$, meſure de Paris, la pinte de Paris étant à celle de S.t Denis dans le rapport de 9 à 14.

La capacité de notre vaiſſeau ou étalon étoit donc de 896 pouces cubiques.

Ce vaiſſeau eſt d'une facile conſtruction, puiſqu'il n'y a qu'à faire un priſme dont la baſe ſoit un quarré de 8 pouces de côté, & qui ait 14 pouces de hauteur, le tout en dedans œuvre, ou bien de 6 pouces d'équariſſage ſur la hauteur de 24 pouces 10 lignes $\frac{2}{3}$.

Quoique je rapporte ici l'Etalon dont nous nous ſommes ſervis, il eſt arbitraire de prendre pour étalon telle meſure que l'on voudra, pourvû qu'on la rapporte à notre meſure déterminée de 13 pintes $\frac{1}{3}$, meſure de Paris, puiſque c'eſt cette quantité écoulée par minute qui détermine le pouce d'eau, & l'on voit que cette quantité de 13 pintes $\frac{1}{3}$, meſure de Paris, ſe réduit à 8 pintes $\frac{4}{7}$, meſure de S.t Denis. L'on fera de même la réduction de toutes les autres meſures quelconques qu'il faut rapporter à celle de Paris, puiſqu'elle eſt la plus connuë.

Il faut donc rapporter le pouce d'eau qui eſt de 13 pintes $\frac{1}{3}$ de Paris, ou 8 pintes $\frac{4}{7}$ de S.t Denis, à notre étalon pris de 12 pintes de S.t Denis, ou de 18 pintes $\frac{2}{3}$ de Paris.

Cette réduction ſe fera par une ſimple regle de proportion qui eſt : 8 pintes $\frac{4}{7}$ de S.t Denis, ou 13 pintes $\frac{1}{3}$ de Paris, eſt

à 1 pouce d'eau ou 144 lignes, comme 12 pintes de S.t Denis, ou 18 pintes $\frac{2}{3}$ de Paris, qui eſt la grandeur de l'étalon dont nous nous ſommes ſervis, eſt à 1 pouce 57 lignes $\frac{3}{5}$ d'eau que fournira la ſource qui empliroit notre étalon en une minute de temps.

Quant au moyen de recevoir dans un temps déterminé toute l'eau qui ſort d'une conduite, il eſt facile, au moyen d'une Pendule ou d'une Montre à ſecondes, ou bien d'un Pendule ſimple, c'eſt-à-dire, d'un fil le moins ſujet à extenſion qu'il ſe pourra : tels ſont ceux de l'écorce de Tilleul, de Palmier, ou d'Aloes que je crois le meilleur, & dont je me ſuis toûjours ſervi.

Tout le monde ſçait qu'au bout de ce fil appellé *Pitte* dans les Indes où cette plante croît, ſi l'on attache une balle de plomb ou d'autre métal, comme d'or, d'argent ou de cuivre d'environ 8 lignes de diametre, alors s'il y a 3 pieds 8 lignes $\frac{1}{2}$ depuis le centre de cette balle juſqu'au point de ſuſpenſion, ce Pendule mis en mouvement donnera à Paris ſes oſcillations d'une ſeconde chacune, comme on le trouve dans le Traité de la Pendule de M. Huguens, & dans celui du mouvement des Eaux de M. Mariotte.

L'on ſçait encore que ſi l'on ne veut les oſcillations que de $\frac{1}{2}$ de ſeconde, alors le pendule ne doit plus être que de $\frac{1}{4}$ de celui à ſecondes, c'eſt-à-dire, de 9 pouces 2 lignes $\frac{1}{8}$, de même que pour avoir les oſcillations de $\frac{1}{4}$ ou $\frac{1}{3}$ de ſeconde, le pendule ne doit être que de $\frac{1}{9}$ ou $\frac{1}{16}$ de celui à ſecondes, &c.

L'on ſçait auſſi que pour avoir au contraire les oſcillations de 2 ſecondes chacune, le pendule doit être quadruple de celui à ſecondes, & ainſi de tous les autres cas poſſibles, le rapport qui eſt entre les longueurs des pendules différents étant le même que celui des quarrés des temps employés dans leurs oſcillations, ou les temps employés étant entre eux comme les racines des longueurs de ces mêmes pendules.

Pour avoir une entiére préciſion dans la détermination des temps employés dans l'écoulement des eaux,

Il faut remarquer, 1.° Que, comme M. Huguens l'a démontré dans ſon Traité *de Horologio oſcillatorio,* les oſcillations inégales en grandeur ou étenduë ne ſont point iſochrones, à moins que le Pendule ne ſoit ſuſpendu entre deux cycloïdes.

2.° Que quand on ſe ſert d'un Pendule ſimple, il faut avoir attention à ne lui point donner un trop grand mouvement d'oſcillation, parce que dans ce cas ce Pendule décriroit une portion de cercle trop différente de la cycloïde, & que pour plus de juſteſſe il ne faut point qu'il s'écarte de ſa verticale de plus de 6 pouces environ de côté & d'autre dans le Pendule à ſecondes.

De plus le Pendule à ſecondes n'eſt pas le même en tout pays, car plus on approche l'équateur, & plus on doit l'accourcir, comme je l'ai moi-même remarqué après M.rs Richer, Varin, Renaud, &c.

Par exemple, à Paraibe, qui eſt à 6° 58′ 18″ de latitude méridionale, j'ai obſervé en l'année 1698, comme il eſt inſéré dans les Mémoires de l'Académie en l'année 1700, que le Pendule à ſecondes n'y eſt que de 3 pieds 4 lignes $\frac{5}{6}$, c'eſt-à-dire, de 3 lignes $\frac{2}{3}$ plus court que celui de Paris.

Donc ſi l'on mettoit à Paraibe le Pendule de Paris en mouvement, il n'y donneroit plus ſes oſcillations d'une ſeconde, & ſon mouvement ſeroit rallenti, enſorte que dans l'eſpace d'une heure il ne donneroit plus qu'environ 3586 oſcillations, au lieu de 3600 qu'il donnoit à Paris, ce qui eſt 14 ſecondes de différence dans une heure, de même que ſi le Pendule à ſecondes de Paraibe étoit mis en mouvement à Paris, il y donneroit 3614 vibrations en une heure, au lieu de 3600 ſeulement qu'il donnoit à Paraibe.

Cette différence de 14 ſecondes par heure qui ſe monte à 327 ſecondes, c'eſt-à-dire, à près de 5 minutes $\frac{1}{2}$ en 24 heures, ne laiſſeroit pas de produire dans ces 24 heures une erreur de plus de 2 pieds cubiques d'eau ſur une ſource de 1 pouce ſeulement, & ainſi une erreur d'environ un muid ſur une ſource de 4 pouces, ce qui n'eſt pas de conſéquence.

Il faut remarquer que la différence qui ſe trouve entre

les temps employés dans les oſcillations d'un même Pendule mis en mouvement dans des pays différents, pourroit bien être la même dans l'écoulement des eaux, puiſque c'eſt la même cauſe qui agit ſur l'un & ſur l'autre ; & dans ce cas il ſeroit inutile de faire de correction au Pendule, quoiqu'on l'employe en différents pays, car une ſource ſera toûjours de 1 pouce d'eau en tel pays que ce ſoit, quand elle fournira 13 pintes $\frac{1}{3}$, meſure de Paris, dans 60 vibrations de Pendule de 3 pieds 8 lignes $\frac{1}{2}$ de longueur, avec la ſeule différence que ces 60 vibrations de Pendule de Paris ne ſeront la meſure de la minute qu'à Paris ſeulement, ou ſous ſon parallele.

Pour la commodité de ceux qui voudront faire des expériences ſur le mouvement des Eaux, en ſe ſervant de nôtre Etalon de 18 pintes $\frac{2}{3}$ de Paris, ou 12 pintes, meſure de St Denis, j'ai fait une Table dont les temps ſont diſtingués de $\frac{1}{2}$ ſecondes en $\frac{1}{2}$ ſecondes marquées dans la premiére colomne à gauche.

Cette Table eſt fondée ſur l'expérience rapportée ci-deſſus, qu'une ſource de 1 pouce eſt celle qui en une minute ou $\frac{120}{2}$ ſecondes dépenſe 13 pintes $\frac{1}{3}$ de Paris. D'où l'on conclut, comme on le voit ci-après, que la ſource qui dans $\frac{1}{2}$ ſeconde de temps remplira nôtre étalon, dépenſera 168 pouces d'eau par minute, & que celle qui le remplira en 2 ou 3 demi-ſecondes, &c. dépenſera 84 ou 56 pouces d'eau, & ainſi de ſuite, comme on le trouve dans la 2de colomne.

Dans la 3me, 4me, 5me & derniére colomne l'on y trouve la quantité d'eau que cette même ſource de 1 pouce fourniroit par minute, par heure & par jour, en ſuivant les mêmes principes.

Ainſi avec cette Table, lorſqu'on ſe ſervira de nôtre Etalon, l'on trouvera tout d'un coup combien une ſource quelconque donne de pouces d'eau dans un temps quelconque.

Car ſi, pour exemple, nôtre Etalon s'emplit en $\frac{15}{2}$ ſecondes, l'on doit être aſſûré que cette ſource fournit 11 pouces 29 lignes, ou bien 149 pintes de Paris par minute, ou 31 muids 32 pintes par heure, ou bien 746 muids 192 pintes par jour, & ainſi des autres.

Nous avons prolongé cette Table en demi-ſecondes juſqu'à $\frac{168}{2}$ ſecondes, parce qu'alors la ſource qui remplira nôtre Etalon dans cet eſpace de temps, ſera préciſément de 1 pouce, & nous nous ſommes contentés de la continuer par minutes juſqu'à 60, qui eſt la valeur d'une heure, puis d'heure en heure juſqu'à 12, où nous nous ſommes arrêtés, parce qu'une ſource qui ne rempliroit nôtre Etalon qu'en 12 heures, ne pourroit fournir que $\frac{1}{4}$ de ligne d'eau, ou environ $\frac{1}{43}$ de pinte par minute, ce qui eſt preſque inſenſible, n'étant qu'environ 1 pouce cubique d'eau d'écoulement par minute.

Pour conſtruire cette Table, j'ai donc fait la même regle de proportion droite que ci-devant, ſçavoir ſi la ſource qui fournit 13 pintes $\frac{1}{3}$, meſure de Paris, en une minute, eſt celle que nous ſommes convenus être de 1 pouce d'eau, de combien ſera-celle qui dans le même temps d'une minute remplit nôtre Etalon de 18 pintes $\frac{2}{3}$ auſſi de Paris? & il vient au 4me terme la même valeur de 1 pouce 57 lignes $\frac{3}{5}$, comme nous l'avons déja trouvé dans l'analogie précédente.

Enſuite j'ai fait cette regle de proportion inverſe, ſçavoir ſi la ſource qui remplit nôtre Etalon en une minute ou $\frac{120}{2}$ ſecondes, eſt de 1 pouce 57 lignes $\frac{3}{5}$, de combien ſera celle qui le remplira en $\frac{1}{2}$ ſeconde ſeulement, c'eſt-à-dire, en proportion droite, $\frac{1}{2}$ ſeconde eſt à $\frac{120}{2}$ ſecondes comme 1 pouce 57 lignes $\frac{3}{5}$ eſt à la valeur de la ſource qui remplira nôtre Etalon en $\frac{1}{2}$ ſeconde de temps, & cette valeur eſt la quantité marquée dans le premier terme 168 de la 2de colomne de la Table, ce qui marque que cette ſource ſera préciſément de 168 pouces.

Et même ſans grande attention, l'on voit que la ſource qui en $\frac{1}{2}$ ſeconde remplit nôtre Etalon, doit être 120 fois plus grande que celle qui ne le remplit qu'en une minute, c'eſt-à-dire, en 120 fois plus de temps, puiſque $\frac{1}{2}$ ſeconde n'eſt que $\frac{1}{120}$ de minute, c'eſt pourquoi 120 fois 1 pouce 57 lignes $\frac{3}{5}$, qui eſt 168 pouces, eſt le premier terme 168 qui nous ſert pour conſtruire toute la Table.

Car ſi l'on veut ſçavoir de quelle quantité de pouces d'eau ſera une ſource qui rempliroit nôtre Etalon en $\frac{12}{2}$ ſecondes, l'on n'a qu'à diviſer ce premier terme 168 par 12, & le quotient 14 enſeignera que la ſource propoſée eſt de 14 pouces.

Il en eſt de même de toutes les autres ſources, deſquelles l'on trouvera la valeur de la même maniére, au moyen du dividende univerſel 168, duquel le diviſeur ſera toûjours le nombre particulier des demi-ſecondes qui ſeront employées à remplir nôtre Etalon, & le quotient donnera toûjours en pouces d'eau la valeur de la ſource propoſée, comme il eſt évident, puiſque la ſource de 168 pouces rempliſſant nôtre Etalon en $\frac{1}{2}$ ſeconde, celle qui le remplira en $\frac{12}{2}$ ſecondes ſera 12 fois plus petite, de même que celle qui le remplira en $\frac{3}{2}$ ſecondes ſera 3 fois plus petite ; c'eſt pourquoi diviſant 168 par 3, le quotient 56 exprimera le nombre de pouces dont eſt cette ſource, & ainſi de toutes les autres.

J'ai fait une ſeconde Table pour connoître combien une ſource dépenſe d'eau, en obſervant la quantité de ſon écoulement au moyen d'un Pendule à demi-ſecondes, & d'un vaiſſeau ou Etalon de 13 pintes $\frac{1}{3}$, meſure de Paris, qui eſt la valeur du pouce.

Cette Table eſt formée de quatre colomnes, dont chacune en contient deux autres. La premiére à gauche contient les demi-ſecondes, la ſeconde contient les pouces & lignes d'eau fournis par la ſource propoſée, dans les temps correſpondants, en ſuppoſant que cette ſource ait rempli dans ce même temps ſon Etalon de 13 pintes $\frac{1}{3}$.

Comme pour exemple on trouve dans la premiére partie à gauche de la 3me colomne le nombre 51, & dans la cellule correſpondante à droite, l'on trouve 2, 51, ce qui marque que la ſource propoſée rempliſſant l'Etalon en $\frac{51}{2}$ ſecondes, dépenſe par minute 2 pouces 51 lignes d'eau.

Nous n'avons continué cette Table de demi-ſecondes en demi-ſecondes que juſqu'à 60, enſuite de 2 en 2 juſqu'à 100,

& enfin de 5 en 5 juſqu'à $\frac{900}{2}$ ſecondes, qui valent enſemble demi-quart d'heure.

Pour la conſtruction de cette Table nous avons fait, comme dans la précédente, une regle de proportion inverſe, ſçavoir ſi la ſource qui remplit l'Etalon en une minute, ou $\frac{120}{2}$ ſecondes, eſt de 1 pouce, de combien ſera la ſource qui le remplira en $\frac{1}{2}$ ſeconde, c'eſt-à-dire, en 120 fois moins de temps, ce qui donne cette proportion droite $\frac{1}{2}$ ſeconde eſt à $\frac{120}{2}$ ſecondes comme 1 pouce eſt à 120 pouces, & ce 4me terme ou ce quotient 120 exprime que la ſource qui rempliroit l'Etalon en $\frac{1}{2}$ ſeconde de temps eſt de 120 pouces. Ce nombre 120 eſt le premier terme de la Table, & ſert de dividende univerſel qui a pour diviſeur chacun des nombres de demi-ſecondes que la ſource propoſée quelconque employe à remplir l'Etalon, & le quotient donne toûjours la valeur de la ſource exprimée en pouces & lignes d'eau, ayant négligé les parties de lignes.

Comme pour exemple voulant ſçavoir la valeur de la ſource qui rempliroit ledit Etalon en $\frac{200}{2}$ ſecondes, comme il eſt marqué en la 4me colomne de la Table, on trouve dans la cellule correſpondante 86, qui indique que cette ſource eſt de 86 lignes.

Cet Etalon eſt encore facile à conſtruire, car il n'y a qu'à former un priſme qui ait pour baſe un quarré de 8 pouces de côté, & ſa hauteur de 10 pouces, le tout dans œuvre, & ſa capacité ſera de 640 pouces cubiques, c'eſt-à-dire, de 13 pintes $\frac{1}{3}$ de Paris, qui eſt la valeur du pouce d'eau coulante; on pourra encore faire la baſe de l'étalon de 6 pouces d'équarriſſage, & ſa hauteur de 15 pouces.

Le Muid même de Paris peut ſervir d'Etalon commode, & la ſource qui le rempliroit en une minute ſeroit de 21 pouces $\frac{3}{5}$; ainſi celle qui le rempliroit en $\frac{1}{2}$ ſeconde, c'eſt-à-dire, en 120 fois moins de temps, ſeroit 120 fois plus grande que la premiére, & par conſéquent ſeroit de 2592 pouces. Ce nombre pourroit encore ſervir à faire une troiſiéme Table, & pour lors ce premier terme 2592 ſeroit le

dividende univerſel pour conſtruire toute la Table, comme l'on a fait dans les deux précédentes.

Le Muid étant pris pour Etalon, pourroit être un cube de 2 pieds de côté en dedans œuvre, ou bien on le pourroit faire priſmatique, ayant pour ſon fond un quarré de 18 pouces de côté, & ſa hauteur de 42 pouces $\frac{2}{3}$.

Lorſque les ſources à jauger ne ſont point fortes, l'on peut ſe ſervir de la Pinte même de Paris pour Etalon, comme je l'ai pratiqué en diverſes rencontres, & en dernier lieu l'an 1733, dans la recherche des Eaux de ſources que j'ai donnée à la Ville d'Auxerre, qui s'eſt adreſſée à moi pour la tirer, s'il étoit poſſible, de l'indigence où elle étoit d'eaux de fontaines, & dont elle peut à préſent jouir abondamment au moyen d'un nombre aſſés conſidérable de petites ſources dont j'ai, par mes recherches, découvert la plus grande partie, & que j'ai toutes raſſemblées & jaugées les unes après les autres avec la pinte de Paris pour Etalon & une Montre à ſecondes.

L'on met la pinte vuide dans un ſeau auſſi vuide, & l'on place à zero ſecondes le ſceau & la pinte ſous la décharge de la ſource à jauger. A meſure que chaque pinte eſt pleine, on la jette dehors, crainte que le ſeau ne puiſſe pas fournir à toute l'eau pendant le temps que l'on s'eſt propoſé pour l'expérience. Enfin la quantité de ſecondes de temps que l'on s'eſt propoſée, étant expirée, l'on retire promptement le tout de deſſous la décharge de la ſource ; alors avec le nombre de pintes que l'on a déja jetté, l'on compte encore celles qui reſtent dans le ſeau, tant par l'eau qui y a coulé pendant que l'on a jetté les pintes d'eau, que par celle qui y eſt répanduë, lorſque chaque pinte s'eſt trouvée trop pleine, & par ce moyen l'on a toute la quantité d'eau écoulée pendant le temps de l'expérience ; enfin de cette quantité d'eau écoulée, & meſurée exactement, l'on trouve aiſément, par une ſimple regle de proportion, la valeur de la ſource en pouces & en lignes.

L'on pourroit de même emplir à la décharge de la ſource

les 13 pintes $\frac{1}{3}$ néceſſaires pour former ce que l'on appelle la quantité d'un pouce d'eau d'écoulement par minute, & compter la quantité de ſecondes employées pour cet écoulement, ce qui reviendroit au même, mais il faudroit pour cela employer l'Etalon de 13 pintes $\frac{1}{3}$ de Paris, pour lequel j'ai donné ici une Table. La méthode ci-deſſus eſt beaucoup moins embarraſſante, je m'en ſuis ſervi avec une grande facilité, elle diſpenſe de l'embarras de porter avec ſoi, & ſurtout en voyage, un Etalon d'un volume aſſés conſidérable.

L'on peut encore, ſans aucun Etalon particulier, ſçavoir la dépenſe d'une ſource, en meſurant celle qui ſe ſera écoulée pendant un certain temps marqué, ou bien même ſans aucun Etalon, en peſant l'eau écoulée, puiſque l'on ſçait que l'eau ordinaire peſe 69 livres $\frac{3}{4}$ le pied cubique, & que par conſéquent la pinte de Paris peſe une livre 15 onces.

REMARQUE.

L'on ne fait point ici attention à la différente peſanteur des eaux dans leurs écoulements, ou dans leur jauge, parce que, ſoit que les eaux ſoient claires, ſoit qu'elles ſoient troubles ou bourbeuſes, les vîteſſes ne diſcontinuent point pour cela d'être entre elles comme les racines de leurs hauteurs.

Donc il ſort toûjours la même quantité d'eau ſous pareilles charges, puiſqu'il eſt reçû que tous les corps en temps égaux tombent de hauteurs égales, & par conſéquent acquiérent des vîteſſes égales ; d'où il ſuit qu'il faut des vîteſſes égales à des corps égaux quelconques pour monter à des hauteurs égales.

Donc tous les jets ſous pareilles hauteurs de Reſervoirs, devant monter à des hauteurs égales, quelle que ſoit la liqueur de ces jets, il s'enſuit que tous les jets doivent ſortir des ajutages avec des vîteſſes égales ſous pareilles hauteurs de Réſervoirs, quelle que ſoit la nature de la liqueur du jet.

REMARQUE.

Lorſque l'on jauge une ſource, l'on eſt ſujet à diverſes difficultés comme M. Mariotte l'a remarqué, folio 247, & particuliérement à deux ſortes d'erreurs, l'une par rapport à l'étalon, & l'autre par rapport au temps employé pour le remplir.

L'erreur que l'on peut faire par rapport à l'étalon, c'eſt que l'on ne peut juger s'il eſt plein, plus préciſément qu'à une ligne ou une demi-ligne près de hauteur d'eau, car ſi l'étalon eſt mouillé, la ſurface de l'eau ſera toûjours concave, en ſorte que l'étalon paroîtra plein avant qu'il le ſoit véritablement; & cette erreur ſera d'autant plus inévitable que la ſource coulera avec plus de rapidité.

L'erreur que l'on peut faire par rapport au temps, c'eſt que l'on ne ſçauroit juger ſi l'étalon eſt plein plus préciſément qu'à une ſeconde ou une demi-ſeconde près.

L'on pourra remédier en partie au premier inconvenient en faiſant l'étalon fort étroit par en haut, de maniére que l'erreur d'une ligne de hauteur d'eau dans la partie ſupérieure de l'étalon, ne ſoit pas ſenſible par rapport à la capacité de l'étalon.

Si l'on n'avoit qu'un étalon en priſme, & que la rapidité de l'eau en tombant dans l'étalon y causât des ondulations aſſés grandes pour empêcher de juger ſi l'étalon eſt plein ou non, l'on pourroit garnir l'étalon de diaphragmes, qui amortiſſant la chûte de l'eau, diminuëront les ondulations.

L'on pourra auſſi ajoûter à l'étalon un tuyau de verre d'environ 6 lignes de diametre, qui s'appliquera le long d'un des parois extérieurs de l'étalon, & qui communiquera avec l'intérieur comme une branche de ſiphon.

L'on pourra auſſi graduer le tuyau de verre pour juger à quelle hauteur l'eau eſt dans l'étalon.

Il faut faire attention que garniſſant cet étalon de diaphragmes, on en diminuë la capacité de tout leur volume, & qu'il faut alors donner à ſa capacité une augmentation

équivalente

équivalente à cette diminution. Si l'étalon n'a point ces diaphragmes, & que l'on conſerve le tuyau montant de verre dont nous venons de parler, il faudra diminuer la capacité de l'étalon d'une quantité égale au volume d'eau néceſſaire pour remplir ledit tuyau ou ſiphon ; il faut faire attention que le tuyau de verre que l'on ajoûtera à l'étalon ne ſoit point trop étroit, car l'eau monteroit dans cette branche plus haut que dans l'étalon.

Pour ce qui eſt de la ſeconde ou de la demi-ſeconde d'erreur que l'on fait ſur le temps qui a été employé pour remplir l'étalon, l'on pourra diviſer la ſource en pluſieurs rameaux, & par ce moyen l'erreur que l'on fera dans la jauge de la ſource, ſera conſidérablement diminuée malgré l'erreur que l'on fera ſur le temps employé à remplir ledit étalon, comme l'on verra dans les Théoremes ſuivants. Il y aura même un ſecond avantage dans cette diviſion de la ſource totale en pluſieurs branches ou rameaux ſéparés, c'eſt que ſi le hazard permet que le temps que l'on aura eſtimé pour l'écoulement de l'un de ces rameaux, porte ſon erreur en excès, & que le temps eſtimé pour l'écoulement d'un autre rameau, porte ſon erreur en défaut, il y aura pour lors une compenſation qui donnera le temps vrai de l'écoulement de ces deux rameaux pris enſemble.

THEOREME I.

Les erreurs que l'on fait dans l'eſtime ou dans la jauge d'une même ſource avec différents Etalons, ſont réciproques aux capacités de ces différents Etalons.

DÉMONSTRATION.

Dans la jauge d'une même ſource, l'erreur que l'on fera avec un étalon double, ne doit être que de la moitié de l'erreur que l'on fera avec un étalon ſimple.

Et l'erreur que l'on fera avec un étalon multiple quelconque de l'étalon ſimple, ſera moindre, & d'autant plus au deſſous de l'erreur que l'on fera avec l'étalon ſimple, que l'étalon dont on ſe ſervira ſera multiple de l'étalon ſimple.

Car l'erreur, qui arrive dans la jauge, ſe fait dans le temps qu'il faut employer neceſſairement pour juger ſi l'étalon eſt plein ou non, & comme il faut autant de temps pour juger du plein de l'étalon ſimple, que pour juger du plein de l'étalon multiple quelconque, il arrivera que l'erreur de la jauge ſera d'autant moindre avec un grand étalon, que cet étalon ſera multiple de l'étalon ſimple, c'eſt-à-dire, que l'erreur que l'on fera avec l'étalon multiple, ſera à l'erreur faite avec l'étalon ſimple, reciproquement comme la capacité de l'étalon ſimple, eſt à la capacité de l'étalon multiple, les étalons étant de même ouverture. *Ce qu'il falloit démontrer.*

THE'OREME II.

Les erreurs qui réſulteront avec un même E'talon dans la jauge de différentes ſources, ſeront entre elles comme les quarrés des valeurs de ces mêmes ſources.

DÉMONSTRATION.

Soient deux ſources dont les valeurs ſoient... $= s, \sigma,$
les temps que ces deux ſources employent à remplir un même étalon ſoient . . . . . $= t, \vartheta,$

Les temps que ces deux ſources employeront à remplir l'étalon, ſeront entre eux en raiſon inverſe de ces mêmes ſources; car plus la ſource ſera grande, & plus le temps qu'elle employera à remplir l'étalon ſera court, c'eſt-à-dire, que l'on aura cette analogie $t : \vartheta :: \sigma : s$.

Le temps de l'erreur ſera le même pour chacune de ces deux ſources, parce que, comme nous avons dit ci-devant, l'erreur qui arrive dans la jauge ſe fait dans le temps neceſſaire pour juger ſi l'étalon eſt plein ou non, & qu'il ne faut pas plus de temps pour juger ſi une grande ſource a rempli l'étalon, que pour juger ſi ce même étalon eſt rempli par une petite ſource. Soit ce temps d'erreur . . . . . $= a$.

Les quantités d'eau qui s'écouleront de ces deux ſources différentes pendant le même temps d'erreur a, ſoient $= e, \varepsilon$.

Puiſqu'il eſt évident que les quantités d'eau qui s'écoulent

dans un même temps ſont comme les valeurs des ſources, l'on aura cette analogie. . . . . $e : \varepsilon :: s : \sigma$.

Mais ces erreurs d'écoulement d'eau e, ε, qui ont été faites pendant le même temps a, d'erreur de temps, doivent être reparties ſur les temps t, & ϑ, que les ſources s, σ, ont employés à remplir le même étalon, pour que l'on puiſſe juger de la valeur de ces ſources.

Car dans la jauge d'une ſource, il eſt abſolument vrai de dire qu'une même erreur d'écoulement d'eau qui auroit été faite pour exemple après 60 ſecondes d'écoulement, ſeroit 60 fois plus petite que celle qui auroit été faite après une ſeule ſeconde d'écoulement, par rapport à la valeur de la ſource, quoique ce ſoit la même quantité d'eau d'erreur.

Ainſi il faut diviſer l'erreur d'écoulement par les temps employés à remplir l'étalon.

Donc il faut diviſer par t & ϑ les erreurs d'écoulement e, ε, qui ont été faites pendant le même temps d'erreur a.

Et les Quotients $\frac{e}{t}$, $\frac{\varepsilon}{\vartheta}$, ſeront les erreurs que l'on aura faites dans la jauge, ou ce qui eſt le même dans l'eſtime de la valeur des ſources propoſées s, σ.

Mais nous avons trouvé ci-devant les deux analogies ſuivantes

$$e : \varepsilon :: s : \sigma$$
$$t : \vartheta :: \sigma : s.$$

Diviſant par ordre la premiére analogie par la ſeconde; l'on aura $\frac{e}{t} : \frac{\varepsilon}{\vartheta} :: \frac{s}{\sigma} : \frac{\sigma}{s}$.

Multipliant par $s\sigma$, les deux derniers termes $:: \frac{ss\sigma}{\sigma} : \frac{s\sigma\sigma}{s}$, & en abrégeant $:: ss : \sigma\sigma$.

Donc $\frac{e}{t} : \frac{\varepsilon}{\vartheta} :: ss : \sigma\sigma$.

Mais nous avons trouvé ci-deſſus que $\frac{e}{t}$ & $\frac{\varepsilon}{\vartheta}$ étoient les erreurs faites dans la jauge ou dans l'eſtime des valeurs des ſources s, σ.

Et ss, $\sigma\sigma$, ſont les quarrés des valeurs de ces mêmes ſources.

Donc les erreurs que l'on fait par rapport à la jauge de différentes ſources au moyen d'un même étalon, ſont comme les quarrés des valeurs de ces mêmes ſources. *Ce qu'il falloit démontrer.*

THEOREME III.

Si l'on diviſe une ſource en un nombre quelconque de rameaux égaux, l'erreur que l'on fera dans la jauge de la ſource coulante toute entiére par un même canal ſera à la ſomme des erreurs que l'on fera dans la jauge de la même ſource partagée dans un nombre quelconque de rameaux égaux, comme le nombre quelconque de rameaux eſt à l'unité, en ſuppoſant que l'on ſe ſerve d'un même étalon.

DÉMONSTRATION.

Soit la valeur entiére de la ſource ..... $= s$.
Le nombre de ſes rameaux égaux ..... $= r$.
Chaque rameau ſera ..... $= \frac{s}{r}$.
Soit l'erreur dans la jauge de la ſource entiére coulante par un ſeul canal ..... $= e$.
L'erreur dans la jauge d'un de ſes rameaux ..... $= \varepsilon$.
L'erreur dans la jauge de la ſomme des rameaux ſera $= r\varepsilon$.

Et par le Théoreme précédent l'on aura

$$e : \varepsilon :: ss : \frac{ss}{rr}.$$

Multipliant les conſéquents par r, l'on aura

$$e : r\varepsilon :: ss : \frac{ss}{r} :: 1 : \frac{1}{r} :: r : 1.$$

C'eſt-à-dire, que l'erreur dans la jauge de la ſource coulante par un ſeul canal eſt à l'erreur dans la jauge du nombre r de ſes rameaux comme le nombre r des rameaux eſt à l'unité. *Ce qu'il falloit démontrer.*

Les Tables que j'ai données, s'accordent avec les Théoremes précédents.

Car ſi pour exemple, au lieu de $\frac{16}{2}$ ſecondes de temps que

nous trouverons dans une de nos expériences ci-après (Profil 2. Figure 2.) qu'il faut à une ſource de 10 pouces 72 lign. pour remplir nôtre étalon, nous avions jugé qu'il fallut $\frac{17}{2}$ ſecondes, alors la quantité d'eau correſpondante n'auroit été que de 9 pouces 127 lignes, au lieu de 10 pouces 72 lignes, ce qui donne 89 lignes d'eau, ou 8 pintes d'erreur dans une minute, ce qui eſt conſidérable.

Au lieu que ſi l'on partage cette même ſource de 10 pouces 72 lignes en deux branches à peu-près égales; l'une, par exemple, de 5 pouces 60 lignes, & l'autre de 5 pouces 12 lignes, alors on voit dans la Table que nôtre étalon ſe rempliroit par la premiére branche en $\frac{31}{2}$ ſecondes, & par la ſeconde branche en $\frac{33}{2}$ ſecondes environ.

Si donc au lieu de $\frac{31}{2}$ ſecondes, nous avions jugé qu'il en fallut 32 (afin de conſerver toûjours la même erreur de temps comme dans le premier cas) alors cette $\frac{1}{2}$ ſeconde d'erreur n'appartient plus qu'à 24 lignes d'eau d'erreur, comme l'on voit dans la Table, ce qui eſt un peu plus de $\frac{1}{4}$ de l'erreur totale trouvée de 89 lignes d'eau dans la jauge de la ſource totale priſe avant que nous l'ayons partagée en deux branches.

De même ſi au lieu de $\frac{33}{2}$ ſecondes qu'il faut à la ſeconde branche, nous avions jugé qu'il en fallut 34, alors cette même erreur de $\frac{1}{2}$ ſeconde de temps n'appartient, comme l'on voit dans la Table, qu'à une erreur de 21 lignes d'eau, ce qui eſt un peu moins de $\frac{1}{4}$ de l'erreur totale 89 lignes que l'on a eu dans la jauge de la ſource entiére coulante par un même canal.

Et ces deux erreurs, l'une de 24, & l'autre de 21 lignes, ne font enſemble que 45 lignes d'eau d'erreur, qui n'eſt qu'environ la moitié de celle 89 que nous avons trouvée dans la jauge de la ſource totale avant de l'avoir partagée en deux rameaux.

Nous voyons donc que partageant une ſource en deux branches à peu-près égales, nous en avons la jauge une fois plus préciſément que ſi l'on jaugeoit cette ſource en entier, coulante par un ſeul canal, & en nous ſervant du même étalon.

Nous aurons encore une plus grande préciſion dans la jauge de cette même ſource, ſi on la partage en trois branches à peu-près égales.

Comme l'une de.....	3 pouces	83 lignes
L'autre de	3	72
Et la troiſiéme de.....	3	62

Ce qui fait dans ces trois branches 10 pouces 73 lignes, au lieu de 10 pouces 72 lignes de la ſource jaugée en total, ce qui n'eſt qu'à une ligne d'eau de différence, c'eſt-à-dire, à 4 pouces cubiques d'eau & $\frac{4}{9}$ par minute, qui font à peu-près $\frac{1}{11}$ de pinte de Paris.

Or dans la Table l'on a pour les temps correſpondants à l'écoulement de ces trois branches, 47, 48, 49 demi-ſecondes.

Mais ſi au lieu de ces temps, 47, 48, 49 demi-ſecondes, l'on s'étoit trompé de $\frac{1}{2}$ ſeconde par excès (pour ſuivre la même erreur de temps précédemment employée) l'on auroit en leur place 48, 49, 50 demi-ſecondes, leſquels temps d'écoulement, en conſultant les Tables, correſpondent à la

quantité de	3 pouces	72 lignes
	3	62
	3	52
Ce qui fait enſemble	10 pouces	42 lignes.

Or ces 10 pouces 42 lignes que l'on trouveroit, au lieu de 10 pouces 73 lignes trouvés ci-deſſus, feroient une différence de 31 lignes d'eau qui correſpondent à l'erreur de $\frac{1}{2}$ ſeconde de temps d'écoulement, au lieu que cette même demi-ſeconde d'erreur nous a donné 89 lignes d'eau, en jaugeant la ſource entiére coulante par un ſeul canal.

Nous avons donc démontré qu'en jaugeant la ſource en entier, une demi-ſeconde d'erreur donne une erreur d'écoulement d'eau de..... 89 lignes

Au lieu que lorſqu'elle eſt partagée en deux branches, cette erreur n'eſt plus que de..... 45 lignes

Et lorſqu'elle eſt partagée en trois branches, cette erreur n'eſt plus que de ..... 31 lignes d'eau.

Or l'erreur de la ſource entiére, qui eſt 89 lignes
Eſt à l'erreur réſultante avec deux branches,
qui eſt 45
Environ comme..... 2
Eſt à 1

Et de même l'erreur ..... 89 lignes
Eſt à l'erreur réſultante avec trois branches 31
Environ comme..... 3
Eſt à 1

Et ſi la ſource avoit été partagée en deux branches parfaitement égales, l'erreur de la ſource entiére auroit été exactement double de la ſomme des erreurs que l'on auroit faites ſur les deux branches.

De même ſi la ſource avoit été partagée en trois branches parfaitement égales, l'erreur faite ſur la ſource entiére auroit été exactement triple de la ſomme des erreurs que l'on avoit faites ſur les trois branches.

Ce qui eſt conforme au Théoreme III, où nous avons démontré qu'en ſe ſervant d'un même étalon, l'erreur que l'on fera dans la jauge d'une ſource coulante toute entiére par un même canal

Sera à l'erreur totale que l'on fera ſur la ſomme des rameaux égaux dans leſquels cette même ſource ſera partagée

Comme le nombre quelconque des rameaux
Eſt à l'unité.

Ce que nous avons démontré.

Voici préſentement les expériences & remarques que nous avons faites ſur ces conduites de Verſailles; nous commencerons par celles que nous avons faites ſur la conduite de fer de 4 pouces de diametre qui menoit autrefois les eaux du Réſervoir de la Place Dauphine dans celui des petites Ecuries du Roy, & nous les comparerons avec la quantité d'eau que

ladite conduite de 4 pouces y pouvoit mener ſuivant ſes charges différentes & les ſinuoſités du terrain que nous avons détaillées ci-devant dans ſon profil, Figure premiére.

FIGURE I.

Premiérement l'on n'a laiſſé entrer dans le Réſervoir de la Place Dauphine que ſuffiſamment d'eau pour l'entretenir à niveau du deſſus de l'ouverture de la ſoupape *A* placée au fond dudit Réſervoir, lequel deſſus de ſoupape eſt élevé de 9 pouces au deſſus du niveau du bout ſupérieur *O* du tuyau de ſortie à gueule bée auſdites petites Ecuries.

Alors en nous ſervant de nôtre étalon de 896 pouces cubiques, c'eſt-à-dire, de 18 pintes $\frac{2}{3}$, meſure de Paris, ou 12 pintes, meſure de S.t Denis, comme nous l'avons annoncé ci-devant, l'on a reçû toute l'eau qui ſortoit à gueule bée par l'extrémité *O* du tuyau montant aux petites Ecuries, toûjours ſous la même charge *AL* de 9 pouces, & nôtre étalon s'eſt empli en $\frac{69}{2}$ ſecondes, ce qui donne, comme la Table le montre, 2 pouces 63 lignes d'eau d'écoulement par minute.

Secondement, l'on s'eſt ſervi du même moyen pour entretenir la ſuperficie d'eau en *B* à un pied au deſſus de l'ouverture de ſoupape, enſorte que cette ſuperficie d'eau étoit alors de 21 pouces au deſſus du niveau de la ſortie *O* du tuyau montant aux petites Ecuries.

Alors on a reçû dans nôtre même étalon toute l'eau qui étoit capable de conſerver cette même hauteur de ſuperficie, & il s'eſt rempli en $\frac{40}{2}$ ſecondes, ce qui donne, comme la Table le montre, 4 pouces d'eau par minute qui ſortoit auſdites petites Ecuries avec une charge *BL* de 21 pouces, au lieu de 2 pouces 63 lignes ci-deſſus, ſous une charge de 9 pouces de hauteur d'eau.

Troiſiémement, l'on a de la même maniére entretenu l'eau en *C* dans le Réſervoir de la Place Dauphine à 22 pouces au deſſus de l'ouverture de la ſoupape *A*, c'eſt-à-dire, à 31 pouces au deſſus du niveau du bout *O* de ſortie de conduite aux petites Ecuries.

Alors

Alors on a reçû dans nôtre étalon toute l'eau qui étoit capable d'entretenir la ſuperficie d'eau audit point *C*, & il s'eſt rempli en $\frac{31}{2}$ ſecondes, ce qui donne, comme la Table le montre, 5 pouces 60 lignes, qui ſortoient auſdites petites Ecuries, ſous une charge *CL* de 31 pouces de hauteur d'eau.

REMARQUE.

Par ces trois expériences nous trouvons toute l'eau que cette conduite de 4 pouces de diametre, & d'environ 300 toiſes de longueur, dépenſoit à gueule bée ſous ces trois charges différentes.

Sçavoir, avec une charge de 9 pouces cette conduite dépenſoit 2 pouces 63 lignes, ou, ce qui eſt le même, comme on le voit dans la Table, 162 muids 92 pintes en 24 heures.

Avec une charge de 21 pouces elle dépenſoit 4 pouces d'eau, ou 266 muids 192 pintes en 24 heures.

Et avec une charge de 31 pouces elle dépenſoit 5 pouces 60 lignes d'eau, ou 361 muids 84 pintes en vingt-quatre heures.

L'on voit que ces quantités d'eau écoulées ne ſont point entre elles dans le rapport des racines de leurs charges, comme le prétend M. Mariotte, & comme elles devroient être conformément à l'accélération des vîteſſes dans la chûte des corps, s'il n'y avoit point d'obſtacles qui les empêchaſſent de ſuivre cette loi.

En effet dans les trois expériences que nous venons de rapporter, les trois charges ſont 9, 21, 31 pouces, dont les racines ſont environ 3, $4\frac{5}{9}$ & $5\frac{6}{11}$, leſquelles ſe trouvent entre elles exprimées par 297, 451 & 549.

Mettant auſſi ſous une même expreſſion les quantités d'eau écoulées, nous aurons 351, 576 & 780 lignes d'eau.

Or pour que les quantités d'eau écoulées fuſſent dans le rapport de leurs charges, il faudroit que l'expérience qui a donné 351 lignes d'eau dans la premiére obſervation, nous eût donné 533 lignes dans la ſeconde obſervation, au lieu de 576 que l'expérience nous a donné.

Et il faudroit de même que cette expérience qui a donné les 351 lignes d'eau dans la premiére obſervation, nous eût donné 655 lignes $\frac{1}{2}$ dans la troiſiéme obſervation, au lieu de 780 que l'expérience nous a fourni.

Enſorte que les dépenſes d'eau ſeroient alors de 351, 533, 655 lignes $\frac{1}{2}$, au lieu que les vrayes dépenſes fournies par l'expérience même ſont de 351, 576, 780 lignes, ce qui eſt très-différent du rapport des racines des charges 297, 451, 549.

Ces différences ſont voir la néceſſité indiſpenſable de connoître la théorie des frottements des eaux dans les tuyaux de conduite, & c'eſt l'expérience ſeule qui peut nous y conduire, comme tous les ſçavants qui ont entrepris de traiter cette matiére l'ont bien ſenti.

Mais l'on ne peut parvenir à la connoiſſance de cette diminution de vîteſſe d'eau occaſionnée par le frottement de ces mêmes eaux contre les parois internes de leurs conduites, que par une très-longue ſuite d'expériences, puiſque c'eſt de cette ſuite que l'on pourroit conclure la loi que les eaux ſe trouvent forcées de ſuivre ſuivant les différentes circonſtances que les diverſes conduites leur préſentent. Car dans cette ſuite d'expériences qui ne peuvent être trop nombreuſes, l'on pourroit découvrir les progreſſions qu'il y a lieu de croire qui s'obſervent dans l'écoulement des eaux.

Selon cette idée, les expériences que je rapporte ici ne doivent être regardées que comme un eſſai, puiſque par leur trop petit nombre elles ſe trouvent inſuffiſantes pour parvenir à cette connoiſſance, mais du moins auront-elles l'avantage d'avoir ſervi à indiquer la voye que je crois qu'il convient de ſuivre dans ces recherches.

REMARQUE.

M. Mariotte, folio 265, de ſon mouvement des Eaux, imprimé en 1686, dit : *J'ai trouvé par pluſieurs expériences très-exactes, qu'une ouverture ronde de 3 lignes de diametre étant de 13 pieds au deſſous de la ſurface ſupérieure de l'eau d'un*

large tuyau, donnoit un pouce, c'eſt-à-dire, qu'il en ſortoit pendant le temps d'une minute 14 pintes, meſure de Paris, de celles qui peſent 2 livres, & dont les 35 font le pied cube. Ce ſont ſes paroles, cependant la meſure d'un pouce doit être exprimée par 13 pintes $\frac{1}{3}$ de celles de 48 pouces cubiques, & dont le pied cubique en contient 36, comme je l'ai dit ci-devant.

De cette regle établie par M. Mariotte pour meſurer les eaux jailliſſantes, l'on doit conclure que par une ouverture circulaire de 4 pouces de diametre, c'eſt-à-dire, 16 fois plus large que celle de 3 lignes de l'expérience de M. Mariotte, laquelle ouverture aura par conſéquent 256 fois plus de ſurface, il ſortira 256 pouces d'eau par minute.

Maintenant pour ſçavoir ce qu'il ſortira de pouces d'eau ſous une charge de 9 pouces, par une ouverture circulaire de 4 pouces de diametre, l'on fera cette analogie :

Comme la racine de 13 pieds ou de 156 pouces, laquelle eſt environ 12 pouces $\frac{1}{2}$, eſt à la racine de 9 pouces, laquelle racine eſt 3, ainſi la dépenſe de 256 pouces d'eau eſt à la quantité de pouces d'eau que doit fournir nôtre ouverture circulaire de 4 pouces de diametre ſous 9 pouces de charge.

Cette analogie eſt, 12 $\frac{1}{2}$ eſt à 3 comme 256 eſt à un quatriéme terme, qui eſt de 61 pouces d'eau & $\frac{11}{25}$ pour une ouverture de 4 pouces ſous une charge de 9 pouces, au lieu que l'expérience que nous avons faite à Verſailles ne nous a donné que 2 pouces 63 lignes, ce qui donne une différence d'environ 59 pouces d'eau, ou 786 pintes $\frac{2}{3}$ par minute, ce qui eſt très-conſidérable.

On ne fait point attention au frottement de l'eau contre le tuyau dans l'expérience de M. Mariotte; car, comme il y a lieu de croire, il étoit très-foible, n'ayant de frottement à ſouffrir que celui qui ſe faiſoit ſur la plaque contre les parois du trou de ſortie, puiſque le tuyau étant très-large, l'eau deſcendoit très-lentement dans ce tuyau pour fournir le pouce d'eau qui ſortoit par l'ouverture de 3 lignes, & que le

frottement eſt d'autant moins conſidérable que la vîteſſe de l'eau eſt plus petite.

Et ſi l'on peut regarder comme zero le frottement qu'il y a eu dans l'expérience de M. Mariotte, l'on doit donc attribuer ces 59 pouces d'eau de différence au frottement qui s'eſt trouvé, ſelon nôtre expérience, dans le tuyau de 4 pouces de diametre, & d'environ 300 toiſes de longueur ſous une charge de 9 pouces qui donnoit ſon eau à gueule bée; & il eſt étonnant que ce frottement de l'eau contre les parois de ce tuyau ait cauſé une diminution d'écoulement d'eau environ 30 fois plus grande que la quantité d'eau qui eſt ſortie par cette conduite.

Maintenant ce principe d'expériences étant établi, il n'y a qu'à faire un grand nombre d'expériences avec ce même tuyau de 4 pouces ſous des charges différentes, & par ce moyen l'on aura la progreſſion qui entrera dans les frottements que nous cherchons ſous différentes charges, ou, ce qui eſt le même, avec des vîteſſes différentes.

FIGURE II.

Voici maintenant les expériences & remarques que nous avons faites ſur la conduite de fer de 6 pouces de diametre qui mene actuellement l'eau du Réſervoir de la Place Dauphine dans les petites Ecuries de Verſailles, & qui a été miſe en la place de la conduite de fer de 4 pouces, dont la Figure premiére exprimoit le profil ; avec la quantité d'eau qu'elle peut recevoir ſuivant ſes charges différentes, & les ſinuoſités du terrain, telles que nous les avons détaillées dans ſon profil, Fig. 2.

Premiérement, l'on n'a lâché dans le Réſervoir de la Place Dauphine qu'autant d'eau qu'il en falloit pour l'entretenir à la hauteur Z, c'eſt-à-dire, enſorte que la ſoupape *A* fût toûjours chargée de 28 pouces $\frac{1}{2}$ de hauteur d'eau.

Le bout du tuyau montant aux petites Ecuries, étoit coupé horiſontalement à 3 pouces au deſſous du niveau de la ſuper-

ficie d'eau en Z au Réſervoir de la Place Dauphine, comme nous l'avons remarqué ci-devant.

Dans cet état, par le bout *R* du tuyau montant aux petites Ecuries, l'eau ſortoit à gueule bée, & elle a rempli nôtre Etalon en $\frac{23}{2}$ ſecondes, ce qui donne, comme la Table le montre, 7 pouces 44 lignes de dépenſe d'eau ſous une charge de 3 pouces, c'eſt-à-dire, ſuivant la même Table, 97 pintes de Paris par minute, ou bien 20 muids 83 pintes en une heure, ou bien 486 muids 275 pintes en 24 heures.

Secondement, l'on a coupé le tuyau montant *NOR* horiſontalement en *y*, à 2 pouces $\frac{1}{4}$ au deſſous du point *R*, enſorte que ce point *y* de ſection étoit alors de 5 pouces $\frac{1}{4}$ au deſſous de la ſuperficie d'eau en Z audit Réſervoir *AZ* de la Place Dauphine ; & pour entretenir cette ſuperficie d'eau toûjours à la même hauteur précédente Z, nous nous ſommes ſervis du même moyen que ci-devant, c'eſt-à-dire, en ouvrant un peu davantage que dans l'expérience précédente, le robinet de l'auge ou chaîneau placé au deſſus du Réſervoir de la Place Dauphine.

Dans cet état, nous avons reçû dans nôtre étalon toute l'eau qui étoit néceſſaire pour entretenir cette ſuperficie d'eau à la hauteur Z au Réſervoir de la Place Dauphine, & il s'eſt rempli en $\frac{16}{2}$ ſecondes, ce qui donne dans la Table 10 pouces 72 lignes, c'eſt-à-dire, 10 pouces $\frac{1}{2}$, ou, ce qui eſt le même, 140 pintes de Paris par minute, ou 29 muids 48 pintes par heure, ou 700 muids en 24 heures ſous une charge de 5 pouces $\frac{1}{4}$ de hauteur d'eau.

REMARQUE.

Nous avons donc 7 pouces 44 lignes, ou 1052 lignes de dépenſe d'eau ſous une charge de 3 pouces ou 36 lignes, dont la racine quarrée eſt 6 lignes.

Et nous avons 10 pouces 72 lignes ou 1512 lignes de dépenſe d'eau ſous une charge de 5 pouces $\frac{1}{4}$ ou 63 lignes, dont la racine eſt environ 8 lignes.

Or ſi ces dépenſes d'eau étoient proportionnées aux racines de leurs charges, l'on auroit cette analogie

6 : 8 :: 1052 : 1403.

Au lieu que l'expérience nous donne 1512 lignes, qui eſt de 109 lignes ſupérieure à la dépenſe que nous donneroit le rapport des racines des charges, c'eſt-à-dire, ſupérieur au 4me terme 1403 de cette analogie ci-deſſus.

REMARQUE.

Si, ſelon M. Mariotte, une ouverture ronde de 3 lignes de diametre, chargée de 13 pieds, donne un pouce d'eau par minute, l'on en doit conclure que par une ouverture de 6 pouces de diametre qui eſt 24 fois plus grande que celle de 3 lignes, laquelle ouverture aura par conſéquent 576 fois plus de ſurface, il ſortira 576 pouces d'eau ſous une charge de 13 pieds.

Maintenant pour avoir ce qu'il ſortira de pouces d'eau ſous nôtre charge de 3 pouces, par une ouverture circulaire de 6 pouces de diametre, l'on fera cette analogie :

La racine de 13 pieds, ou de 156 pouces, ou de 1872 lignes, qui eſt 43 lignes & environ $\frac{1}{4}$, eſt à la racine de 3 pouces, ou de 36 lignes, qui eſt 6 lignes,

Comme le produit de 576 pouces d'eau eſt à la quantité de pouces d'eau fournie par une ouverture circulaire de 6 pouces de diametre ſous une charge de 3 pouces.

Et cette analogie eſt $43\frac{1}{4} : 6 :: 576 : 79\frac{157}{173}$ pouces d'eau, dont le 4me terme, qui eſt près de 80 pouces d'eau, exprime la quantité de pouces d'eau qui s'écouleroient par une ouverture de 6 pouces de diametre ſous une charge de 3 pouces, s'il n'y avoit point plus de frottement que dans l'obſervation de M. Mariotte, au lieu que nôtre expérience faite à Verſailles ne nous a donné que 7 pouces 44 lignes, ce qui eſt différent de près de 74 pouces ou 986 pintes $\frac{2}{5}$ par minute. Or l'on ne peut attribuer une ſi grande différence qu'au frottement de l'eau contre les parois de nôtre tuyau de 6 pouces de diametre & d'environ 300 toiſes de long.

De même pour nôtre ſeconde expérience ſous 5 pouces $\frac{1}{4}$ de charge, l'on raiſonnera comme ci-deſſus. Puiſque par nôtre tuyau de 6 pouces nous venons de voir que ſous une charge de 13 pieds il ſortiroit 576 pouces d'eau, l'on fera cette analogie :

La racine de 13 pieds ou de 1872 lignes, qui eſt 43 lignes & environ $\frac{1}{4}$, eſt à la racine de 5 pouces $\frac{1}{4}$ qui eſt environ 8 lignes,

Comme la dépenſe de 576 pouces eſt à la quantité de pouces d'eau que dépenſera nôtre tuyau de 6 pouces ſous une charge de 5 pouces $\frac{1}{4}$.

Et l'on aura $43\frac{1}{4} : 8 :: 576 : 406\frac{94}{173}$ pouces d'eau, dont le 4me terme 406 à 407 pouces exprime la quantité de pouces d'eau que nôtre tuyau de 6 pouces dépenſeroit ſous une charge de 5 pouces $\frac{1}{4}$, ſelon le principe de M. Mariotte, au lieu que par nôtre expérience ce même tuyau n'a dépenſé que 10 pouces $\frac{1}{2}$ par minute; ainſi la différence eſt de 396 pouces.

L'on peut conſidérer comme un obſtacle à l'écoulement des eaux le frottement de la plaque dans laquelle le trou de ſortie eſt percé, & même y joindre l'obſtacle que cauſe la réſiſtance de l'air, d'autant plus que ſi ces obſtacles n'exiſtoient pas, les eaux jailliſſantes devroient monter juſqu'à la ſurface ſupérieure des eaux du Réſervoir qui fournit l'eau à ces jets ; de plus l'erreur que l'on fait dans le temps employé dans la jauge des eaux doit encore y entrer pour quelque choſe, comme nous l'avons fait voir ci-devant. Donc ſi l'expérience fondamentale ſe trouve elle-même altérée par tous ces obſtacles, il eſt conſtant que ſon altération ſe communique à toutes les autres que nous voudrons en déduire; cependant il a été juſqu'à préſent impoſſible de faire mieux malgré toutes les attentions que l'on y a apportées, & c'eſt ce qui doit engager à redoubler les recherches à ce ſujet, pour que l'on en puiſſe tirer les regles que l'on doit employer dans le choix des tuyaux convenables aux quantités d'eaux que l'on veut conduire.

FIGURE III.

Voici les expériences que nous avons faites ſur la conduite de fer de 5 pouces de diametre qui porte les eaux du Regard quarré près S.t Antoine, dans le Réſervoir de la Place Dauphine de Verſailles, avec la quantité d'eau qu'elle y peut porter ſuivant les charges différentes.

Premiérement, l'eau étant dans le Regard quarré à 17 pouces au deſſous de ſa tablette, & ſortant alors à gueule bée par le point *l* de ſortie au Réſervoir de la Place Dauphine, qui, comme à ſon ordinaire, étoit de 3 pieds $\frac{1}{2}$ ou 42 pouces au deſſous du niveau de cette même tablette du Regard quarré, ce qui fait 25 pouces de charge d'eau, l'on a reçû par deux robinets toute l'eau qui en ſortoit, & l'un de ces deux robinets empliſſoit nôtre étalon en $\frac{30}{2}$ ſecondes, ce qui donne, comme l'on voit dans la Table, une dépenſe de 5 pouces 86 lignes d'eau, & l'autre robinet le rempliſſoit en $\frac{40}{2}$ ſecondes, ce qui donne 4 pouces 29 lignes d'eau d'écoulement. Toute la quantité d'eau qui ſortoit alors par ces deux robinets pris enſemble, & ſous une charge de 25 pouces de hauteur d'eau, étoit donc de 9 pouces & 115 lignes.

Secondement, après avoir ajuſté un tuyau montant de 5 pouces de diametre ſur celui du Réſervoir de la Place Dauphine en *l*, qui eſt auſſi du même diametre de 5 pouces, comme nous l'avons dit ci-devant, & l'eau étant dans le Regard quarré à 9 pouces ſous la tablette, & le tuyau montant au Réſervoir de la Place Dauphine étant coupé à 14 pouces 7 lignes au deſſous du niveau de ladite tablette du Regard quarré, ce qui donne 5 pouces 7 lignes de charge, alors nôtre étalon s'eſt empli par l'un des ſuſdits deux robinets en $\frac{65}{2}$ ſecondes, ce qui donne 2 pouces 84 lignes d'eau, & par le ſecond robinet en $\frac{150}{2}$ ſecondes, ce qui donne 1 pouce 17 lignes. Ainſi toute la quantité d'eau qui ſortoit alors par ces deux robinets pris enſemble ſous une charge de 5 pouces 7 lignes de hauteur d'eau, étoit de 3 pouces & 101 lignes.

Troiſiémement,

Troiſiémement, la ſurface d'eau étant dans le Réſervoir quarré à 9 pouces $\frac{1}{4}$ au deſſous de ſa tablette, & le tuyau montant au Réſervoir de la Place Dauphine étant coupé à 20 pouces 7 lignes ſous la même tablette, ce qui donne 11 pouces 4 lignes de charge; alors nôtre étalon s'eſt rempli par l'un des deux robinets en $\frac{46}{2}$ ſecondes, & par l'autre en $\frac{78}{2}$ ſecondes, ce qui donne dans la Table 3 pouces 94 lignes, & 2 pouces 22 lignes; ainſi la dépenſe de ces deux robinets pris enſemble eſt de 5 pouces 116 lignes ſous une charge de 11 pouces $\frac{1}{3}$.

Quatriémement, la ſuperficie de l'eau étant dans le Regard quarré à 9 pouces 10 lignes ſous ſa tablette, & le tuyau montant au Réſervoir de la Place Dauphine étant coupé à 26 pouces 7 lignes au deſſous de la ligne de niveau de cette même tablette, ce qui donne 16 pouces 9 lignes de charge; alors nôtre étalon s'eſt rempli par un des deux robinets en $\frac{32}{2}$ ſecondes, & par l'autre en $\frac{55}{2}$ ſecondes, ce qui donne dans la Table 4 pouces 78 lignes, & 3 pouces 8 lignes pour les quantités écoulées, qui toutes deux enſemble donnent 7 pouc. 86 lignes d'eau ſous une charge de 16 pouces 9 lignes, & par une gueule bée de 5 pouces de diametre.

Cinquiémement, la ſuperficie d'eau étant dans le Regard quarré à 11 pouces $\frac{1}{2}$ au deſſous de ſa tablette, & le tuyau montant au Réſervoir de la Place Dauphine étant coupé horiſontalement (comme dans toutes les coupes précédentes) à 32 pouces 7 lignes au deſſous de la ligne de niveau de la partie ſupérieure de la tablette du Regard quarré, ce qui donne 21 pouces une ligne de charge; alors nôtre étalon s'eſt rempli par un des deux robinets en $\frac{31}{2}$ ſecondes, & par l'autre en $\frac{49}{2}$ ſecondes, ce qui donne dans la Table 5 pouces 60 lignes, & 3 pouces 62 lignes pour les quantités d'eau écoulées, qui toutes deux enſemble donnent 8 pouces 122 lignes de dépenſe d'eau ſous une charge de 21 pouces une ligne de hauteur d'eau.

Sixiémement, l'eau étant dans le Regard quarré à 14 pouces 7 lignes au deſſous de ſa tablette, & le tuyau montant au

Réſervoir de la Place Dauphine étant coupé à 38 pouces 7 lignes au deſſous de la ligne de niveau du deſſus de cette même tablette, ce qui donne 24 pouces de charge ; alors nôtre étalon s'eſt rempli par ces mêmes deux robinets en $\frac{32}{2}$ ſecondes & en $\frac{42}{2}$ ſecondes, ce qui donne dans la Table 5 pouces 86 lignes, & 4 pouces d'eau pour les quantités écoulées, qui toutes deux priſes enſemble, donnent 9 pouces 86 lignes de dépenſe à gueule bée ſous une charge de 24 pouces.

Septiémement, l'eau étant dans le Regard quarré à 17 pouces ſous la tablette, & le tuyau montant au Réſervoir de la Place Dauphine étant coupé ou remis comme à ſon ordinaire à 3 pieds $\frac{1}{2}$, ou 42 pouces au deſſous de la ligne de niveau de la ſuperficie de cette même tablette, ce qui donne 25 pouces de charge ſous laquelle l'eau ſortoit à gueule bée de 5 pouces de diametre, & ſe déchargeoit dans l'auge ou chaîneau auquel les deux robinets étoient ſoudés ; par l'un des robinets nôtre étalon s'eſt empli en $\frac{30}{2}$ ſecondes, & par l'autre en $\frac{40}{2}$ ſecondes comme dans la premiére expérience, ce qui eſt pour dépenſe totale, comme l'on voit dans la Table, 9 pouces & 115 lignes ſous 25 pouces de charge par un tuyau de 5 pouces de diametre.

REMARQUE.

L'on voit dans nôtre ſeconde expérience que la ſuperficie de l'eau étant au Regard quarré à 9 pouces ſous la ligne de niveau *xy*, & que le tuyau montant au Réſervoir de la Place Dauphine étant de 14 pouces 7 lignes au deſſous de cette même ligne *xy*, ce qui donne 5 pouces 7 lignes de charge ; alors la conduite *FEIMDOQSVZKpmnl*, de 1168 à 1169 toiſes, ne donne que 3 pouces 101 lignes d'eau, refuſant le reſte dans le Regard quarré, c'eſt-à-dire, le ſurplus d'eau ayant ſon écoulement ailleurs par une de ſes décharges, car ſi on laiſſoit regorger cette eau dans le Regard, la quantité de ſon écoulement ou de ſa dépenſe augmenteroit à meſure que ſa charge ou ſa hauteur augmenteroit dans le Regard.

Nous avons vû dans la 3me expérience, que cette même conduite ayant 11 pouces $\frac{1}{3}$ de charge, ſa dépenſe eſt de 5 pouces 116 lignes, refuſant le ſurplus.

Dans la 4me expérience, la charge étant de 16 pouces $\frac{3}{4}$, la dépenſe a été de 7 pouces 86 lignes, refuſant le ſurplus.

Dans la 5me expérience, ſous une charge de 21 pouces une ligne, la dépenſe a été de 8 pouces 122 lignes, refuſant le ſurplus.

Dans la 6me expérience, ſous une charge de 24 pouces, la dépenſe a été de 9 pouces 86 lignes, refuſant le ſurplus.

Enfin dans la 7me & derniére expérience, ſous une charge de 25 pouces, la dépenſe a été de 9 pouces 115 lignes, refuſant le ſurplus.

Il faut encore remarquer que dans cette conduite de 5 pouces & de 1168 à 1169 toiſes de long, outre les coudes marqués dans le profil, elle forme encore pluſieurs ſinuoſités horiſontales, mais fort arrondies & priſes de loin, ce qui dans ce cas ne doit pas augmenter de beaucoup le frottement.

REMARQUE.

Maintenant ſi, ſelon M. Mariotte, folio 265, une ouverture circulaire de 3 lignes de diametre, chargée de 13 pieds, donne un pouce d'eau, l'on en doit conclure que par une ouverture de 5 pouces de diametre, qui eſt 20 fois plus grande que celle de 3 lignes, c'eſt-à-dire, qui a 400 fois plus de ſurface, il ſortira 400 pouces d'eau ſous une charge de 13 pieds.

C'eſt pourquoi, pour avoir la quantité d'eau qui doit ſortir dans nôtre premiére expérience ſous nôtre charge de 25 pouces, l'on fera cette analogie,

La racine de 13 pieds ou 156 pouces,
qui eſt environ $12\frac{1}{2}$,
eſt à la racine de 25 pouces, qui eſt 5,

Comme la dépenſe de 400 pouces d'eau eſt à la dépenſe que fourniroit nôtre conduite de 5 pouces ſous une charge de 25 pouces, s'il n'y avoit pas plus de frottement que dans

l'expérience fondamentale de M. Mariotte, & cette analogie eſt, $12\frac{1}{2}$ eſt à 5, comme 400 eſt à environ 160 pouces d'eau, dont le 4me terme, 160 pouces d'eau, exprime la quantité de pouces que nôtre ouverture de 5 pouces de diametre donneroit de dépenſe ſous une charge de 25 pouces, au lieu que l'expérience même ne nous a donné qu'une dépenſe de 9 pouces 115 lignes ſeulement, ce qui eſt bien différent.

Maintenant puiſque nous venons de trouver que nôtre conduite de 5 pouces fourniroit ſous une charge de 13 pieds, environ 160 pouces d'eau, l'on aura la quantité d'eau qu'il en doit ſortir ſous toutes autres charges quelconques par de ſemblables analogies, comme pour exemple pour nôtre 6me expérience qui s'eſt faite ſous une charge de 24 pouces, l'on aura La racine de 13 pieds ou de 156 pouces,

qui eſt environ $12\frac{1}{2}$,

eſt à la racine de 24 pouces, qui eſt 4 pouces & environ $\frac{9}{10}$;

comme la dépenſe de 400 pouces

eſt à la quantité de pouces d'eau que dépenſera nôtre tuyau de 5 pouces ſous une charge de 24 pouces.

Cette analogie eſt, $12\frac{1}{2}$ eſt à $4\frac{9}{10}$ comme 400 eſt à 157 environ, dont le 4me terme 157 exprime la quantité de pouces d'eau que nôtre conduite de 5 pouces donneroit ſous une charge de 24 pouces, ſuivant le principe de M. Mariotte, au lieu que cette même expérience 6me n'a donné réellement que 9 pouces 86 lignes, ce qui eſt une différence de plus de 147 pouces d'eau ou de 1960 pintes environ par minute au de-là de ce que nôtre conduite nous a véritablement produit.

FIGURE IV.

Voici les expériences que nous avons faites ſur la conduite de fer de 18 pouces marquée dans le profil.

Premiérement, il faut remarquer, comme nous l'avons dit ci-devant, que le deſſus des ſoupapes, comme *C*, qui ſont au fond du quarré du Réſervoir de la butte de Montboron, eſt

plus haut de 1 pouce $\frac{1}{4}$ que le bout N de ſortie de conduite au Réſervoir du Château d'Eau où elles ſe déchargent à gueule bée; d'où l'on voit que lorſque ces ſoupapes ſe trouvent chargées de 12 pieds de hauteur d'eau comme pour exemple de toute la hauteur CB, alors l'on peut dire que l'eau qui ſort par cette gueule bée N eſt chargée de 12 pieds 1 pouce $\frac{1}{4}$, & c'eſt avec cette charge d'eau que nous avons fait les expériences ſuivantes.

Il faut encore remarquer que le Réſervoir $OPQR$ du Château d'Eau ayant ſon fond PQ chargé de 7 pieds de hauteur d'eau, contient 34880 pieds cubiques, ou 4360 muids, meſure de Paris, chacun de 288 pintes de celles de 48 pouces cubiques.

Avec ces connoiſſances, nous avons laiſſé couler l'eau par cette conduite de 18 pouces de diametre, & elle a fourni dans le Réſervoir du Château d'Eau 10 pouces de hauteur d'eau, ou 519 muids $\frac{1}{221}$ en 12 minutes de temps, ce qui fait 43 muids $\frac{166}{663}$, ou 12456 pintes $\frac{24}{221}$ par minute, ayant toûjours la même charge de 12 pieds 1 pouce $\frac{1}{4}$.

Ainſi diviſant cette quantité 12456 pintes $\frac{24}{221}$ par 13 pintes $\frac{1}{3}$ qui, ſelon ce que nous avons établi, eſt la dépenſe d'un pouce d'eau par minute, nous aurons au quotient 934 pouces $\frac{46}{221}$, cette fraction étant à $\frac{6}{221}$ près $\frac{30}{144}$ de pouces, ou 30 lignes d'eau.

Nous aurons donc 934 pouces 30 lignes pour la dépenſe de nôtre conduite de 18 pouces à gueule bée ſous une charge de 12 pieds 1 pouce $\frac{1}{4}$.

Enſuite la ſuperficie d'eau reſtant toûjours la même en B, au quarré des ſoupapes de la butte de Montboron, l'on a ouvert la ſoupape de 2 pieds qui appartient à nôtre conduite de 18 pouces, & enſemble les trois ſoupapes de 18 pouces qui appartiennent aux trois conduites d'un pied de diametre chacune; & ces quatre ſoupapes étant toutes ouvertes dans le même inſtant, ces quatre conduites ont fourni dans le Réſervoir du Château d'Eau 9 pouces de hauteur d'eau, ou 467 muids $\frac{1}{7}$ en 6 minutes de temps, ce qui fait à ces quatre

conduites priſes enſemble, 1681 pouces $\frac{4}{7}$, c'eſt-à-dire; 1681 pouces & un peu plus de 82 lignes.

Ainſi ſçachant que nôtre premiere conduite de 18 pouces nous a donné ci-devant 934 pouces & un peu moins de 30 lignes, ſi de la dépenſe de ces quatre conduites, c'eſt-à-dire, ſi de 1681 pouces 82 lignes l'on en ôte 934 pouces 30 lign. le reſte 747 pouces & environ 52 lignes exprimera la dépenſe des trois conduites d'un pied chacune, dont le tiers 249 pouces 17 lignes exprime la dépenſe à gueule bée de chacune de ces trois conduites de fer d'un pied ſous la même charge de 12 pieds 1 pouce $\frac{1}{4}$, & d'environ 600 toiſes de longueur & plus.

REMARQUE.

Si, ſelon l'expérience de M. Mariotte, une ouverture circulaire de 3 lignes de diametre ſur 13 pieds de charge donne un pouce, l'on en doit conclure, ſuivant la loi des racines des charges, que nôtre conduite de 18 pouces de diametre qui eſt 72 fois plus grand que celui de 3 lignes, & dont l'ouverture ou ſurface de la coupe horiſontale eſt par conſéquent 5184 fois plus grande, dépenſera 5184 pouces d'eau ſous une charge de 13 pieds.

Mais comme nôtre charge n'a été que de 12 pieds 1 pouce 1 ligne, pour ſçavoir ce qu'elle doit fournir ſous cette charge, il faut faire cette analogie,

La racine de 13 pieds ou 1872 lign. qui eſt environ 43 lign. $\frac{1}{4}$
eſt à la racine de 12 pieds 1 pouce $\frac{1}{4}$, ou de 1743 lignes,
qui eſt environ 41 $\frac{3}{4}$,

comme la dépenſe 5184 pouces d'eau eſt à la quantité de pouces d'eau que doit fournir nôtre conduite de 18 pouces de diametre ſous une charge de 12 pieds 1 pouce $\frac{1}{4}$.

Cette analogie eſt, 43 $\frac{1}{4}$ eſt à 41 $\frac{3}{4}$ comme 5184 eſt à $5004\frac{36}{173}$, dont le 4me terme 5004 pouces & plus exprime la quantité de pouces d'eau que nôtre conduite de 18 pouces auroit dû donner ſous nôtre charge de 12 pieds 1 pouce $\frac{1}{4}$, au lieu qu'elle n'a dépenſé, ſelon nôtre expérience exacte,

que la quantité de 934 pouces 30 lignes, ce qui eſt une différence de 4070 pouces, ou 188 à 189 muids par minute; mais cette différence, toute conſidérable qu'elle eſt, ne l'eſt point encore tant que dans les expériences que nous avons faites ſur les conduites dont nous avons parlé ci-devant, où le défaut de la dépenſe eſt 20 & 30 fois plus grand que la dépenſe même, au lieu que dans cette expérience préſente la dépenſe que nous donne le rapport des racines des charges n'eſt gueres que quintuple de la vraye dépenſe donnée par l'expérience même ; ce qui pourroit venir de ce que l'impreſſion que fait le frottement ſur cette dépenſe conſidérable d'eau eſt moins grande que celle qu'il fait ſur une petite dépenſe, ce qui doit arriver, puiſque l'empêchement occaſionné par le frottement, doit être réciproque aux maſſes d'eaux qui ſont en mouvement, d'autant plus que le frottement étant relatif aux parois des conduites différentes, il doit y avoir plus de frottement dans un petit tuyau que dans un grand, & cela dans le rapport des quarrés de leurs diametres.

FIGURE V.

Voici les expériences que nous avons faites ſur la conduite de fer de 18 pouces de diametre qui conduit l'eau du quarré des Réſervoirs du Parc aux Cerfs à celui du bout de l'aîle, comme auſſi ſur la conduite de fer, & d'un pied de diametre qui la mene au Réſervoir de Roquencour.

Premiérement, la ſuperficie d'eau, dans l'état d'expérience, étoit au quarré des Réſervoirs du Parc aux Cerfs de 2 pieds 2 pouces $\frac{1}{2}$ au deſſous du point *a*; donc l'eau qui ſortoit alors par la gueule bée *N*, ſuivant ce que nous avons dit en examinant le Profil 5me, n'étoit chargée que de 4 pieds 7 pouc. $\frac{5}{2}$ de hauteur d'eau, & c'eſt dans cet état que nous avons fait l'expérience ſuivante ſur cette conduite de 18 pouces, & d'environ 790 toiſes de longueur.

Nous avons remarqué qu'ayant levé la ſoupape *A* au quarré des ſoupapes du Réſervoir du Parc aux Cerfs, laquelle étoit alors chargée de 5 pieds 7 pouces, nôtre conduite de 18 pouc.

a fourni par ſa gueule bée *N* 3 pouces 9 lignes de hauteur d'eau dans une heure de temps au deſſus du fond du Réſervoir de l'aîle, qui eſt de 47 toiſes 1 pied 5 pouces de long ſur 14 toiſes 2 pieds $\frac{3}{4}$ de large, ce qui fait en ſuperficie 682 toiſes 34 pieds, & 57 pouces quarrés, c'eſt-à-dire, près de 683 toiſes quarrées de ſurface, ou préciſément de 3540441 pouces quarrés de ſurface, laquelle étant multipliée par la hauteur d'eau de 3 pouc. $\frac{3}{4}$, donne pour ſolidité 13276653 $\frac{3}{4}$ pour les pouces cubiques d'eau que cette conduite de 18 pouc. a fournis en une heure, & partant $\frac{1}{60}$ en une minute, c'eſt-à-dire, 221277 $\frac{9}{10}$ pouces cubiques en une minute.

Mais comme 13 pintes $\frac{1}{3}$, ou, ce qui eſt le même, 640 pouces cubiques d'eau eſt la quantité que fournit par minute ce que nous avons appellé *un pouce d'eau coulante*, ſi l'on diviſe ce nombre 221277 $\frac{9}{10}$ par 640, le quotient nous donnera 345 $\frac{4779}{6400}$, c'eſt-à-dire, 345 pouces & près de 108 lignes pour la quantité d'eau qu'a fourni nôtre conduite de 18 pouces dans une longueur d'environ 790 toiſes, & ſous une charge de 4 pieds 7 pouces $\frac{1}{2}$.

Secondement, la ſuperficie d'eau étant dans le quarré des ſoupapes des Réſervoirs du Parc aux Cerfs à 10 pouces au deſſous du point *a*, l'eau qui ſortoit par la gueule bée Z au Réſervoir de Roquencour avoit 20 pieds 3 pouces de charge de hauteur d'eau.

Dans cet état, nous avons remarqué qu'ayant levé la ſoupape *A* qui étoit alors chargée de 6 pieds 11 pouces $\frac{1}{2}$ de hauteur d'eau, cette conduite de 18 pouces & d'un pied, ſçavoir de 18 pouces dans la longueur d'environ 790 toiſes, & d'un pied dans la longueur d'environ 1550 toiſes, ce qui fait pour longueur totale de conduite *ABDFHLPQVZ* environ 2340 toiſes, a fourni 168 pouces d'eau, nous étant ſervis d'un muid pour étalon.

REMARQUE.

Il faut remarquer que cette conduite ne peut point mener plus d'eau ſous cette charge de 20 pieds $\frac{1}{4}$ dans cette longueur de

de 2340 toiſes, & dans la poſition où elle ſe trouve, puiſqu'elle refuſoit ou regorgeoit dans le Réſervoir de l'aîle, quoique la gueule bée *N* du tuyau montant audit Réſervoir de l'aîle par où elle ſe déchargeoit fût de 14 pieds $\frac{1}{4}$ élevé au deſſus du niveau de ladite gueule bée Z au Réſervoir de Roquencour.

L'on voit qu'auprès du Réſervoir de l'aîle, la conduite de 18 pouces forme un angle ſaillant & fort élevé, & dans cet angle élevé l'air s'y cantonnoit fixement, & empêchoit, ou du moins rallentiſſoit infiniment l'écoulement des eaux que cette conduite devoit fournir: c'eſt ce qui a engagé à placer à cet endroit, comme le Profil le montre, une Ventouſe que l'on peut dans ces cas regarder comme une choſe néceſſaire, comme on le reconnoît par preſque toutes les expériences, puiſqu'il eſt rare que l'air ne ſoit d'un grand obſtacle dans les conduites en général. On pourra s'en convaincre par une expérience que nous avons faite ſur une conduite de plomb de 8 pouces de diametre & de 1900 toiſes de long qui amene les eaux de Roquencour au Château de Verſailles dans les Réſervoirs du deſſous de la Rampe de la Chapelle ſous une pente ou charge de 2 pieds 6 pouces, laquelle conduite n'a jamais fourni par ſa gueule bée que 22 à 23 pouces d'eau d'environ 30 pouces qui ſe préſentent à ſon embouchure, refuſant les 7 à 8 pouces de ſurplus.

Mais une choſe remarquable, c'eſt que dès l'inſtant qu'on lâchoit l'eau à l'embouchure de cette conduite, laquelle embouchure étoit auſſi de 8 pouces comme ſa ſortie, il ſe paſſoit environ 10 jours avant qu'il en parût une goutte à ſon bout de ſortie, & cela, parce que le long de cette conduite il y avoit beaucoup de coudes élevés dans leſquels l'air ſe cantonnoit, & d'où il ne ſortoit qu'avec beaucoup de peine. C'eſt ce qui a encore fait penſer à adoucir quelques coudes de cette conduite, & à mettre des ventouſes aux angles les plus élevés où elles ſont encore, & alors au bout de 12 heures l'on vit ſortir quelques filets d'eau, au lieu de 10 ou 12 jours qu'il falloit auparavant, & 5 à 6 heures après il en ſortit 22 à

23 pouces, qui eſt toute la quantité que l'on peut avoir par cette conduite.

Une choſe à remarquer, c'eſt que les 5 ou 6 derniéres heures qu'on attendit avant que d'avoir le plus grand écoulement d'eau, ou la plus grande dépenſe de cette conduite, ſe paſſerent à l'évacuation de bouffées de vent, de flocons d'air & d'eau, & de filets d'eau, qui tantôt couloient & tantôt ne couloient plus, ce qui fait encore voir que l'air eſt d'un grand obſtacle dans les conduites.

REMARQUE.

Si l'eau n'avoit point de difficulté à paſſer dans les tuyaux de conduite, ſa dépenſe ſeroit comme la racine des charges; mais lorſqu'elle trouve de la difficulté à couler dans ſes conduites, la force qu'elle a pour vaincre cette difficulté eſt comme la charge même: il faut donc ſçavoir quelle eſt la réſiſtance abſoluë que l'eau trouve à circuler, tant à cauſe de ſon adhérence aux parois de ſes conduites, qu'à cauſe des autres obſtacles différents quelconques; & ſi l'eau eſt ſi long-temps avant que de ſortir par l'autre bout de ſa conduite, comme nous le venons de remarquer dans la conduite de Roquencour, cela peut arriver par pluſieurs raiſons, comme nous allons le voir.

FIGURE VI.

Il peut arriver que de l'eau qui eſt dans la conduite depuis A juſqu'en G ſoit en équilibre & en repos dans cette ſituation, puiſque A & G ſont deux points que l'on ſuppoſe de niveau.

Ainſi l'eau du Réſervoir E qui eſt deſtinée pour ſortir à gueule bée par l'ouverture F ſera obligée de forcer tous les embarras intermédiaires, c'eſt-à-dire, que pour cela il faudra que la charge EA de cette eau depuis A juſqu'en E ſoit ſuffiſante,

1.° Pour ſurmonter la colomne d'eau FG qui lui réſiſte en partie.

2.° Pour communiquer du mouvement à l'eau qui occupe la conduite entiére dans laquelle elle étoit en repos, ce qui occaſionne une ſeconde perte de force.

3.° Pour vaincre les frottements qui arrivent dans les conduites.

4.° Pour ſe rendre ſupérieure à la réſiſtance de l'air qui ſe trouvant cantonné dans des angles, s'oppoſe à ſon écoulement.

5.° Pour forcer l'impreſſion de l'air à la ſortie de la gueule bée.

6.° Pour balancer la réaction de l'effort que l'eau coulante dans ce tuyau fait en frappant contre ſes parois intérieurs.

FIGURE VII.

Il y a encore une meilleure raiſon pourquoi l'eau ne ſortira point, & même ne doit pas ſortir, ou paſſer à travers une conduite, lorſque cette conduite aura une certaine conſtruction, comme l'on voit ci-après, où je dis qu'il peut arriver que quoique le bout *H* du tuyau de conduite d'eau ſoit plus bas que ſon embouchure *A*, cependant l'eau ne ſortira point, ſi l'on ne fait point de ventouſe au point *E* pour faire échapper l'air *DEF;* car l'eau s'inſinuant d'abord dans le tuyau par l'embouchure *A*, ne chaſſera pas tout l'air qui étoit contenu dans ledit tuyau, & l'eau s'introduira peu-à-peu dans la partie *EGH* du tuyau juſqu'à ce que ſa hauteur *FI* ſoit égale à la hauteur *AB;* alors la bulle d'air *DEF* ſera également preſſée des deux côtés, car dans cet état l'eau *FGL* étant en équilibre, il n'y a que la partie *LH* qui s'oppoſera au paſſage de la bulle d'air, & par conſéquent au paſſage de l'eau, puiſque l'équilibre exiſtera toutes les fois que *IF*, qui eſt la hauteur de l'eau contenuë dans *LH*, ſera égale à *AB*, qui eſt la hauteur de l'eau contenuë dans *AM;* n'y ayant que cette partie *AM* qui puiſſe faire équilibre avec la partie *LH;* & lorſqu'il y aura pluſieurs coudes ſemblables dans une même conduite, il eſt clair que l'eau n'en ſortira point tant qu'il ſe trouvera de l'air renfermé entre deux colomnes

d'eau égales, & partant en équilibre l'une contre l'autre, à moins qu'on ne faſſe des ventouſes, & pour lors l'air s'échappant par la ventouſe en *E*, l'eau s'approchera de *D* en *F*, & s'étant unie avec elle, l'eau continuera de monter le long du tuyau *GH*, & ſortira par l'extrémité de ce tuyau, ſi peu inférieur qu'il ſoit à l'embouchure *A*.

Et ſi au bout de 10 à 12 jours l'eau a monté, & s'eſt déchargée par la voye qu'on lui avoit préparée, c'eſt que l'air qui étoit enfermé dans l'eſpace que nous avons marqué, s'eſt ſans doute échappé par quelques gerçures des tuyaux mêmes, ou de leurs aſſemblages, d'autant plus que l'air n'a pas beſoin de grand paſſage, ſur-tout étant comprimé comme il l'étoit dans cet état ; & un de ces coudes s'étant vuidé d'air, & ayant été remplacé par l'eau, la colomne d'eau s'eſt trouvée pour lors aſſés conſidérable pour forcer l'air qui s'étoit cantonné dans les autres angles à ſortir conjointement avec l'eau, & c'eſt pour cela que l'on a vû ſortir tantôt des flocons d'air & d'eau, tantôt de l'eau toute ſeule, & tantôt des bouffées de vent.

Pour connoître combien une Source fournit de pouces d'Eau, & combien de Muids & de Pintes de Paris elle donne par minute, par heure & par jour, en obſervant combien elle employe de demi-ſecondes, de minutes ou d'heures à remplir un vaiſſeau de 12 pintes, meſure de S.t Denis, ou de 18 $\frac{2}{3}$, meſure de Paris; le pouce d'eau étant évalué à l'écoulement de 13 pintes $\frac{1}{3}$, meſure de Paris, par minute, la pinte étant de 48 pouces cubiques, & le muid de 288 pintes.

Demi-ſecondes employées à remplir l'étalon.	Pouces & Lignes d'eau.	Muids & Pintes de Paris par minute.	Muids & Pintes de Paris par heure.	Muids & Pintes de Paris par 24 heures.	Demi-ſecondes employées à remplir l'étalon.	Pouces & Lignes d'eau.	Muids & Pintes de Paris par minute.	Muids & Pintes de Paris par heure.	Muids & Pintes de Paris par 24 heures.
1	168 0	7 224	466 192	11200 0	26	6 66	0 86	17 250	430 255
2	84 0	3 256	233 96	5600 0	27	6 32	0 83	17 82	414 235
3	56 0	2 171	155 160	3733 96	28	6 0	0 80	16 192	400 0
4	42 0	1 272	116 192	2800 0	29	5 114	0 77	16 27	386 59
5	33 86	1 160	93 96	2240 0	30	5 86	0 75	15 160	373 96
6	28 0	1 85	77 224	1866 192	31	5 60	0 72	15 15	361 84
7	24 0	1 32	66 192	1600 0	32	5 36	0 70	14 168	350 0
8	21 0	0 280	58 96	1400 0	33	5 13	0 68	14 41	339 113
9	18 96	0 249	51 245	1244 128	34	4 136	0 66	13 209	329 119
10	16 115	0 224	46 213	1120 0	35	4 115	0 64	13 96	320 0
11	15 39	0 204	42 122	1018 52	36	4 96	0 62	12 277	311 32
12	14 0	0 195	38 256	933 96	37	4 78	0 60	12 176	301 202
13	12 133	0 174	35 258	861 222	38	4 61	0 58	12 81	294 213
14	12 0	0 160	33 96	800 0	39	4 44	0 57	11 278	287 49
15	11 29	0 149	31 32	746 192	40	4 29	0 56	11 192	280 0
16	10 72	0 140	29 48	700 0	41	4 14	0 55	11 110	273 45
17	9 127	0 132	27 130	658 237	42	4 0	0 54	11 32	266 192
18	9 48	0 124	25 267	622 64	43	3 131	0 53	10 232	260 134
19	8 121	0 118	24 162	589 138	44	3 118	0 52	10 175	254 157
20	8 58	0 112	23 96	560 0	45	3 106	0 51	10 107	248 256
21	8 0	0 107	22 64	533 96	46	3 94	0 50	10 42	243 138
22	7 92	0 102	21 64	509 26	47	3 83	0 49	9 268	238 86
23	7 44	0 97	20 83	486 275	48	3 72	0 48	9 208	233 96
24	7 0	0 93	19 128	466 192	49	3 62	0 47	9 151	228 164
25	6 104	0 90	18 192	448 0	50	3 52	0 45	9 96	224 0

Demi-secondes employées à remplir l'étalon.	Pouces & Lignes d'eau.	Muids & Pintes de Paris par minute.	Muids & Pintes de Paris par heure.	Muids & Pintes de Paris par 24 heures.	Demi-secondes employées à remplir l'étalon.	Pouces & Lignes d'eau.	Muids & Pintes de Paris par minute.	Muids & Pintes de Paris par heure.	Muids & Pintes de Paris par 24 heures.
51	3 42	0 44	9 43	219 175	81	2 11	0 28	5 219	138 78
52	3 33	0 43	8 280	215 128	82	2 7	0 28	5 199	136 166
53	3 24	0 42	8 232	211 92	83	2 3	0 27	5 179	134 271
54	3 16	0 41	8 185	207 118	84	2 0	0 27	5 160	133 96
55	3 8	0 40	8 140	203 183	85	1 141	0 27	5 141	131 220
56	3 0	0 39	8 96	200 0	86	1 137	0 26	5 123	130 134
57	2 136	0 38	8 54	196 141	87	1 134	0 26	5 105	128 212
58	2 129	0 38	8 13	193 29	88	1 131	0 26	5 87	127 78
59	2 122	0 37	7 262	189 239	89	1 128	0 25	5 70	125 243
60	2 115	0 37	7 224	186 192	90	1 125	0 25	5 53	124 128
61	2 109	0 36	7 187	183 174	91	1 122	0 25	5 37	123 22
62	2 102	0 36	7 152	180 186	92	1 119	0 25	5 21	121 213
63	2 96	0 35	7 117	177 221	93	1 116	0 24	5 5	120 124
64	2 90	0 35	7 84	175 0	94	1 113	0 24	4 278	119 43
65	2 84	0 34	7 52	173 244	95	1 110	0 23	4 263	117 52
66	2 78	0 34	7 20	169 200	100	1 98	0 22	4 192	112 0
67	2 73	0 33	6 278	167 47	105	1 87	0 21	4 128	106 92
68	2 68	0 33	6 249	164 198	110	1 76	0 20	4 [illegible]	101 236
69	2 63	0 32	6 220	162 92	115	1 67	0 20	4 [illegible]	97 113
70	2 58	0 32	6 192	160 0	120	1 58	0 19	3 256	92 96
71	2 53	0 31	6 165	157 215	125	1 50	0 18	3 211	89 173
72	2 48	0 31	6 139	155 160	130	1 42	0 17	3 170	86 266
73	2 43	0 30	6 113	153 122	135	1 35	0 16	3 132	88 277
74	2 39	0 30	6 88	150 245	140	1 29	0 16	3 96	80 0
75	2 34	0 30	6 64	149 96	145	1 23	0 15	3 63	77 70
76	2 30	0 29	6 40	147 102	150	1 17	0 15	3 32	74 192
77	2 26	0 29	6 18	145 131	155	1 12	0 15	3 3	72 74
78	2 22	0 28	5 283	143 24	160	1 7	0 14	2 264	70 0
79	2 18	0 28	5 261	141 222	165	1 3	0 14	2 238	67 253
80	2 14	0 28	5 240	140 0	168	1 0	0 13 1/3	2 224	66 192

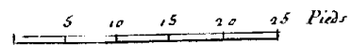
Minutes employées à remplir l'étalon.	Pouces & Lignes d'eau.	Muids & Pintes de Paris par minute.	Muids & Pintes de Paris par heure.	Muids & Pintes de Paris par 24 heures.
1	1 58	0 19	3 256	93 96
2	0 101	0 9	1 272	46 192
3	0 67	0 6	1 85	31 32
4	0 50	0 5	0 280	23 96
5	0 40	0 4	0 224	18 192
6	0 31	0 3	0 187	15 160
7	0 29	0 3	0 160	13 96
8	0 26	0 2	0 140	11 192
9	0 22	0 2	0 124	10 107
10	0 20	0 2	0 112	9 96
11	0 18	0 2	0 102	8 112
12	0 17	0 1	0 93	7 224
13	0 16	0 1	0 86	7 52
14	0 15	0 1	0 80	6 192
15	0 14	0 1	0 75	6 64
16	0 13	0 1	0 70	5 240
17	0 12	0 1	0 66	5 141
18	0 11	0 1	0 63	5 54
19	0 10	0 1	0 59	4 257
20	0 9	0 1	0 56	4 192
25	0 8	0 1	0 45	3 211
30	0 7	0 1	0 37	3 32
35	0 6	0 0	0 32	2 192
40	0 5	0 0	0 28	2 96
45	0 5	0 0	0 25	2 21
50	0 4	0 0	0 22	1 250
55	0 4	0 0	0 20	1 201
60	0 3 1	0 0	0 19	1 160

Heures employées à remplir l'étalon.	Pouces & Lignes d'eau.	Muids & Pintes de Paris par minute.	Muids & Pintes de Paris par heure.	Muids & Pintes de Paris par 24 heures.
1	0 3	0 0	0 19	1 160
2	0 2	0 0	0 9	0 224
3	0 1	0 0	0 6	0 150
4	0 1	0 0	0 5	0 112
5	0 $\frac{3}{5}$	0 0	0 4	0 90
6	0 $\frac{1}{2}$	0 0	0 3	0 75
7	0 $\frac{3}{7}$	0 0	0 3	0 64
8	0 $\frac{3}{8}$	0 0	0 2	0 56
9	0 $\frac{1}{3}$	0 0	0 2	0 50
10	0 $\frac{3}{10}$	0 0	0 2	0 45
11	0 $\frac{3}{11}$	0 0	0 2	0 41
12	0 $\frac{1}{4}$	0 0	0 2	0 37

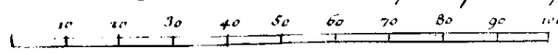
SECONDE TABLE

Pour connoître combien une Source donne d'Eau, ou de combien elle eſt de pouces, en obſervant la quantité de ſon écoulement, au moyen d'un Pendule à $\frac{1}{2}$ ſecondes, & d'un vaiſſeau ou Etalon de 13 pintes $\frac{1}{3}$, meſure de Paris.

Demi-ſecondes employées à remplir l'étalon.	Pouces & Lignes d'eau.		Demi-ſecondes employées à remplir l'étalon.	Pouces & Lignes d'eau.		Demi-ſecondes employées à remplir l'étalon.	Pouces & Lignes d'eau.		Demi-ſecondes employées à remplir l'étalon.	Pouces & Lignes d'eau.	
1	120	0	26	4	88	51	2	51	92	1	44
2	60	0	27	4	64	52	2	44	94	1	40
3	40	0	28	4	41	53	2	38	96	1	36
4	30	0	29	4	20	54	2	32	98	1	32
5	24	0	30	4	0	55	2	26	100	1	29
6	20	0	31	3	135	56	2	20	105	1	21
7	17	20	32	3	108	57	2	15	110	1	13
8	15	0	33	3	92	58	2	10	115	1	6
9	13	48	34	3	76	59	2	5	120	1	0
10	12	0	35	3	62	60	2	0	130	0	133
11	10	131	36	3	48	62	1	139	140	0	123
12	10	0	37	3	35	64	1	126	150	0	115
13	9	33	38	3	23	66	1	118	160	0	108
14	8	82	39	3	11	68	1	110	180	0	94
15	8	0	40	3	0	70	1	103	200	0	86
16	7	72	41	2	137	72	1	96	230	0	75
17	7	8	42	2	123	74	1	90	260	0	66
18	6	96	43	2	114	76	1	83	300	0	52
19	6	45	44	2	105	78	1	78	350	0	49
20	6	0	45	2	96	80	1	72	400	0	43
21	5	103	46	2	88	82	1	68	500	0	35
22	5	65	47	2	80	84	1	62	600	0	21
23	5	31	48	2	72	86	1	57	700	0	25
24	5	0	49	2	65	88	1	52	800	0	22
25	4	115	50	2	58	90	1	48	900	0	19



Echelle pour les hauteurs.



Echelle pour les Longeurs.

Fig. 1.

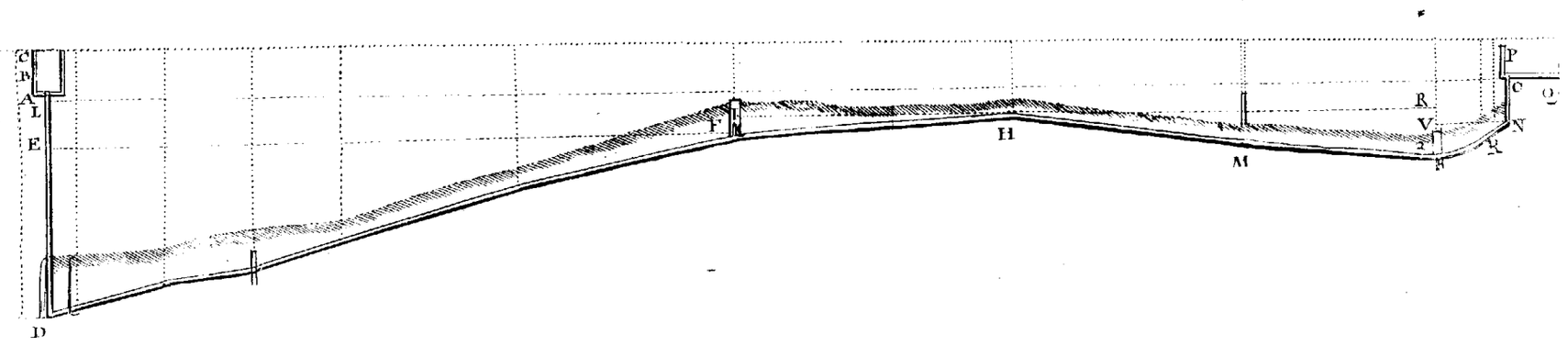
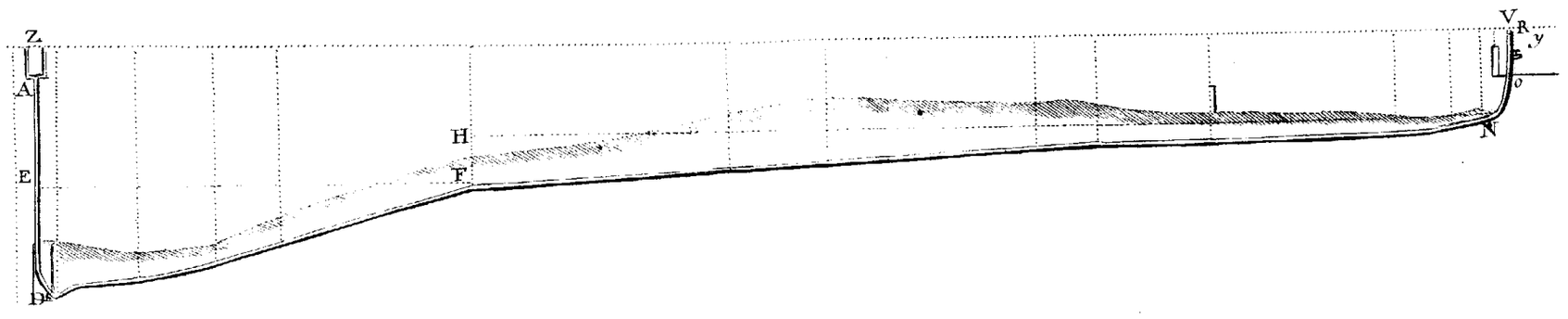


Fig. 2.



Simonneau Sculp.

Mem. de l'Acad. 1732. pl. 9. pag. 168.

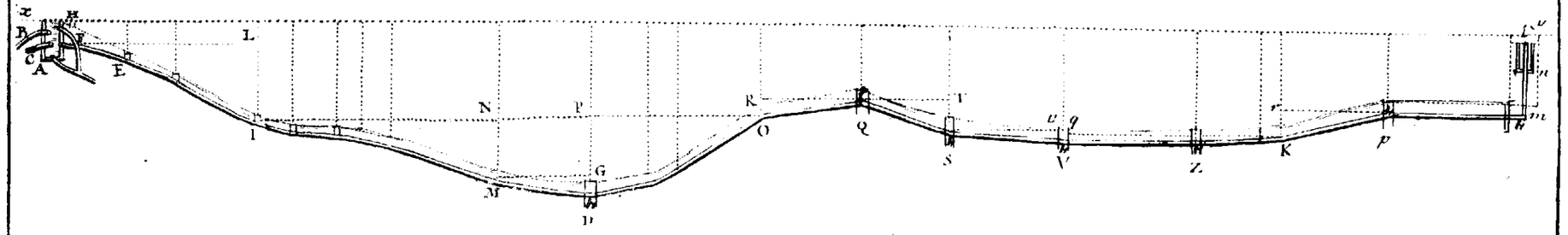
50 200 Pieds

Echelle pour les hauteurs

50 100 50 200 Toises.

Echelle pour les Longueurs.

Fig. 3.



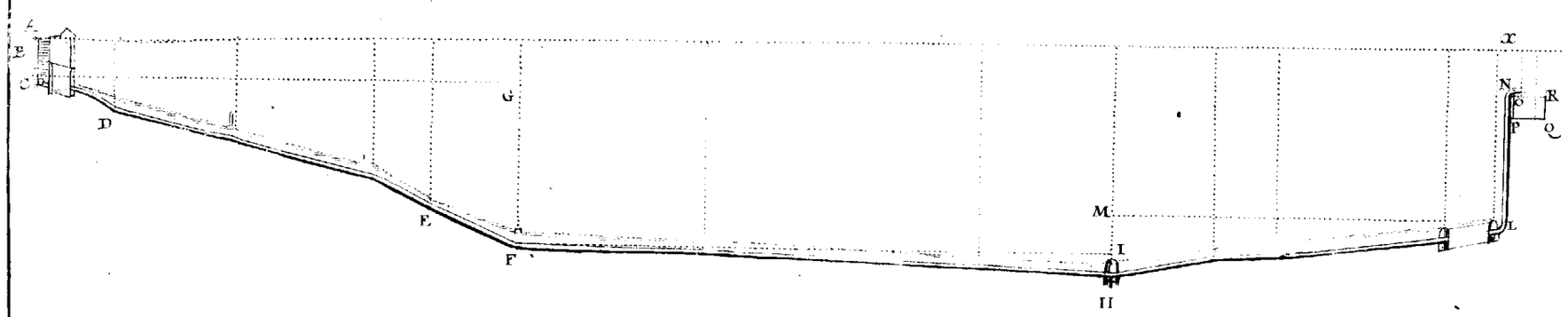
50 100 Pieds

Echelle pour les hauteurs.

50 100 250 200 Toises.

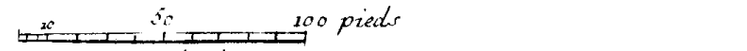
Echelle pour les Longueurs.

Fig. 4.

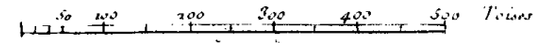


Simonneau Sculp.

Mem. de l'Acad. 1732. pl. 10. pag. 168.



Echelle pour les hauteurs



Echelle pour les Longueurs.

Fig. 6.

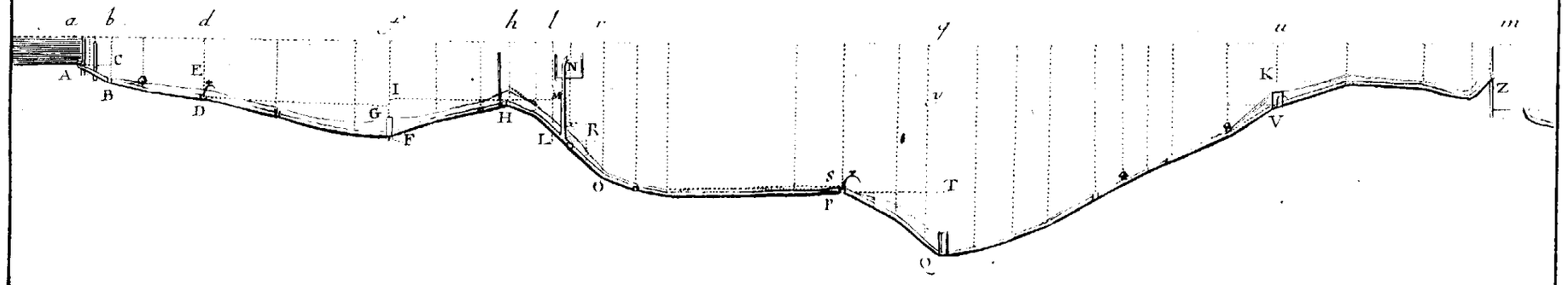


Fig. 7.

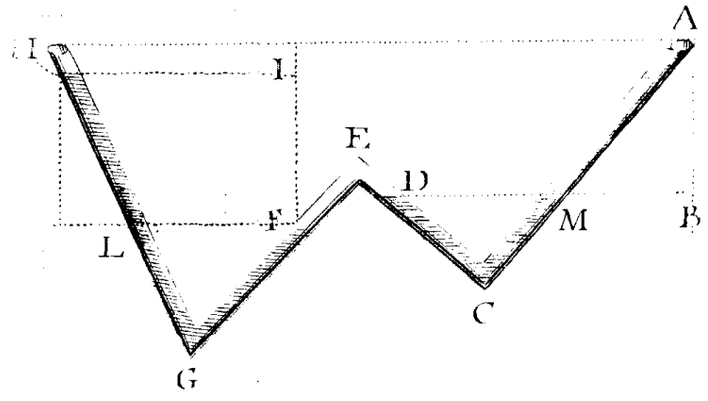
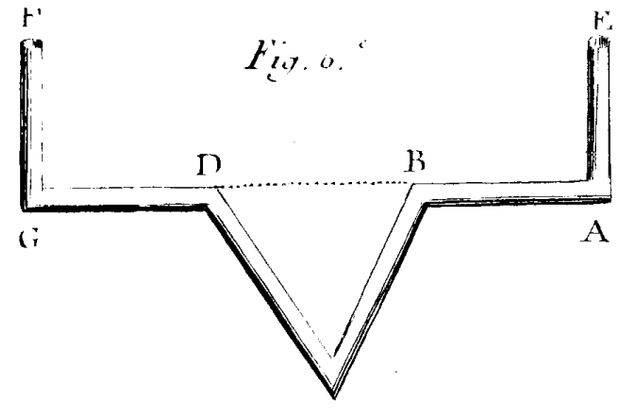


Fig. 8.



Simonneau Sculp.

SECOND MÉMOIRE SUR LA TEINTURE DES PIERRES.

Par M. DU FAY.

JE donnai à l'Académie en 1728 la maniére de faire pénétrer dans le Marbre, & dans la plûpart des Agathes, pluſieurs eſpeces de couleurs, mais il y en avoit quelques-unes qui me manquoient pour le Marbre, & d'autres qui s'employoient avec aſſés de difficulté, ſur-tout lorſqu'on vouloit faire des traits délicats, ou des parties blanches réſervées dans des taches colorées. Je remédierai à ces inconvénients dans ce Mémoire, & je donnerai la maniére de faire une belle couleur bleuë que je ne faiſois juſqu'à préſent qu'avec l'eſſence de thim circulée ſur l'eſprit volatil de ſel ammoniac, ce qui rendoit cette couleur fort chere, & il s'en falloit beaucoup qu'elle ne fût auſſi belle que celle que je donne aujourd'hui. 23 Avril 1732.

Il m'avoit auſſi été impoſſible de faire prendre aucune couleur ſur la Cornaline, & je vais donner le moyen d'y former les deſſeins les plus délicats, ſoit en blanc, & conſervant le fond rouge, ſoit en rouge ſur un fond blanc; c'eſt ce qui fait le ſecond objet de ce Mémoire.

Nous avons dit qu'on ſe ſervoit du ſang de dragon pour teindre le Marbre en rouge, mais lorſqu'on le veut employer ſur de grands morceaux, comme une table, une cheminée, &c. on trouve quelque difficulté à le tenir diſſous dans l'eſprit de vin, il s'amaſſe en grumeaux, le pinceau s'empâte, & il devient fort difficile à employer. Pour y remédier, il faut pulvériſer le ſang de dragon, & le mettre dans un mortier d'agathe ou de verre; on y verſera un peu d'eſprit de vin, le broyant de temps en temps avec le pilon, & remettant

de l'eſprit de vin à meſure qu'il s'évapore ; de cette maniére il s'employe très-facilement avec le pinceau, & on peut faire les traits auſſi déliés qu'on le peut deſirer. Cette façon eſt très-bonne pour faire un rouge foncé, tel qu'il ſe rencontre ſouvent dans le marbre ; mais ſi l'on vouloit un rouge beaucoup plus beau, il faudroit mettre dans une cuilliere d'argent un peu de ſang de dragon pulvériſé, verſer de l'eſprit de vin deſſus, & poſer la cuilliere ſur des charbons allumés ; on prendra enſuite avec le pinceau la partie la plus pure de cette diſſolution qui s'éleve contre les parois de la cuilliere, & on l'appliquera ſur le marbre ; on remettra de nouvel eſprit de vin à meſure qu'il s'évapore, & on continuëra juſqu'à ce que le ſang de dragon ne fourniſſe plus de teinture, c'eſt une preuve qu'il ne reſte plus que la partie terreſtre qui ne ſert qu'à rendre la couleur plus obſcure.

La gomme gutte s'employe de même avec l'eſprit de vin pour le jaune, mais avec plus de facilité, & lorſque l'une & l'autre de ces couleurs ſont appliquées ſur le marbre froid, on porte la piéce dans un four de boulanger, après que le pain en eſt ôté, & on l'y laiſſe juſqu'à ce que les couleurs ſoient pénétrées, ce qui ſe connoît par quelque petit morceau de marbre ſur lequel on aura mis les mêmes couleurs, & qu'on retirera de temps en temps pour voir en quel état elles ſont.

On peut faire avec le ſang de dragon un rouge brun, ou une couleur fort approchante du marbre rance, en y mêlant un peu de poix noire, on variera ces deux nuances autant qu'on le voudra, en changeant la proportion de ces deux matiéres ; la poix ſeule diſſoute dans l'eſprit de vin donnera un jaune-brun, ou une couleur de tabac foncée.

Si l'on veut maintenant réſerver des traits ou des veines blanches dans ces ſortes de couleurs, voici la maniére de le faire avec beaucoup de facilité ; on prendra du blanc d'Eſpagne, ou quelque autre matiére terreuſe que l'on délayera dans de l'eau avec un peu de gomme, & on en mettra avec le pinceau dans tous les endroits que l'on veut conſerver

blancs; cet enduit empêchera la couleur de toucher au marbre, quoiqu'on paſſe le pinceau par deſſus, & les parties couvertes de la ſorte demeureront blanches. On peut encore faire la même choſe, en collant ſur le marbre du papier découpé ſur les parties que l'on veut réſerver.

On trouvera dans mon premier Mémoire les couleurs qui ſe doivent employer lorſque le marbre vient d'être tiré du four, & qu'il eſt encore chaud. Voici maintenant celles qu'il ne faut appliquer que lorſqu'il eſt entiérement refroidi.

Quoique le ſang de dragon ne ſe diſſolve qu'imparfaitement dans l'eſprit de vin, & que la plus grande partie reſte au fond du vaiſſeau en eſpece de pâte, il ne laiſſe pas de lui donner une couleur rouge aſſés foncée, cette teinture employée à froid ſur le marbre fait un couleur de chair vif & aſſés beau; ſi le marbre étoit encore un peu chaud, la couleur en ſeroit plus foncée, enſorte qu'avec le ſang de dragon l'on peut avoir toutes les nuances de rouge depuis la plus foncée, en y mêlant, comme nous l'avons dit, un peu de poix, juſqu'à la plus claire, en appliquant ſa diſſolution ſur le marbre abſolument froid. Plus on voudra que le rouge ait de vivacité, plus il faudra avoir d'attention à choiſir le plus beau ſang de dragon; celui de tous qui fait le rouge le plus éclatant eſt celui qui eſt en larmes, mais il eſt difficile d'en trouver, & on ſe peut ſervir en ſa place de celui des Canaries, qui eſt beaucoup plus beau que celui que l'on appelle des Iſles de S.t Laurent, & qui eſt enveloppé dans des feuilles de roſeau.

Cette couleur employée de la ſorte, ne pénétre pas ſi avant que lorſque le marbre eſt chaud, mais il n'y a rien de moins important, car pourvû que l'on puiſſe poncer le marbre, & le polir parfaitement ſans enlever la couleur, il eſt indifférent qu'elle s'étende plus profondément dans le marbre, d'autant plus qu'il eſt impoſſible de former des veines déliées avec une couleur qui pénétre beaucoup, parce qu'elle s'étend également, & abbreuve le marbre en tous ſens; c'eſt ce qui arrive à la couleur bleuë que j'ai cherchée long-temps, & que

je n'aurois peut-être jamais trouvée, ſi je n'en avois vû entre les mains du S.r Dropſy, Marbrier, qui avoit fait venir de cette compoſition d'Angleterre, où cette pratique eſt connuë de quelques perſonnes. J'ignore ſi celle d'Angleterre eſt la même que quelqu'une de celles que je vais décrire, mais que cela ſoit ou non, elles y reſſemblent fort, & donnent les mêmes couleurs ſur le marbre. Voici de quelle maniére ſe fait celle que j'ai trouvée la premiére.

Je prends ſix parties d'urine & une de chaux éteinte à l'air, je fais bouillir le tout dans un matras pendant une heure, & je laiſſe enſuite refroidir la liqueur, & précipiter la chaux, je verſe par inclination cette leſſive dans un autre vaiſſeau pour la conſerver; je mets dans un matras un peu de cette leſſive avec du tourneſol en poudre à volonté, on voit aſſés que la couleur ſera plus ou moins foncée ſuivant la quantité de tourneſol; je mets le tout en digeſtion pendant quelques heures, & ſi je veux que la couleur tire un peu plus ſur le pourpre, je la fais bouillir, enſorte que je puis varier les nuances de cette couleur en mettant plus ou moins de tourneſol, & en le faiſant bouillir ou digérer plus ou moins long-temps avec le diſſolvant.

Je l'ai fait encore d'une autre maniére, en faiſant diſſoudre le tourneſol dans de l'eſprit volatil d'urine; la nuance change de même ſuivant la quantité de tourneſol & le temps qu'on le laiſſe en digeſtion.

Quelque temps après avoir fait ces expériences, j'ai fait la même couleur encore plus belle, & avec plus de facilité, avec l'orſeille des Canaries, qui eſt une matiére d'un grand uſage dans la teinture; on ne fait ſimplement que la délayer dans l'eau & la mettre ſur le marbre; on rend la couleur plus ou moins foncée, en la laiſſant plus ou moins de temps ſur le marbre, & y en remettant à meſure qu'elle ſe séche, la couleur devient très-belle en moins de vingt-quatre heures, & pénétre très-avant. J'ai fait la même choſe en diſſolvant l'orſeille dans une leſſive de chaux & d'urine, mais il vaut mieux ne faire que la délayer dans l'eau commune, comme nous

venons de le dire, parce que cela altere moins la qualité du marbre.

Si l'on ſe ſert de l'orſeille d'herbe ou des Canaries préparée à l'ordinaire, c'eſt-à-dire, avec la chaux & l'urine, ou quelques autres ingrédients ſemblables, la couleur ſera plûtôt violette que bleuë ; mais pour avoir un vrai bleu, il faut qu'elle ſoit préparée avec du jus de citron, & il n'y a point à craindre que cet acide endommage le marbre, parce qu'il eſt entiérement émouſſé & abſorbé, lorſqu'il a été travaillé avec l'orſeille aſſés long-temps pour la faire venir en couleur.

Pour employer cette couleur, il faut que le marbre ſoit entiérement froid ; on la met avec le pinceau, mais comme nous venons de remarquer qu'elle s'étend beaucoup, on ne la peut employer qu'à faire de grandes veines qui ne ſont pas bien exactement terminées, à moins qu'elles ne touchent immédiatement des parties colorées avec le ſang de dragon ou la gomme gutte, auquel cas elle s'arrête. On la contient auſſi avec la cire, ſoit colorée, ainſi que je l'ai dit dans mon premier Mémoire, ſi l'on veut les veines colorées, ſoit blanche, ſi l'on veut que les veines demeurent blanches, ce qui ſe peut executer avec aſſés de préciſion.

Si cette couleur a l'inconvénient de s'étendre plus qu'on ne veut, elle a deux avantages très-conſidérables ; le premier eſt qu'elle eſt d'une grande beauté, & même au deſſus de tout ce qui ſe peut rencontrer naturellement dans le marbre ; l'autre eſt qu'on peut la paſſer ſur les veines de rouge, de brun & de jaune ſans qu'elle les endommage, & qu'ainſi elle eſt extrêmement facile à employer. Il me ſemble qu'on pourroit ſoupçonner cette couleur de n'être pas des plus ſolides, parce que le tourneſol & l'orſeille changent fort vîte, & pâliſſent à l'air ; cependant j'ai vû des morceaux de marbre teints de la ſorte depuis plus de deux ans ſans qu'ils ayent ſouffert aucune altération ſenſible, au lieu que le ſafran, le roucou, & quelques autres matiéres dont j'ai parlé dans mon premier Mémoire, perdoient en peu de jours une grande partie de leur couleur ; d'où l'on peut conclure que ſi cette

teinture n'eſt pas auſſi ſolide que le rouge & le jaune, elle ne laiſſera pas de conſerver fort long-temps ſa beauté & ſon éclat.

Je dois néantmoins faire encore une obſervation, c'eſt que cette couleur qui pénétre extraordinairement le marbre, & quelquefois de plus d'un pouce, le rend un peu plus tendre & plus friable qu'il n'étoit auparavant, lorſqu'on ſe ſert de la leſſive de chaux & d'urine. Cet inconvénient ne mérite aucune attention, lorſqu'on ne veut faire que des taches ou quelques veines bleuës; mais ſi l'on vouloit teindre toute une table de cette couleur, & la rendre extrêmement foncée, en y remettant pluſieurs couches, il ſeroit à craindre qu'on ne la rendît par-là plus facile à rompre en la chargeant, car il m'a ſemblé que le marbre que j'avois extrêmement pénétré de cette teinture, ſe caſſoit plus facilement qu'auparavant: mais il n'en peut jamais rien arriver de mal dans des piéces ſolides comme des cheminées, ou lorſqu'on ne voudra pas les teindre entiérement de cette couleur, ou lorſqu'on n'employera que l'orſeille ſimplement diſſoute avec l'eau commune.

J'ai remarqué auſſi qu'après avoir retiré du four des piéces de marbre un peu grandes, & fort minces, elles ſe courboient, ou ſe voiloient un tant ſoit peu, ſi l'on les laiſſoit refroidir poſées contre une muraille, comme on a coûtume de les placer, à moins qu'on n'eût l'attention de les mettre abſolument de champ, c'eſt-à-dire, de leur donner très-peu de pied; cela n'eſt point arrivé à des tables ordinaires, de quelque grandeur qu'elles fuſſent, mais il eſt toûjours bon d'avertir que cela peut quelquefois arriver lorſque les piéces ſont très-minces, & que par conſéquent il y faut faire attention.

Je ne crois pas qu'il reſte rien à déſirer ſur cette matiére, ſi ce n'eſt le noir parfait auquel je ne vois pas d'apparence qu'on puiſſe jamais parvenir, par les raiſons que j'ai dites en 1728. A l'égard de toutes les autres couleurs, nous les avons maintenant, & ſi je ne ſuis pas entré dans le détail des nuances qui réſultent de ces couleurs principales ou matrices, c'eſt que l'uſage l'apprendra en très-peu de temps à

ceux qui voudront ſe donner la peine d'y travailler. D'ailleurs l'effet n'eſt pas toûjours préciſément le même, il peut varier ſuivant la dureté du marbre, la groſſeur ou la fineſſe de ſon grain, les veines qui s'y peuvent rencontrer, enfin diverſes autres circonſtances qu'il eſt impoſſible d'examiner ſéparément, & qui jetteroient dans un détail très-inutile, puiſqu'il importe fort peu de donner exactement une nuance plûtôt qu'une autre qui en ſeroit fort approchante, à moins qu'on n'entreprît de faire des fleurs, des animaux, ou d'autres ornements, ce qui ſeroit bien plus difficile encore par le deſſein que par les couleurs, à cauſe que la plûpart s'étendent beaucoup, & ſe terminent trop confuſément pour pouvoir en former un deſſein dont la délicateſſe puiſſe être comparée aux ouvrages de marbres de rapport; ainſi cela ne pourroit leur reſſembler qu'imparfaitement; au lieu qu'en ne faiſant que des veines, ou des taches ſemées au hazard, on imitera auſſi exactement que l'on le voudra les marbres les plus précieux & les plus rares. Ceci n'étant qu'une ſuite de mon premier Mémoire, je dois y renvoyer pour pluſieurs circonſtances que j'obmets actuellement, & qui y ſont amplement détaillées. Voici maintenant ce que j'ai promis à l'égard des Cornalines; je l'avois cherché fort inutilement, lorſque je travaillois ſur la teinture des Pierres fines, & le hazard me l'a fait trouver au moment que j'y penſois le moins.

Il m'eſt tombé pluſieurs fois entre les mains des Cornalines ſur leſquelles il y avoit un mot ou quelques lettres d'une écriture blanche, & qui reſſembloit à de l'Émail; j'en ai même vû une faite depuis très-peu de temps par le S.r Barrier, l'un des plus habiles ouvriers que nous ayons pour la gravure des Pierres, ſur laquelle étoit un petit chariot avec trois figures, le tout blanc ſur un fond rouge. Cela me parut être la même ſorte d'ouvrage, & j'imaginai que cela pouvoit être fait de la même façon que l'on émaille les Grenats Syriens, ce qui ſe pratique très-communément, ſur-tout en Allemagne. La maniére dont on les travaille eſt fort ſimple; on les grave, on remplit d'émail pulvériſé la gravure, & ayant fait fondre

à l'ordinaire l'émail ſous une mouffle, on repolit la pierre, ce qui ne lui laiſſe aucun relief, & l'émail paroît ne plus faire qu'un même corps avec la pierre. Je crûs qu'on pouvoit peut-être s'y être pris de la même maniére pour ces ſortes de Cornalines, & je réſolus de l'eſſayer. Je pris une Cornaline gravée, j'emplis d'émail blanc pulvériſé le creux de la gravure, & ayant poſé la pierre ſur une longue lame de fer, je la mis ſous une mouffle bien échauffée, & j'eus l'attention de ne l'approcher du lieu de la plus grande chaleur que peu à peu, afin que s'échauffant inſenſiblement, elle fût moins en riſque de ſe caſſer; je la laiſſai trois ou quatre minutes en cet état, & voyant que la plaque de fer commençoit à rougir, je la retirai vers l'entrée de la mouffle pour voir ſi la Cornaline avoit pû ſoûtenir ce degré de chaleur ſans ſe caſſer, ou perdre ſa couleur, je n'y trouvai point de changement ſenſible; je la replaçai donc, & l'y ayant laiſſée un peu plus long-temps, j'entendis quelque petillement qui me fit juger que la pierre ne pouvoit pas ſoûtenir un plus grand degré de chaleur, je la retirai, & la laiſſai refroidir à l'entrée du fourneau pour ne la pas expoſer ſubitement à l'air froid, je trouvai que mon émail n'étoit point du tout fondu, & l'ayant jetté pour voir quel changement il étoit arrivé à la pierre, je trouvai le fond de la gravure blanc, quoique le champ de la pierre fût demeuré rouge, je crûs que c'étoient les parties les plus fixes de la poudre d'émail qui y étoient demeurées attachées, j'en fis une empreinte avec la cire molle pour enlever cette poudre, mais c'étoit la pierre même qui étoit blanchie dans les endroits où l'émail avoit touché.

Je fus extrêmement ſurpris de voir que cet émail, ſans être fondu, eût pû communiquer ſa couleur à la pierre. J'eſſayai de faire la même choſe ſur une Cornaline qui n'étoit point gravée; je poſai deſſus, de l'émail en poudre ſuivant un deſſein groſſier, & je la mis ſous la mouffle de même que la premiére; je la retirai au bout de quelques minutes, avant qu'elle fût parvenuë à ce degré de chaleur qui avoit occaſionné quelques fêlures dans la premiére, & je trouvai que la partie qui avoit

été

été couverte d'émail étoit devenuë blanche, le reſte étant demeuré rouge. Je vis bien que ce ne pouvoit pas être un effet de la couleur de l'émail, la chaleur ayant été trop peu conſidérable pour qu'il s'en fût rien détaché qui eût pû pénétrer la pierre. Je jugeai donc que l'émail n'avoit fait en cette occaſion que ce qu'auroit fait toute autre matiére terreuſe que l'on eût appliquée ſur la pierre, & qu'il avoit ſeulement occaſionné plus de chaleur dans les endroits qui en avoient été couverts, que le reſte de la pierre n'en avoit éprouvé par l'air échauffé de l'intérieur de la moufle.

Je travaillai en conſéquence de ce raiſonnement, & ayant délayé du blanc d'Eſpagne avec un peu d'eau gommée, j'en formai des deſſeins ſur une Cornaline, je la plaçai ſous la moufle à l'ordinaire, & l'ayant retirée au bout de quelques minutes, je trouvai que tous les endroits qui avoient été couverts étoient blancs, & qu'ainſi je ne m'étois pas trompé dans ma conjecture. J'eſſayai diverſes autres matiéres terreuſes qui me réuſſirent également bien. Je ne ſongeai plus alors qu'à en trouver quelqu'une qui s'employât avec plus de facilité que les autres, & avec laquelle on pût faire des traits auſſi délicats qu'on le pouvoit deſirer. Le colcothar ou vitriol calciné fut ce qui me réuſſit le mieux, il s'employe avec la derniére facilité, & on peut former les traits auſſi délicats qu'on le juge à propos; il ne faut pas pour cet effet prendre le colchotar ordinaire, parce qu'il eſt calciné inégalement, & qu'il ſe forme quelquefois des grumeaux, mais il faut calciner de la couperoſe verte dans un grand creuſet large, & remuer ſans ceſſe avec une verge de fer, ou ſpatule, afin qu'il prenne par-tout une couleur rouge uniforme, & il faut ceſſer la calcination avant qu'il noirciſſe. Pour l'avoir encore plus net & plus fin, on le délayera avec de l'eau, & l'ayant un peu agité, on le verſera par inclination, enſorte qu'il ne paſſera avec l'eau que les parties les plus déliées; on laiſſera enſuite repoſer cette eau, & la verſant de nouveau par inclination, ou la filtrant, on trouvera au fond le vitriol calciné en

poudre impalpable, on le fera ſécher, & pour s'en ſervir on le délayera dans une coquille avec un peu d'eau gommée.

Lorſque je m'étois ſervi de matiéres plus difficiles à employer, le trait étoit ſouvent plus épais en des endroits qu'en d'autres, parce que la matiére ne coulant pas facilement, il étoit preſque impoſſible de la rendre par tout de même hauteur; je remarquai que ces endroits où il s'étoit trouvé plus de matiére, étoient, après avoir été retirés de deſſous la mouffle, d'un blanc plus mat que les autres; cela me fit venir l'idée d'un travail plus recherché, dans lequel je reconnus qu'un habile ouvrier pourroit réuſſir parfaitement. Je deſſinai avec le colcothar une tête ſur une Cornaline, & je couvris tout le dedans ou l'intérieur du trait d'une couche de cette même matiére, la plus égale que je pûs, je la laiſſai ſécher, & je traçai enſuite l'œil, la narine, la bouche, & les plis d'un voile dont elle étoit coëffée, avec la même matiére, enſorte que ces parties en étoient plus chargées que le reſte, je trouvai même ce travail beaucoup plus facile que je ne l'aurois crû. Je la laiſſai ſécher, & la plaçai ſous la mouffle; l'événement fut tel que je l'avois prévû, les parties qui avoient été plus chargées de matiére, ſe trouverent d'un blanc plus mat que le reſte, enſorte qu'il ne faut qu'une main habile pour faire un ouvrage de cette nature auſſi parfait qu'on le peut deſirer.

J'ai fait la contre-partie de ce même travail, qui m'a également bien réuſſi, c'eſt-à-dire, que j'ai couvert de colcothar tout le champ de la Cornaline, & qu'avec la pointe d'une aiguille je l'ai enlevé, ſuivant un deſſein qui eſt demeuré rouge, tandis que le champ eſt devenu blanc à l'ordinaire. Les ouvrages faits de cette maniére, peuvent être encore beaucoup plus délicats que les autres; car quelque fin que ſoit le trait que l'on peut faire avec le pinceau, ceux que l'on fait avec la pointe d'une aiguille le ſont encore plus, & quelque déliés qu'ils ſoient, ils ſe diſtinguent parfaitement, & demeurent rouges ſur un fond blanc. Il eſt vrai qu'on ne peut pas

varier les nuances de ce rouge comme nous venons de voir qu'on le peut faire, lorſque le champ demeure rouge, & que les deſſeins ſont blancs; mais il peut bien ſe faire que l'on porte dans la ſuite cet ouvrage à un plus haut degré de perfection, par pluſieurs découvertes que l'uſage ne ſçauroit manquer de faire naître; ainſi je me contenterai d'avoir indiqué la voye qu'il faut ſuivre pour y parvenir. Il nous reſte maintenant à parler du choix des pierres qui peuvent être employées à cette ſorte de travail.

Toutes les Cornalines n'y ſont pas également propres; celles qui ont des veines inégalement foncées ne ſçauroient réuſſir, parce que les veines les plus colorées blanchiſſent plus promptement que les autres, & par conſéquent rendent le deſſein défectueux. Les pierres d'un rouge pâle ne font pas bien encore, parce qu'elles perdent une partie de leur couleur, étant chauffées; ainſi il n'y a que les Cornalines d'un rouge foncé & égal qui ſoient propres à ce travail; ce ſont celles que l'on nomme communément *Cornalines de vieille roche,* elles ſoûtiennent la chaleur ſans ſe caſſer, & blanchiſſent fort également dans les endroits qui ſont couverts de l'enduit terreux. J'ai cependant vû quelquefois des Cornalines communes réuſſir aſſés bien, mais ce n'a été qu'après en avoir eſſayé un grand nombre, dont la plûpart ſe caſſent, & les autres blanchiſſent inégalement, au lieu que celles de vieille roche ne ſont ſujettes à aucun de ces inconvénients.

On jugera aiſément que je ne m'en ſuis pas tenu à la ſeule Cornaline pour faire ces ſortes d'épreuves, je l'ai eſſayé ſur l'Agathe blanche ou Calcedoine, ſur la Sardoine, ſur l'Agathe noire, ſans aucun ſuccès. La Calcedoine blanchit à une très-petite chaleur, mais également par-tout, tant ce qui eſt couvert de l'enduit, que ce qui ne l'eſt point, il n'y a que les veines qui s'y rencontrent, qui, quoiqu'imperceptibles dans l'état naturel, y cauſent quelque inégalité de couleur. L'Agathe noire ſouffre la plus vive chaleur ſans changer de couleur.

La Cornaline blanche, qui eſt une pierre fort dure,

tranſparente & laiteuſe, devient aſſés promptement d'un blanc opaque, elle ſoûtient long-temps la chaleur ſans ſe caſſer. J'ai voulu eſſayer quel effet feroit dans ces circonſtances la diſſolution d'argent, & j'en ai formé des traits ſur la pierre; ils ſont devenus jaunes par la calcination. La même liqueur a fait des taches brunes ſur la Cornaline, enſorte qu'on s'en pourroit ſervir pour marquer des ombres dans l'ouvrage dont nous avons parlé; mais cela ſeroit d'une execution difficile, parce que cette couleur s'étend un peu, & qu'on n'en peut pas former des traits à beaucoup près auſſi déliés que ceux que l'on peut faire avec le colchotar.

Les autres Agathes, Jaſpes ou pierres dures que j'ai eſſayées, n'ont pris aucune couleur, ou l'ont priſe également par-tout, enſorte que celles dont je viens de parler, ſont les ſeules dont on ſe puiſſe ſervir pour cette ſorte de travail.

Je n'ai pas crû qu'il fût néceſſaire de pouſſer plus loin cette découverte; premiérement, parce que cet objet n'eſt qu'une ſimple curioſité, qui n'aura plus aucun mérite dès qu'elle ſera connuë. Secondement, il auroit fallu un grand nombre d'expériences pour porter ce travail à ſa perfection, & le premier ouvrier qui voudra s'en donner la peine, y parviendra peut-être avec plus de facilité que moi. Enfin j'en ai dit aſſés pour détromper, ou du moins pour jetter dans le ſoupçon ceux qui n'ayant aucune connoiſſance de cette pratique, pourroient prendre pour naturels des accidents qu'il eſt très-facile de former ſur la plûpart des pierres dures, comme on le voit, tant dans mon premier Mémoire que dans celui-ci.

A l'égard de la teinture des Marbres, l'objet en eſt plus important; il ſe trouve ſouvent des taches blanches difformes dans les Marbres les plus précieux, on peut colorer ces taches dans le goût du reſte du Marbre, & remédier par-là à un inconvénient très-ordinaire, & très-deſagréable.

On peut auſſi avec le Marbre blanc imiter dans la derniére perfection les Marbres les plus rares. On m'objectera que le Marbre blanc lui-même n'eſt pas commun, & qu'ainſi ces

ſortes de marbres ſeront toûjours chers ; mais ſi le marbre d'un blanc parfait, ſans veines & ſans taches eſt rare, il n'en eſt pas de même de celui qui eſt d'un blanc ſale, taché de jaune, ou qui a quelque autre défaut, il ne s'en rencontre que trop ſouvent, & on ne ſçait à quel uſage employer cette ſorte de marbre : nous avons maintenant le moyen de nous ſervir de ces marbres défectueux, qui ſont encore plus propres à être colorés que ceux qui ſeroient d'un blanc parfait, parce que les veines ou les taches qui s'y rencontrent naturellement font de nouveaux accidents qui peuvent déterminer la façon de placer les couleurs, & qui cauſent dans les nuances une variété qui ne peut être qu'agréable, & contribuer à une imitation plus parfaite du marbre coloré naturellement.

DESCRIPTION ET USAGE D'UN METROMETRE, OU MACHINE

Pour battre les Mesures & les Temps de toutes sortes d'Airs.

Par M. D'ONZEMBRAY.

23 Avril 1732.

QUOIQUE la Musique soit fort ancienne, & que chaque Air ait toûjours renfermé en soi une quantité de mesures, & que chaque mesure ait été subdivisée en une quantité de parties égales, il seroit impossible de déterminer aujourd'hui le goût des Anciens d'avec celui des Modernes, faute de pouvoir être certain du temps qu'ils employoient pour chaque mesure. Il est cependant hors de doute que chaque compositeur a toûjours eu grande attention à faire executer sa musique plus ou moins vivement, suivant le goût qu'il a eu; mais il n'a pû le transmettre à la postérité, n'ayant pas imaginé une machine avec laquelle on pût constater la juste durée des Mesures & des Temps des Airs de Musique. C'est ce qu'on peut faire aisément par les vibrations du Pendule; car comme on peut augmenter ou diminuer la durée de chaque vibration en allongeant ou raccourcissant le Pendule, on peut connoître quelle longueur il faut lui donner, pour que chaque vibration batte juste la mesure d'un air proposé, ou que chaque vibration batte les temps de ce même air. Alors tous les Musiciens connoîtront la durée des Mesures & des Temps des Airs, elles ne seront plus altérées, & se conserveront à l'avenir. Ce moyen de diviser le temps en parties égales par un Pendule mis en mouvement, a été découvert par Galilée, & on a trouvé depuis qu'un Pendule de 3 pieds 8 lignes $\frac{1}{2}$, faisant 3600 vibrations en une heure,

battoit la ſeconde, & on s'en ſert utilement pour les Pendules.

Le S.r Loulier, qui étoit de la Muſique de Mademoiſelle de Guiſe, & qui a imaginé la maniére de régler le papier de Muſique avec des Pattes, a crû pouvoir profiter de cette découverte pour conſtater la durée de la meſure de toutes ſortes d'Airs. Il eſt à préſumer que s'il eût vêcu plus long-temps, il auroit tâché de corriger les défauts de la Machine que j'ai eûë à ſon inventaire.

Perſuadé de l'utilité qu'on en peut retirer, j'ai cherché non ſeulement à la perfectionner, mais auſſi à en rendre l'uſage plus étendu, & par conſéquent plus utile; c'eſt ce que je me propoſe de faire dans ce Mémoire. Nous le diviſerons en trois Parties.

Dans la premiére, nous donnerons la deſcription du Métrometre & de ſes uſages pour donner très-aiſément telle longueur que l'on voudra au Pendule, afin que ſes vibrations ſoient de la valeur des meſures ou des temps de ces mêmes meſures, telle qu'on voudra la déterminer.

Dans la ſeconde Partie, nous donnerons les regles pour trouver les juſtes longueurs qu'il faut donner au Pendule, afin que les vibrations ſoient de telle durée qu'on voudra, & nous y joindrons une Table de toutes les longueurs du Pendule, en pieds, pouces, lignes & points, pour les différentes durées des vibrations de demi-tierce en demi-tierce juſqu'à 180 demi-tierces, ou une ſeconde & demie.

Enfin dans la 3.me Partie, nous donnerons les durées en demi-tierces des meſures, & même des temps des Airs caractériſés de M. Lulli, & d'autres fameux Muſiciens, qui guideront les Compoſiteurs modernes, & ils connoîtront les avantages de notre Métrometre par l'application que nous en ferons.

PREMIE'RE PARTIE.

Deſcription du Métrometre.

Comme il eſt juſte de rendre aux premiers Inventeurs toute la juſtice qui leur eſt dûë, nous commencerons par la deſcription de la Machine du S.r Loulier.

AB eſt un montant vertical de près de 6 pieds $\frac{1}{2}$ de longueur, percé de 72 trous de pouce en pouce en 5 pieds de longueur.

F eſt une traverſe de fer attachée au montant *AB*, laquelle eſt percée de deux trous *D*, *E*, par où paſſe la corde *C*, à un bout de laquelle eſt une boule *G*, & à l'autre bout eſt une cheville *H* que l'on met dans un des trous du montant. Il eſt aiſé de voir qu'en changeant la cheville *H* de trou, on allonge ou on raccourcit le Pendule, ce qui retarde ou accélere ſes vibrations.

L'on ne peut ſe ſervir de cette Machine pour la Muſique, par les défauts qui s'y trouvent.

1.° Les trous étant percés à diſtances égales, la durée des vibrations ne donne pas une valeur connuë en partie de ſeconde ou en tierces.

2.° Quand même on auroit remédié au défaut ci-deſſus, on ne peut que bien difficilement juger à la vûë du commencement & de la fin de chaque vibration, qu'il eſt important d'avoir avec préciſion.

3.° Le Muſicien ne pourroit jouer que par cœur ſa Muſique, puiſqu'il eſt obligé d'avoir les yeux continuellement ſur la Machine.

Le Métrometre dont je vais donner la deſcription, remédie à tous ces inconvénients, puiſque les vibrations ont la durée préciſe d'autant de tierces & de demi-tierces que l'on ſouhaite.

Que l'oreille eſt avertie du commencement & de la fin de chaque vibration.

Et que le Muſicien a la vûë libre pour regarder ſa Muſique, ſans être préoccupé du mouvement d'un poids au bout d'une corde.

Deſcription de notre Métrometre.

Les deux montants verticaux *A*, *B*, & *C*, *D*, ont chacun environ 5 pieds de hauteur; ils ſont ſoûtenus par quatre vis pour les mettre aiſément perpendiculaires à l'horiſon.

Sur

Sur ces deux montants eſt une Pendule *E*, dont les battements du rocher ſe font entendre diſtinctement, ainſi on connoît par l'oreille le commencement & la fin de chaque vibration.

La lentille *P* du Pendule eſt attachée à un ruban *P, H,* large de 5 à 6 lignes, lequel lui ſert de verge; ce ruban s'enveloppe autour de la bobine *H,* dont l'axe porte une autre bobine *G* de pareil diametre, ſur laquelle s'enveloppe un pareil ruban *G, I,* mais en ſens contraire du premier; enſorte que quand on développe ou qu'on tire le ruban *GI,* le ruban *P, H,* s'enveloppe, ce qui diminuë la longueur du Pendule; ſi au contraire on vient à lâcher le bout *I,* le ruban *I, G,* s'enveloppant, fait développer le ruban *P, H*, ce qui allonge le Pendule; ainſi on peut par ce moyen allonger ou raccourcir le Pendule à volonté, promptement & ſans qu'il s'arrête; & pour cet effet le bout *I* du ruban tient à un index *L* qui ſe fixe aiſément le long du montant *C, D,* par le moyen de deux pointes pouſſées par un double reſſort dans les trous qui ſont le long de ce montant, & qui ſont faits pour allonger ou raccourcir le Pendule par demi-tierces; l'on a fait des trous pour marquer 76 demi-tierces, ſçavoir depuis 30 juſqu'à 68 tierces. Je crois qu'il eſt néceſſaire de décrire la maniére dont nous nous y ſommes pris pour marquer l'endroit de chaque trou ſur le montant *C, D,* ce qui ſervira de réponſe aux objections qu'on ne manqueroit pas de nous faire.

Pour donner au Pendule *H, P,* les longueurs différentes pour toutes les durées des vibrations de demi-tierces en demi-tierces, nous nous ſommes ſervis d'un compas à verge, auquel nous avons donné ſucceſſivement toutes les longueurs marquées dans la Table ſuivante; ces longueurs doivent être priſes depuis le centre du mouvement du Pendule, ou du point d'interſection, juſqu'à ſon centre d'oſcillation; or à cauſe de la petite verge de cuivre *M* qui conduit le ruban au bout duquel eſt la lentille, le centre d'oſcillation n'eſt pas préciſément le même que le milieu ou le centre de gravité de la lentille,

& il n'eſt preſque pas poſſible de le déterminer autrement que par expérience.

Pour donc trouver le centre d'oſcillation, & le marquer ſur la lentille, nous avons comparé les vibrations de notre Pendule *P, H,* aux vibrations d'une Pendule à ſecondes bien réglée, en allongeant ou raccourciſſant le Pendule *P, H,* juſqu'à ce qu'enfin ſes vibrations ont été d'une ſeconde juſte, ou parfaitement d'accord avec celles de la Pendule à ſecondes, après quoi nous avons pris avec le compas à verge une longueur de 3 pieds 8 lignes $\frac{1}{2}$, qui eſt celle du Pendule à ſecondes, & une des pointes du compas ayant été miſe au centre du mouvement de vibration, l'autre pointe a marqué ſur la lentille le centre d'oſcillation du Pendule.

Ce centre s'eſt trouvé de 3 lignes au deſſus du centre de gravité de la lentille.

Mais il y a plus ; les mêmes cauſes qui rendent le centre d'oſcillation différent de celui de gravité de la lentille, doivent rendre ce même centre d'oſcillation variable ſuivant qu'on allonge ou qu'on raccourcit le Pendule.

Pour connoître cette variété, nous avons raccourci le Pendule pour lui faire battre la demi-ſeconde, en comparant ſes vibrations à la même Pendule ; & après des expériences réitérées pendant pluſieurs jours, quand nous avons été aſſûrés que les vibrations étoient d'une demi-ſeconde juſte, nous avons pris avec le compas à verge une longueur de 9 pouces 2 lign. 1 point $\frac{1}{2}$, qui eſt celle du Pendule à demi-ſecondes, & cette longueur nous a donné ſur la lentille le centre d'oſcillation de la demi-ſeconde à 2 lignes 11 points $\frac{1}{2}$ au deſſous du centre d'oſcillation du Pendule à ſecondes ; ainſi on peut prendre ſans erreur ſenſible la différence entre ces deux centres de 3 lignes. Donc à meſure qu'on raccourcit le Pendule, on fait deſcendre ſur la lentille le centre d'oſcillation ; & au contraire, à meſure qu'on allonge le Pendule, on fait monter ce même centre.

Cette différence de 3 lignes entre la ſeconde & la demi-

ſeconde répondant à 30 tierces, donne 1 point $\frac{1}{5}$ pour chaque tierce ; & comme nous nous ſommes fixés à prendre toutes les longueurs du Pendule de tierce en tierce depuis le centre de mouvement de vibration juſqu'au centre d'oſcillation de la ſeconde, nous avons retranché des longueurs données par la Table ſuivante, 1 point $\frac{1}{5}$ pour chaque tierce depuis 60 juſqu'à 30 ; par exemple, pour la vibration de 50 tierces nous avons retranché dix fois 1 point $\frac{1}{5}$, ce qui fait une ligne. Il eſt aiſé de voir qu'il a fallu faire le contraire pour les vibrations au deſſus de 60 tierces, c'eſt-à-dire, que pour la vibration de 68 tierces il a fallu ajoûter huit fois 1 point $\frac{1}{5}$, ou 9 points $\frac{3}{5}$.

Il eſt bon d'obſerver encore qu'ayant pris, comme nous avons fait, toutes les longueurs différentes du Pendule de demi-tierce en demi-tierce ſur le Pendule même avec un compas à verge, & les pointes de l'index ayant marqué en même temps l'endroit des diviſions ou des trous ſur le montant *A*, *B*, nous avons évité par ce moyen les irrégularités que les développements des rubans ſur les deux bobines auroient pû cauſer ; car il eſt certain que les rubans s'enveloppant ou ſe développant ſur des cylindres dont les diametres augmentent ou diminuent à meſure qu'on allonge ou qu'on raccourcit le Pendule, les intervalles entre les diviſions ou les trous du montant, ne ſont pas ſemblables aux diſtances entre les différentes longueurs du Pendule.

SECONDE PARTIE.

Des longueurs qu'on doit donner au Pendule pour que les Vibrations ſoient d'un nombre de tierces donné.

Tout le monde ſçait qu'une heure ſe diviſe en 60 minutes, 1 minute en 60 ſecondes, & 1 ſeconde en 60 tierces ou 120 demi-tierces ; cela nous donnera une diviſion ſuffiſamment petite pour ce que nous propoſons.

On ſçait auſſi que la longueur que doit avoir un Pendule,

pour que chaque vibration ſoit d'une ſeconde ou de 60 tierces, doit être de 3 pieds 8 lignes & demi.

Pour connoître les différentes longueurs qu'on doit donner au Pendule, pour que la durée de ſes vibrations ſoit d'un nombre de tierces donné, il faut ſe ſouvenir d'un principe reçû de tous les Mathématiciens, qui eſt, que deux Pendules étant de différente longueur, le nombre des vibrations de ces deux Pendules dans un temps donné eſt en raiſon réciproque des racines quarrées de leur longueur, ou que les durées des vibrations de ces deux Pendules ſont entre elles comme les racines quarrées des longueurs des Pendules.

De ce principe il eſt aiſé de déduire la régle ſuivante pour calculer la longueur d'un Pendule, afin que la durée de chaque vibration ſoit d'un nombre de tierces donné.

Multipliés la longueur du Pendule ordinaire de 3 pieds 8 lignes $\frac{1}{2}$ ou de 5286 points par le quarré du nombre des tierces donné, & diviſés le produit par 3600, qui eſt le quarré de 60 tierces ou d'une ſeconde, le quotient ſera la longueur du Pendule qu'on cherche.

EXEMPLE.

Si on veut avoir la longueur d'un Pendule, dont chaque vibration ſoit de 50 tierces, il faut multiplier les 5286 points de la longueur du Pendule à ſecondes par 2500, quarré de 50‴; le produit 13215000 étant diviſé par 3600, donne 3670 points $\frac{5}{6}$, leſquels étant réduits en lignes, pouces & pieds, donnent 2 pieds 1 pouce 5 lign. 10 points $\frac{5}{6}$.

AUTRE EXEMPLE.

Pour avoir un Pendule dont chaque vibration ſoit de 100‴, multipliés 5286 par 10000, quarré de 100; diviſés le produit 52860000 par 3600, le quotient 14683 réduit en pieds, pouces, lignes & points, vous donnera 8 pieds 5 pouces 11 lignes 7 points $\frac{1}{3}$ pour la longueur du Pendule qu'on cherche, & dont la durée de chaque vibration ſera de 100‴

C'eſt par cette regle que nous avons dreſſé la Table qui eſt à la fin de ce Mémoire, qui eſt même plus étenduë qu'il ne faut pour les longueurs du Pendule, dont on peut avoir beſoin pour la Muſique.

La démonſtration de cette regle eſt très-aiſée à déduire du principe ; car les durées des vibrations étant en même raiſon que les racines quarrées des longueurs des Pendules, il s'enſuit que les longueurs des Pendules ſont comme les quarrés des temps ou les quarrés du nombre des tierces de chaque vibration : or lorſque le temps d'une vibration eſt d'une ſeconde ou de $60'''$, la longueur du Pendule eſt de 3 pieds 8 lignes $\frac{1}{2}$, ou de 5286 points. Donc la durée en tierces d'une vibration étant donnée, on trouvera la longueur du Pendule par la regle de proportion ſuivante, en diſant

Comme le quarré d'une ſeconde ou de $60'''$, qui eſt de 3600, eſt à la longueur du Pendule à ſecondes de 3 pieds 8 lignes $\frac{1}{2}$, ou de 5286 points, ainſi le quarré du nombre des tierces de la vibration donnée ſera à la longueur du Pendule qu'on cherche ; il faut donc multiplier, comme nous avons fait dans les Exemples précédents, le quarré du nombre des tierces de la vibration donnée par 5286, & diviſer le produit par 3600, le quotient ſera le nombre des points de la longueur du Pendule qu'on cherche, & qu'on réduira en pieds, pouces & lignes.

Nous avons mis dans la Table le nombre des vibrations par heure de chaque Pendule par rapport au nombre des tierces de leurs vibrations. Voici la méthode que nous avons ſuivie, & qui eſt fort ſimple.

Une heure contient $60'$, chaque minute contient $60''$, donc une heure contient $3600''$, une ſeconde contient $60'''$, donc en multipliant 3600 par 60, on aura 216000 pour le nombre des tierces d'une heure ; ainſi ſi l'on pouvoit faire un Pendule dont les vibrations fuſſent d'une tierce ſeulement, ce Pendule feroit 216000 vibrations par heure ; mais ſi la durée des vibrations eſt de deux tierces, il eſt viſible que le nombre de ces vibrations ne ſera que la moitié de 216000 ;

ſi la durée eſt de 3‴, le nombre par heure ne ſera que le tiers de 216000; ainſi nous pouvons dire que, pour avoir le nombre des vibrations par heure, la durée de chaque vibration étant donnée en tierces, il faut diviſer 216000 par le nombre des tierces qui eſt employé pour chaque vibration.

EXEMPLE.

Trouver le nombre des vibrations dans une heure d'un Pendule dont les vibrations ſont de 100‴.

Ayant diviſé 216000 par 100, on aura au quotient 2160 pour le nombre des vibrations dans une heure; mais ceci ſeroit plûtôt utile à l'Horlogerie qu'à notre ſujet.

TROISIE'ME PARTIE.

De la durée des Meſures & des Temps des Airs.

Il eſt très-important, comme nous avons dit, de conſtater & de fixer la durée des meſures & des temps des différents Airs de Muſique; c'eſt un ſoin que les Muſiciens, & ſur-tout ceux qui compoſent des Airs, doivent ſe donner; car ils rendront par ce moyen la durée des meſures & des temps des Airs de leur compoſition invariable, & conſerveront par-là leur beauté & leurs agréments.

Pour rendre l'uſage de notre Métrometre plus commode, nous conſeillons de ne pas diviſer au de-là d'une ſeconde l'intervalle qu'on pourra faire parcourir au Pendule, ſoit en l'allongeant, ſoit en le raccourciſſant, parce que ſi la durée d'une meſure étoit plus grande qu'une ſeconde, ou que 60‴, on la partagera en 2, 3, ou 4 temps, dont chaque temps contient une certaine quantité de tierces ou demi-tierces, que l'on trouve en faiſant couler l'index du Métrometre juſqu'au chiffre qui marque le nombre de tierces employées pour chaque vibration, & qui exprime chaque temps.

Nous mettons ci-après un nombre d'Airs des plus caractériſés réduits, qui ſerviront d'exemples.

Cette Machine eſt ſi ſimple, que ceux qui ne voudront pas

en avoir une exprès, pourront ſe ſervir de toute Pendule à contrepoids, ſans craindre de la gâter, puiſque pour en former un Métrometre, il ſuffit d'avoir attaché au haut de ſa Pendule l'axe qui porte les deux bobines, ſur leſquelles reſtent roulés en ſens contraire les deux rubans, dont l'un ſervira avec une lentille au bout à la place de la verge du Pendule qu'on décrochera, pendant que le bout de l'autre ruban où il y aura une cheville, ſera arrêté à volonté ſur le côté de la boîte de la Pendule dans un des trous, dont les diſtances auront été diviſées par la méthode expliquée dans ce Mémoire.

Outre tous les uſages & les utilités de notre Métrometre, dont nous avons parlé, nous obſerverons encore que rien ne peut être plus propre pour former l'oreille des jeunes perſonnes qui apprennent la Muſique & à chanter, puiſqu'ils s'accoûtumeront aiſément à battre la meſure avec préciſion, & ſuivant le goût du Maître ou du Compoſiteur.

Nous avons fait quatre colomnes à côté des Airs que nous indiquons dans la page ſuivante.

La premiére colomne marque les meſures telles que les compoſiteurs les ont données au public.

La ſeconde marque la meſure telle que nous la conſidérons.

La troiſiéme marque le nombre de tierces que la durée de chaque meſure contient.

Et la quatriéme colomne marque la quantité de tierces qu'il faut pour chaque temps de la meſure, ſuppoſé qu'on veuille les faire battre au Métrometre, ou que la meſure durant plus de $68'''$, on ſoit obligé d'y avoir recours ; ce qui ſe fera promptement, en faiſant couler l'index *L*, comme nous venons de dire, ſur le chiffre qui exprime le nombre de tierces dont chaque temps eſt compoſé.

Durée des Meſures & des Temps de pluſieurs Airs caractériſés.

NOMS DES AUTEURS.		Temps tels qu'ils ſont marqués dans les Livres.	Temps tels que nous les conſiderons.	Durées des Meſures.	Durées des Temps & des chiffres où il faut fixer l'index.
M. Lulli.	Bourée de Phaëton	. . 2 . .	. . 2 . .	64‴	32‴
	La Mariée des Fêtes de Bacchus & de l'Amour	. . 2 . .	. . 2 . .	68	34
	Le Printemps de Phaëton	. . 2 . .	. . 2 . .	68	
	Gavotte de Roland	. . 2 . .	. . 2 . .	74	37
	Les Démons de Pſiché	. . 2 . .	. . 2 . .	90	45
	1.er Air des Songes funeſtes d'Atis.	. . 2 . .	. . 2 . .	126	63
	2.d Air des Songes funeſtes d'Atis.	. . $\frac{3}{2}$ . .	. . 2 . .	64	32
	Les Démons du 4.me acte de Proſerpine	. . $\frac{6}{4}$ . .	. . 2 . .	60	30
	Paſſacaille de Perſée	. . 3 . .	. . 3 . .	114	38
	Les Démons d'Alceſte à 4 temps.	. . 2 . .	. . 2 . .	96	48
	Les Divinités de la terre de Perſée.	. . $\frac{6}{4}$ . .	. . 2 . .	73	36 $\frac{1}{2}$
	La Chaconne des Arlequins des Fêtes de Bacchus & de l'Amour.	. . 3 . .	. . 3 . .	68	
M. Colaſſe.	Gigue d'Amadis	. . $\frac{6}{4}$ . .	. . 2 . .	64	32
	Loure de Thetis & Pelée	. . $\frac{6}{4}$ . .	. . 2 . .	64	32
	L'ouverture de Thetis & Pelée. Le Commencement	. . 2 . .	. . 2 . .	112	56
	Et la Repriſe	. . $\frac{6}{4}$ . .	. . 2 . .	90	45
M. Campra.	Paſſepied de l'Europe galante . . .	. . $\frac{3}{8}$ . .	. . 3 . .	36	
	Rigaudon de l'Europe galante . . .	. . 2 . .	. . 2 . .	62	31
	Menuet de l'Europe galante	. . 2 . .	. . 3 . .	51	
M. desTouches.	Sarabande d'Iſſé	. . $\frac{3}{2}$ . .	. . 3 . .	147	49
	Bourée d'Omphale	. . 2 . .	. . 2 . .	60	30
	Menuet de Marthefie	. . 3 . .	. . 3 . .	51	
M. Mato.	Courante	. . 3 . .	. . 3 . .	132	44

* Nous devons avertir, en finiſſant, que ceux qui voudront conſtater les Airs de leur compoſition, doivent le marquer au commencement de chaque Air de la maniére ſuivante; ce qui eſt dans le goût de ce que nous a donné le S.r Laffilard.

$30'''$	$\overset{\frown}{30'''}$	$\overset{\frown}{30'''}$	$(30''')$
eſt une Vibration par meſure de $30'''$.	deux Vibrations par meſure.	trois Vibrations par meſure.	quatre Vibrations par meſure.

TABLE

TABLE DES LONGUEURS DU PENDULE

pour les durées des Vibrations de demi-tierce en demi-tierce, & du nombre des Vibrations.

Nombre des demi-tierces.	Nombre des Vibrations par heure.	Longueurs du Pendule. Pieds.	Pouces.	Lignes.	Points.	Fract.	Nombre des demi-tierces.	Nombre des Vibrations par heure.	Longueurs du Pendule. Pieds.	Pouces.	Lignes.	Points.	Fract.
$\frac{1}{2}$	432000	...	...	...	...	$\frac{22}{30}$	15 $\frac{1}{2}$	13935 $\frac{15}{31}$	...	2	5	4	
1	216000	...	...	...	1	$\frac{7}{15}$	16	13500	...	2	7	3	$\frac{10}{11}$
1 $\frac{1}{2}$	144000	...	...	...	3	$\frac{2}{3}$	16 $\frac{1}{2}$	13090 $\frac{10}{11}$	...	2	9	3	$\frac{3}{4}$
2	108000	...	...	...	5	$\frac{8}{9}$	17	12705 $\frac{5}{6}$	...	2	11	4	$\frac{1}{3}$
2 $\frac{1}{2}$	86400	...	...	...	9	$\frac{5}{9}$	17 $\frac{1}{2}$	12342 $\frac{30}{35}$	...	3	1	6	
3	72000	...	...	1	1	$\frac{1}{5}$	18	12000	...	3	3	7	$\frac{3}{4}$
3 $\frac{1}{2}$	61714 $\frac{2}{7}$	...	...	1	6	$\frac{7}{20}$	18 $\frac{1}{2}$	11675 $\frac{35}{37}$	...	3	5	10	
4	54000	...	...	1	11	$\frac{1}{2}$	19	11368 $\frac{1}{3}$	...	3	8	2	$\frac{1}{18}$
4 $\frac{1}{2}$	48000	...	...	2	6	$\frac{1}{10}$	19 $\frac{1}{2}$	11076 $\frac{12}{13}$	...	3	10	6	
5	43200	...	...	3	0	$\frac{25}{36}$	20	10800	...	4	0	11	$\frac{1}{3}$
5 $\frac{1}{2}$	39272 $\frac{8}{11}$	...	...	3	8	$\frac{25}{72}$	20 $\frac{1}{2}$	10536 $\frac{24}{41}$	...	4	3	5	
6	36000	...	...	4	4		21	10285 $\frac{14}{15}$	...	4	5	11	$\frac{1}{2}$
6 $\frac{1}{2}$	33230 $\frac{10}{13}$	...	...	5	2		21 $\frac{1}{2}$	10046 $\frac{22}{43}$	...	4	8	6	
7	30857 $\frac{8}{10}$	...	...	5	11	$\frac{17}{18}$	22	9818 $\frac{1}{6}$	...	4	11	2	$\frac{2}{3}$
7 $\frac{1}{2}$	28800	...	...	6	11		22 $\frac{1}{2}$	9600	...	5	1	11	
8	27000	...	...	7	10		23	9391 $\frac{1}{6}$	...	5	4	8	$\frac{3}{4}$
8 $\frac{1}{2}$	25411 $\frac{13}{17}$	...	...	8	10	$\frac{37}{80}$	23 $\frac{1}{2}$	9191 $\frac{23}{47}$	...	5	7	7	
9	24000	...	...	9	10	$\frac{37}{40}$	24	9000	...	5	10	5	$\frac{3}{4}$
9 $\frac{1}{2}$	22736 $\frac{16}{19}$	...	...	11	0	$\frac{11}{12}$	24 $\frac{1}{2}$	8816 $\frac{16}{49}$	...	6	1	6	$\frac{1}{3}$
10	21600	...	1	0	2	$\frac{5}{6}$	25	8640	...	6	4	6	$\frac{2}{5}$
10 $\frac{1}{2}$	20571 $\frac{3}{7}$	...	1	1	4	$\frac{1}{4}$	25 $\frac{1}{2}$	8470 $\frac{35}{51}$	...	6	7	6	$\frac{7}{9}$
11	19636 $\frac{1}{3}$	...	1	2	5	$\frac{2}{3}$	26	8307 $\frac{2}{3}$	...	6	10	8	$\frac{5}{9}$
11 $\frac{1}{2}$	18782 $\frac{14}{23}$	...	1	4	2	$\frac{3}{16}$	26 $\frac{1}{2}$	8150 $\frac{50}{55}$	...	7	1	11	
12	18000	...	1	5	7	$\frac{11}{25}$	27	8000	...	7	5	2	$\frac{2}{5}$
12 $\frac{1}{2}$	17280	...	1	7	1	$\frac{41}{90}$	27 $\frac{1}{2}$	7854 $\frac{6}{11}$	...	7	8	6	$\frac{1}{3}$
13	16615 $\frac{1}{3}$	...	1	8	5	$\frac{1}{3}$	28	7714 $\frac{1}{5}$	...	7	11	11	$\frac{13}{75}$
13 $\frac{1}{2}$	16000	...	1	10	3		28 $\frac{1}{2}$	7596 $\frac{28}{57}$	...	8	3	4	$\frac{2}{3}$
14	15428 $\frac{2}{5}$	...	1	11	11	$\frac{7}{9}$	29	7398 $\frac{1}{6}$	...	8	6	10	$\frac{5}{6}$
14 $\frac{1}{2}$	14896 $\frac{16}{29}$	...	2	1	8	$\frac{5}{7}$	29 $\frac{1}{2}$	7322 $\frac{2}{59}$	...	8	10	6	
15	14400	...	2	3	6	$\frac{3}{8}$	30	7200	...	9	2	1	$\frac{1}{2}$

Nombre des demi-tierces.	Nombre des Vibrations par heure.	Longueurs du Pendule. Pieds.	Pouces.	Lignes.	Points.	Fract.	Nombre des demi-tierces.	Nombre des Vibrations par heure.	Longueurs du Pendule. Pieds.	Pouces.	Lignes.	Points.	Fract.
30 1/2	7081 59/61	...	9	5	10		48	4500	1	11	5	11	1/25
31	6967 2/3	...	9	9	7	2/3	48 1/2	4452 56/97	1	11	11	10	
31 1/2	6857 1/7	...	10	1	5		49	4408 9/35	2	0	5	9	2/5
32	6750	...	10	5	3	1/2	49 1/2	4373 73/99	2	0	11	10	
32 1/2	6646 2/13	...	10	9	3		50	4320	2	1	5	10	5/6
33	6545 1/2	...	11	1	3	3/20	50 1/2	4277 23/101	2	2	0	1	
33 1/2	6447 51/67	...	11	5	4		51	4235 3/10	2	2	6	3	1/9
34	6352 11/12	...	11	9	5	7/18	51 1/2	4194 18/103	2	3	0	6	
34 1/2	6260 20/23	1	0	1	8		52	4153 11/13	2	3	6	10	4/11
35	6171 3/7	1	0	5	10	11/12	52 1/2	4114 2/7	2	4	1	3	
35 1/2	6084 36/71	1	0	10	2		53	4075 1/2	2	4	7	8	1/2
36	6000	1	1	2	6	24/25	53 1/2	4037 41/107	2	5	2	3	
36 1/2	5917 59/73	1	1	7	0	1/2	54	4000	2	5	8	9	33/50
37	5837 8/10	1	1	11	6	5/36	54 1/2	3963 33/109	2	6	3	6	
37 1/2	5760	1	2	4	1		55	3927 3/11	2	6	10	1	11/12
38	5684 1/6	1	2	8	8	1/5	55 1/2	3891 109/111	2	7	4	11	
38 1/2	5610 30/70	1	3	1	4		56	3857 1/7	2	7	11	8	7/10
39	5538 4/9	1	3	6	1	7/20	56 1/2	3823 1/113	2	8	6	7	1/2
39 1/2	5468 29/79	1	3	10	11		57	3789 1/2	2	9	1	6	3/5
40	5400	1	4	3	9	1/3	57 1/2	3756 12/13	2	9	8	7	
40 1/2	5333 1/3	1	4	8	9		58	3724 4/29	2	10	3	7	4/9
41	5268 3/10	1	5	1	8	4/15	58 1/2	3692 12/39	2	10	10	9	
41 1/2	5204 68/83	1	5	6	9		59	3661 1/59	2	11	5	11	4/9
42	5142 22/30	1	5	11	10	7/50	59 1/2	3630 30/119	3	0	1	2	
42 1/2	5082 2/5	1	6	5	0	1/2	60	3600	3	0	8	6	
43	5023 3/10	1	6	10	2	17/18	60 1/2	3570 30/121	3	1	3	11	
43 1/2	4965 45/87	1	7	3	6	1/2	61	3540 60/61	3	1	11	3	7/18
44	4909 1/12	1	7	8	10	15/22	61 1/1	3512 8/31	3	2	6	10	
44 1/2	4853 83/89	1	8	2	3	1/2	62	3483 27/31	3	3	2	4	1/3
45	4800	1	8	7	9	1/3	62 1/2	3456	3	3	10	0	
45 1/2	4747 23/91	1	9	1	4		63	3428 4/7	3	4	5	7	4/5
46	4695 7/12	1	9	6	11		63 1/2	3401 73/127	3	5	1	5	
46 1/2	4645 5/31	1	10	0	7		64	3375	3	5	9	2	1/2
47	4595 7/10	1	10	6	3	5/9	64 1/2	3348 36/43	3	6	5	1	
47 1/2	4547 7/9	1	11	0	1		65	3323 1/3	3	7	0	11	5/7

Nombre des demi-tierces.	Nombre des Vibrations par heure.	Longueurs du Pendule.					Nombre des demi-tierces.	Nombre des Vibrations par heure.	Longueurs du Pendule.				
		Pieds.	Pouces.	Lignes.	Points.	Fract.			Pieds.	Pouces.	Lignes.	Points.	Fract.
65 1/2	3297 23/131	3	7	9	0		78	2769 2/9	5	2	0	5	17/100
66	3272 3/4	3	8	5	0	3/50	78 1/2	2751 93/137	5	3	0	0	
66 1/2	3248 16/133	3	9	1	1		79	2734 14/79	5	3	7	7	5/6
67	3223 69/67	3	9	9	3	1/3	79 1/2	2716 52/53	5	4	5	4	
67 1/2	3200	3	10	5	6	1/11	80	2700	5	5	3	1	1/3
68	3176 8/17	3	11	1	9	1/2	80 1/2	2683 37/161	5	6	0	11	
68 1/2	3153 39/137	3	11	10	2		81	2666 2/3	5	6	10	9	3/4
69	3130 7/18	4	0	6	6	7/10	81 1/2	2650 50/163	5	7	8	9	
69 1/2	3107 137/139	4	1	3	0	1/2	82	2634 3/20	5	8	6	9	7/100
70	3082 6/7	4	1	11	6	5/6	82 1/2	2618 2/11	5	9	4	6	
70 1/2	3063 117/141	4	2	8	2		83	2602 34/83	5	10	2	11	1/3
71	3042 18/71	4	3	4	9	5/6	83 1/2	2586 138/167	5	11	1	1	
71 1/2	3020 140/143	4	4	1	6		84	2571 29/60	5	11	11	11	14/25
72	3000	4	4	10	3	4/5	84 1/2	2556 36/169	6	0	9	8	
72 1/2	2979 9/29	4	5	7	2		85	2541 1/6	6	1	8	0	5/7
73	2958 66/73	4	6	3	11	23/36	85 1/2	2526 6/19	6	2	6	6	
73 1/2	2938 114/147	4	7	1	0		86	2511 13/20	6	3	4	11	4/5
74	2918 34/37	4	7	10	0	5/9	86 1/2	2497 19/173	6	4	3	6	3/7
74 1/2	2899 49/149	4	8	7	1		87	2482 66/87	6	5	1	11	
75	2880	4	9	4	3	3/8	87 1/2	2468 4/7	6	6	0	10	
75 1/2	2860 140/151	4	10	1	6		88	2454 13/24	6	6	11	6	2/5
76	2842 1/12	4	10	10	10	1/19	88 1/2	2440 120/177	6	7	10	4	1/3
76 1/2	2823 27/51	4	11	8	1		89	2426 43/45	6	8	9	2	2/3
77	2805 4/21	5	0	5	5	3/4	89 1/2	2413 73/179	6	9	8	1	5/7
77 1/2	2787 3/31	5	1	2	11		90	2400	6	10	7	1	1/2

DE LA REVOLUTION DE VENUS AUTOUR DE SON AXE.

Par M. CASSINI.

POUR reconnoître ſi Venus tourne autour de ſon axe par un mouvement ſemblable à celui qui a été découvert dans les autres Planetes, mon Pere obſerva en Italie, vers le milieu du Siécle dernier, avec un très-grand ſoin, la Planete de Venus, par le moyen d'une excellente Lunette de Campani, comme il eſt rapporté dans les Journaux des Sçavans du 12 Décembre 1667. 15 Mars 1732.

Mais parce que les taches obſcures qu'il avoit vûës le plus ſouvent dans Venus, lorſque l'air étoit tranquille & ſerein, étoient très-déliées, & que leur étenduë irréguliére, qui couvroit une grande partie du diſque apparent de cette Planete, n'avoit pas les extrémités bien marquées, il eut de la peine à y rien appercevoir diſtinctement que l'on pût reconnoître dans d'autres obſervations, & d'où l'on pût juger ſi elle étoit en mouvement ou en repos.

Il y avoit trois choſes qui augmentoient cette difficulté; l'une, que lorſque Venus eſt plus proche de la Terre, qui ſembloit être le temps le plus propre pour l'obſerver, elle eſt ſi peu éloignée de l'horiſon, qu'elle ſe trouve enveloppée des vapeurs de la Terre, au travers deſquelles elle paroît étincelante & tremblante, de maniere que ſes parties ne ſe voyent que fort confuſément. La ſeconde, que lorſqu'on la peut voir dégagée de ces vapeurs, ce n'eſt que pour ſi peu de temps qu'on n'a pas le loiſir de remarquer ces mouvements qui ne ſont ſenſibles qu'après un long intervalle. La troiſiéme, que lorſqu'elle eſt moins éloignée de la Terre, la partie éclairée de ſon diſque eſt trop petite pour en pouvoir remarquer le mouvement,

& particuliérement vers la circonférence, dont les parties d'ailleurs aſſés grandes, par une raiſon d'optique, ne paroiſſent preſque pas, & le mouvement, d'ailleurs aſſés vîte, ſemble lent.

Tout cela lui ayant fait croire qu'il réuſſiroit mieux dans ſes obſervations, lorſque Venus ſeroit médiocrement éloignée de la Terre, que lorſqu'elle en ſeroit plus proche, il obſerva attentivement lorſqu'elle étoit plus élevée ſur l'horiſon, & plus pleine de lumiére, s'il ne pourroit point diſtinguer quelque partie qui fût plus remarquable entre les autres, ou par ſa lumiére, ou par ſon obſcurité, principalement vers le milieu du diſque, & il apperçut enfin une partie plus claire que les autres, par laquelle on pouvoit juger du mouvement ou du repos de cette Planete.

La premiére fois qu'il l'apperçut, ce fut le 14 Octobre 1666, à $5^h\ 45'$ après midi; c'étoit une partie claire ſituée proche de la ſection, & fort éloignée du centre de cette Planete vers le Septentrion; il remarqua en même temps vers l'Occident, deux taches obſcures & un peu plus longues, comme il eſt repréſenté dans la 1re Figure. Il ne put pas cependant voir aſſés évidemment cette partie luiſante aſſés de temps, pour en rien conclurre du repos & du mouvement de cette Planete; & il fut depuis long-temps, ſans la pouvoir appercevoir. Car tout le reſte de l'année il ne put pas trouver une ſoirée où le temps fût aſſés ſérein pour obſerver avec ſuccès, & quoiqu'en 1667 depuis le 24 Février, que l'air, après pluſieurs jours de pluye & de mauvais temps, commença à être ſerein, il l'obſervât avec beaucoup de ſoin, toutes les fois qu'il faiſoit beau, il n'y put diſtinguer que quelques taches obſcures & mal terminées, juſqu'au 20 d'Avril, qu'un quart d'heure avant le lever du Soleil, il commença à revoir ſur le diſque de Venus, dont la moitié ou environ paroiſſoit pour lors éclairée, une partie luiſante, ſituée auprès de la ſection, & éloignée de la corne méridionale un peu plus de la quatriéme partie du diametre; & il remarqua près du bord oriental, une tache obſcure & un peu longue qui étoit plus

proche de la corne ſeptentrionale, de même qu'elle eſt repréſentée dans la 2de Figure.

Comme le Soleil ſe levoit, il apperçut que cette partie luiſante n'étoit plus ſi proche de la corne méridionale, mais qu'elle en étoit éloignée de la troiſiéme partie du diametre, comme l'on voit dans la 3me Figure.

J'eûs pour lors, dit-il, beaucoup de ſatisfaction d'avoir trouvé une marque évidente de mouvement dans cette Planete ; mais je fus en même temps fort étonné de ce que ce mouvement ſe faiſoit du Midi au Septentrion dans la partie inférieure du diſque, & du Septentrion au Midi dans la partie ſupérieure, d'où ſe prend mieux la détermination du mouvement. Car nous n'avons point d'exemple d'un mouvement ſemblable, ſi ce n'eſt dans le mouvement de libration de la Lune.

Le lendemain, au lever du Soleil, cette partie luiſante n'étoit pas bien loin de la ſection, & étoit diſtante de la corne méridionale, de la quatriéme partie du diametre. Lorſque le Soleil fut élevé de 4 degrés, elle étoit ſituée proche de la ſection, & éloignée de la corne méridionale, de deux cinquiémes de diametres. Le Soleil étant élevé de 6 degrés 10 minutes, il ſembloit qu'elle eût paſſé le centre, & que la ſection du diſque la coupoit ; & le Soleil étant élevé de 7 degrés, elle paroiſſoit encore plus avancée vers le Septentrion, & la ſection la coupoit en deux, d'où il connut qu'il y avoit quelque inclinaiſon de mouvement vers le centre.

Le 9 Mai, vers le temps du lever du Soleil, il vit encore cette partie luiſante auprès du centre de cette Planete vers le Septentrion, avec deux taches obſcures ſituées entre la ſection & la circonférence, & également éloignées l'une de l'autre, & de chaque corne de part & d'autre : & le temps étant ſerein, il obſerva pendant une heure & demi-quart, ſon mouvement qui ſembloit pour lors ſe faire exactement du Midi au Septentrion, ſans aucune inclinaiſon ſenſible vers l'Orient, ni vers l'Occident. Cependant il apperçut dans le mouvement des taches obſcures, une variation ſi grande

qu'on ne la peut attribuer à aucune raiſon d'optique; ce qu'on peut auſſi remarquer dans les Figures 2 & 3.

Le 10 & le 13 Mai, avant le lever du Soleil, il vit encore la partie luiſante auprès du centre vers le Septentrion.

Enfin le 5 & le 6 Juin, avant le lever du Soleil, il la vit entre la corne ſeptentrionale & le centre de Venus, & il remarqua la même variation irréguliére des taches obſcures. Mais lorſque cette Planete commença un peu à s'éloigner de la Terre, on eut beaucoup plus de peine à obſerver ces Phénomenes.

Mon Pere ſe donna de garde de dire ſon ſentiment ſur ces Phénomenes auſſi hardiment qu'il l'avoit fait ſur les taches de Jupiter & de Mars. Car je pouvois, dit-il, obſerver attentivement ces taches l'eſpace d'une nuit entiére, pendant l'oppoſition de ces Planetes avec le Soleil; je pouvois conſidérer leur mouvement pendant quelques heures; enfin les voyant retourner réguliérement au même endroit, je pouvois juger ſi c'étoient les mêmes taches, ou non, & en combien de temps elles achevoient leur tour. Mais il n'en eſt pas de même de ces Phénomenes qui paroiſſent dans Venus. Car on les voit ſi peu de temps, qu'il eſt beaucoup plus difficile de connoître certainement quand ils retournent au même endroit. Je puis, ajoûte-t-il, néantmoins dire (ſuppoſé que cette partie luiſante de Venus que j'ai obſervée, & particuliérement cette année, ait été la même) qu'en moins d'un jour elle acheve ſon mouvement, ſoit de révolution, ſoit de libration, de maniére qu'en 23 jours à peu près, elle revient environ à la même heure, à la même ſituation dans la Planete de Venus, ce qui ne ſe fait pas néantmoins ſans quelque irrégularité. De dire maintenant, ſuppoſé que ce ſoit toûjours la même partie luiſante, ſi ce mouvement ſe fait par une révolution entiére, ou ſeulement par une libration, c'eſt ce que je n'oſerois encore aſſûrer, parce que je n'ai pas pû voir la continuité de ce mouvement dans une grande partie de l'arc, comme dans les autres Planetes, & par cette même raiſon, cela ſera toûjours très-difficile à déterminer.

Après

Après avoir rapporté ce diſcours, tel qu'il étoit inſéré dans les Journaux des Sçavants, du 12 Décembre, avec quelques corrections écrites de la main de mon Pere, tirées d'un manuſcrit, & qui n'y changent rien d'eſſentiel; j'ai crû devoir examiner quel doit être le mouvement de Venus autour de ſon axe, qui réſulte de ces obſervations.

On conſidérera pour cet effet, que le 20 Avril, un quart d'heure avant le lever du Soleil, mon Pere apperçut ſur le diſque de Venus, une tache ou partie luiſante, éloignée de la corne méridionale un peu plus de la quatriéme partie du diametre de cette Planete, comme elle eſt marquée dans la 2de Figure.

Le lendemain, au lever du Soleil, cette tache étoit diſtante de la corne méridionale, de la quatriéme partie du diametre de Venus, & elle en parut éloignée de deux cinquiémes, lorſque le Soleil fut à la hauteur de 4 degrés, où il ſe trouva 24 minutes après ſon lever. Cette tache, depuis le lever du Soleil du 21 Avril, qui a dû arriver ce jour-là à Bologne à 5 heures $\frac{1}{4}$ juſqu'à 5 heures 39 minutes, eſt donc parvenuë au même lieu du diſque de Venus où elle étoit le jour précédent, un quart d'heure avant le lever du Soleil, c'eſt-à-dire, à 5 heures 2 minutes. Elle a donc employé un peu plus de 24 heures à achever une révolution entiére.

Par l'obſervation faite le 20 Avril au lever du Soleil, la tache étoit éloignée de la corne méridionale de Venus de la troiſiéme partie du diametre de cette Planete. Le lendemain, au lever du Soleil, qui a dû avancer de deux minutes ſur celui du jour précédent, elle en étoit éloignée de la quatriéme partie du diametre. Elle n'avoit donc pas achevé une révolution entiére dans l'eſpace de 23 heures 58 minutes, & il s'en manquoit un arc qui répond à un douziéme du diametre de Venus, d'où il ſuit qu'elle a employé plus de 24 heures à faire ſa révolution.

Par l'obſervation du 21 Avril, faite lorſque le Soleil étoit élevé de 6° 10′ ſur l'horiſon, la tache avoit paſſé le centre de Venus; c'étoit environ 36 minutes après le lever du Soleil

qui arriva à 5 heures $\frac{1}{4}$. Ainſi depuis le lever du jour précédent qui étoit à 5 heures 17 minutes, juſqu'à 5 heures 51 minutes du jour ſuivant, la tache avoit fait une révolution entiére, plus un arc qui répond à la ſixieme partie du diametre de Venus, c'eſt-à-dire, d'environ 20 degrés, ce qui donne ſa révolution de 23 heures $\frac{1}{4}$; & c'eſt apparemment par la comparaiſon de ces dernieres obſervations, que mon Pere a jugé que Venus acheve ſa révolution autour de ſon axe en moins d'un jour, ayant préféré ces obſervations aux autres, à cauſe que lorſque les taches ſont plus près du centre d'une Planete, leur mouvement apparent eſt plus vîte, & leur ſituation ſe détermine avec plus d'évidence que lorſqu'elles en ſont plus éloignées.

Depuis cette obſervation, mon Pere n'a plus apperçû dans Venus de taches aſſés diſtinctes pour pouvoir confirmer la période de la révolution de Venus autour de ſon axe, telle qu'il l'avoit ſuppoſée; ce qui lui a fait dire dans un abregé d'Aſtronomie, que cette Planete a des taches obſcures, mais fort foibles & confuſes, de ſorte qu'on ne ſçauroit marquer préciſément leur terme. C'eſt pourquoi, ajoûte-t-il, ce ſeroit en vain qu'on tâcheroit de déterminer par ce moyen, s'il y a du mouvement.

Cependant en 1726, M. Bianchini, Prélat domeſtique du Pape, & de cette Académie, ayant obſervé à Rome la Planete de Venus, avec des Verres de Campani, depuis 70 juſqu'à 100 Palmes Romaines de foyer, y découvrit le 9 Février, diverſes taches qu'il continua d'obſerver dans la ſuite, telles qu'elles ſont repréſentées dans les Planches 1, 2 & 3 de ſon Livre intitulé *Heſperi & Phoſphori nova Phænomena*, où l'on voit que le 9 Février, il y avoit deux taches dans le diſque de Venus, terminées par la ſection qui ſéparoit ſa partie éclairée du Soleil d'avec celle qui étoit obſcure, dont l'une, qui étoit vers ſa partie ſeptentrionale, étoit fort petite, en forme de ſegment de cercle, & la ſeconde, qui étoit vers la partie méridionale, étoit beaucoup plus groſſe, ayant auſſi une figure ſphérique.

Le 14 Fevrier, la groſſe tache ne paroiſſoit plus, & il crut reconnoître la petite qu'il trouva alors avancée vers la partie méridionale de Venus, étant accompagnée de deux autres taches vers le Septentrion.

Deux jours après, c'eſt-à-dire le 16 Février, il crut voir les mêmes taches, quoique ſous une forme un peu différente, qui s'étoient avancées du Nord vers le Midi.

Le 18, la tache méridionale avoit diſparu, les deux autres s'étoient avancées vers le Midi, & il en paroiſſoit une nouvelle vers le Nord. Le 20, les trois mêmes taches parurent plus avancées vers le Midi. Le 24, les deux plus méridionales de ces taches avoient diſparu; celle qui étoit vers le Nord, s'étoit avancée vers le Sud, & on en vit deux nouvelles vers le Septentrion. Ces trois taches parurent le 26 un peu plus méridionales. Enfin, le 5 Mars, vingt-quatre jours après la premiére obſervation, M. Bianchini crut appercevoir les deux mêmes taches qu'il avoit découvertes le 9 Février, dans la même ſituation où elles étoient alors, quoique beaucoup moins grandes; comme elles le devoient être en effet, à cauſe que Venus étoit beaucoup plus en croiſſant que le 9 Février, de ſorte que ſa partie obſcure en interceptoit une portion conſidérable. Sur ces obſervations, & diverſes autres faites aux mois ſuivants de Mai & Juin 1726, Juillet, Août & Septembre 1727, & 7 Janvier 1728, il conclut que la révolution de Venus autour de ſon axe n'étoit point de 23 heures, comme il ſembloit que mon Pere l'avoit déterminée, mais de 24 jours & 8 heures, du Septentrion vers le Midi dans la partie inférieure du diſque de Venus qui nous eſt expoſée, & du Midi vers le Septentrion dans la partie ſupérieure.

Il trouva que le pole boréal de cette révolution répondoit au 20me degré d'Aquarius, & étoit élevé de 15 degrés ſur le plan de l'écliptique, ſon axe conſervant le paralleliſme dans tout le cours de cette planete autour du Soleil.

Pour appuyer ſon ſentiment ſur le temps de la durée de la révolution de Venus autour de ſon axe, il rapporte l'ob-

ſervation qu'il a faite de cette Planete le 26 Février par un temps fort ſerein, avec un Verre de Campani de 88 palmes.

Cette obſervation fut faite en préſence de pluſieurs perſonnes, qui reconnoiſſoient avec lui les taches qu'il décrivoit. Ayant donc dreſſé la Lunette à Venus vers le coucher du Soleil, à $5^h\,25'$, il l'obſerva pendant l'eſpace de près d'une heure juſqu'à $6^h\,15'$ qu'il fut obligé de diſcontinuer ſon obſervation, parce que Venus fut cachée par le Palais Barberin. Trois heures après le temps du milieu de la premiére obſervation, c'eſt-à-dire à $8^h\,40'$, on pouvoit voir commodément Venus du dedans de ce Palais, & l'obſervation ne ſe faiſoit plus à l'air, mais à couvert. Ayant donc placé le même Verre de 88 palmes avec ſon ſupport près des fenêtres de ce Palais, il obſerva Venus juſqu'à 9 heures, & trouva les taches dans la même ſituation où il les avoit vûës à 5 heures & demie, de ſorte que comparant la figure du diſque deſſinée à $5^h\,45'$ avec celle qui paroiſſoit depuis $8^h\,30'$ juſqu'à 9 heures, on ne put s'appercevoir de preſqu'aucun changement dans la ſituation des taches. Il y auroit donc eu, remarque-t-il, pendant trois heures, plus de la huitiéme partie d'une révolution entiére, ſi elle s'achevoit en 23 heures; d'où il auroit ſuivi que la tache qui occupoit le centre de Venus à $5^h\,25'$ auroit dû en être éloignée à $8^h\,45'$ vers la corne méridionale d'un arc d'environ 50 degrés, & paroître au de-là de la tache méridionale qui auroit preſque diſparu; & au contraire la tache ſeptentrionale auroit dû ſe trouver au milieu de Venus, de ſorte que de trois taches qui à $5^h\,45'$ étoient diſtribuées également dans le diſque de Venus, deux auroient dû être apperçûës dans la partie méridionale, & il n'en ſeroit reſté aucune dans la partie ſeptentrionale, ſuppoſé que la révolution entiére fût de 23 heures.

Or tous ceux, ajoûte-t-il, qui avec nous ont obſervé avec le Verre de 88 palmes la Planete de Venus, depuis $8^h\,30'$ juſqu'à $9^h\,0'$, ont vû évidemment que la groſſe tache occupoit environ le milieu de la phaſe qui étoit en croiſſant, & qu'il y avoit à peu-près la même quantité de parties du Mi-

crometre entre le ſommet de la tache méridionale & la corne ſupérieure, qu'entre le ſommet de la tache ſeptentrionale & la corne inférieure, de même qu'elle avoit été obſervée à 5^h 30′. Il eſt donc néceſſaire, ajoûte-t-il, de reconnoître que dans cet eſpace de 3 heures, les taches de Venus ne ſe ſont pas avancées dans leur parallele plus de deux degrés de la circonférence de cette Planete, & que l'arc de la progreſſion diurne qui en 24 heures eſt d'environ 15 degrés, n'a pas pû, dans l'eſpace de 3 heures, faire un changement ſenſible, au lieu que l'on en auroit apperçû un conſidérable dans la ſuppoſition que la révolution s'acheve en 23 heures, puiſque dans l'eſpace de 3 heures il y auroit eu un mouvement de 47 degrés.

Il eſt donc, dit-il, évident par les obſervations des 14, 16, 18 & 20 Février, que la quantité du progrès diurne des taches eſt telle qu'elles achevent le quart d'une révolution dans l'eſpace de 6 jours, comme on peut le voir en comparant enſemble les figures des taches dans chacune de ces obſervations ; & que la révolution entiére eſt de 24 jours & un peu plus, comme on le reconnoît par l'obſervation du 9 Février comparée avec celle qui a été faite le 5 Mars après l'intervalle de 24 jours, où les taches parurent revenuës ſur le diſque de Venus preſqu'au même lieu où elles avoient été apperçûës d'abord.

Comme M. Bianchini ſe fonde principalement ſur cette obſervation du 26 Février pour combattre la révolution de Venus autour de ſon axe, que mon Pere a jugée de 23 heures, ce qui a été ſuivi de preſque tous les Aſtronomes, j'ai crû qu'il étoit néceſſaire d'en examiner toutes les circonſtances.

Je conviens d'abord des obſervations que M. Bianchini a rapportées telles qu'il les a décrites, & je rends toute la juſtice qui eſt dûë à l'exactitude & à la pénétration de cet habile Aſtronome. Je ſuppoſe même avec lui, qu'à 5^h 45′ il a paru trois taches dans le diſque de Venus telles qu'elles ſont marquées dans la Figure pour le 26 Février, & que trois heures après on en a vû auſſi trois à peu-près de la même figure & dans la même ſituation ſur ce diſque. Mais il faut remarquer

que, ſelon lui, ſon obſervation a été interrompuë depuis $6^h\,15'$ juſqu'à $8^h\,40'$ par des édifices qui empêchoient de voir Venus, & que dans cet intervalle qui eſt de près de deux heures & demie, il n'a pû obſerver les taches, ni par conſéquent le mouvement qu'elles ont pû avoir. Comme en ſuppoſant la révolution de Venus de 23 heures, les taches ont dû, dans l'eſpace de trois heures qui s'eſt écoulé entre la deſcription que l'on a faite de ces taches, avoir un mouvement de 47 degrés, ainſi que M. Bianchini en convient, il ſe peut fort bien faire que par le mouvement apparent de ces taches qui étoit alors du Nord vers le Sud, la tache *E* qui étoit dans la partie méridionale de Venus ſe ſoit approchée de la corne inférieure où elle a ceſſé de paroître, pendant que la tache *F* qui étoit au centre a pris ſa place; & que celle qui étoit en *G* dans la partie ſeptentrionale étant parvenuë au centre en *F*, il ait reparu une nouvelle tache dans la partie ſeptentrionale au point *G*, de ſorte qu'à $8^h\,45'$, temps de la ſeconde obſervation, on ait vû trois taches à peu-près au même endroit où étoient les précédentes & de la même figure qu'à $5^h\,45'$. Car la tache qui étoit au milieu en *F*, étant parvenuë en *E*, a dû, par la raiſon d'optique, diminuer de largeur, & paroître à peu-près ſemblable à celle dont elle a pris la place, pendant que par la même raiſon la tache *G* qui étoit vers la partie méridionale, a augmenté de grandeur apparente en s'approchant du centre. Cela ſe peut voir aiſément par l'inſpection de la Figure de M. Bianchini, où ayant tiré par le centre de chaque tache des lignes perpendiculaires à la ſection de Venus juſqu'à la circonférence, l'on trouve qu'il y a entre elles un arc d'environ 45 degrés, & que le milieu de la tache méridionale a dû être ſorti de Venus dans l'eſpace de trois heures, ſuppoſant ſa révolution de 23 heures, pendant que la tache *F* a ſuccédé à la tache *E*, & la tache *G* à la tache *F*.

A l'égard de la nouvelle tache que nous ſuppoſons être ſurvenuë à la place de la tache *G*, il y a tout lieu d'admettre cette ſuppoſition, ſi l'on conſidere les Figures de M. Bianchini, où l'on voit qu'en divers jours pluſieurs taches de la même

forme ſe ſont ſuccédées les unes aux autres, & que la tache nommée *A* a dû paroître dans le diſque du Soleil immédiatement après la tache *G*, quoiqu'à une diſtance un peu plus grande que la révolution ne la demande.

L'obſervation du 26 Février de l'année 1726 ne prouve donc rien de déciſif, comme l'a crû M. Bianchini, contre la révolution de Venus autour de ſon axe qui avoit été trouvée de 23 heures.

Mais quand même on auroit de la peine à admettre l'explication que je viens de propoſer, qui concilie les obſervations de Venus, rapportées par M. Bianchini, avec celles qui ont été faites en 1667, du moins pourroit-on oppoſer à cette obſervation, celles de mon Pere qui paroiſſent du moins auſſi évidentes : car dans tout le diſcours qu'il rapporte, il ne parle qu'avec une extrême réſerve ſur les phénomenes qu'il a apperçûs dans Venus, & ſur la durée de ſa révolution, n'oſant pas même aſſûrer poſitivement ſi c'eſt révolution ou libration ſur ſon axe; mais pour ce qui eſt du mouvement, il prononce qu'il a eû beaucoup de ſatisfaction d'avoir trouvé une marque évidente de mouvement dans cette Planete, comme il réſulte, non pas d'une ſeule obſervation, mais de pluſieurs faites en des jours différents.

Il eſt à remarquer que le mouvement des taches obſervées en 1667 a été du Midi vers le Septentrion, au lieu que celui que M. Bianchini y a obſervé en 1726, dans ſes premiéres obſervations, depuis le 9 Février juſqu'au 5 Mars, y eſt directement oppoſé. Mais on peut rendre aiſément raiſon de cette contradiction qui n'eſt qu'apparente. Car le 20 Avril de l'année 1667, le lieu de Venus étoit au 14.e degré du Sagittaire, éloigné ſeulement de deux ſignes & 6 degrés du pole boréal de ſa révolution, qui a été déterminée par M. Bianchini à 10 degrés du Verſeau, d'où l'on trouve que ce pole étoit hors de l'hémiſphere expoſé au Soleil, & dans la partie obſcure de Venus qu'elle nous préſentoit. Au lieu que le 9 Février 1726, le lieu de Venus étoit au 17.me degré de l'Ecreviſſe, éloigné de 7 ſignes & 3 degrés du pole

boréal, qui ſe trouvoit alors dans l'hémiſphere de cette Planete expoſé au Soleil, & dans la partie de Venus qui nous eſt cachée, d'où il ſuit que le mouvement des taches qui a paru au mois d'Avril 1667, du Midi vers le Septentrion, dans la partie de Venus qui étoit alors expoſée à la Terre, devoit paroître par les obſervations du mois de Fevrier 1726, du Nord vers le Sud, tel qu'il réſulte des obſervations de M. Bianchini.

Voilà donc la direction du mouvement de Venus autour de ſon axe bien établie du Nord vers le Sud, dans la partie ſupérieure de ſon diſque, par les obſervations de ces deux Aſtronomes ; ce qui méritoit d'être confirmé, cette direction étant ſi différente de celle qui s'obſerve dans la révolution des autres Planetes autour de leur axe. Il reſte préſentement à examiner ſi l'on peut concilier également bien la quantité du mouvement que mon Pere y a obſervée, avec celle qui réſulte des obſervations de M. Bianchini.

On remarquera pour cet effet que la tache qui, dans l'obſervation du 14 Février 1726, étoit vers le bord ſeptentrional de Venus, s'eſt avancée vers le Midi les jours ſuivants, ayant paru dans le diſque de cette Planete, depuis le 14 juſqu'au 20 Février qu'elle avoit paſſé au de-là du milieu, en s'approchant de la corne méridionale, d'où M. Bianchini a conclu qu'ayant fait environ 90 degrés en ſix jours, le mouvement de cette tache a été d'environ 15 degrés par jour. Je conviens avec lui de ces obſervations, & je m'en ſers également bien pour prouver que la révolution de Venus autour de ſon axe n'eſt que de 23 heures ou environ ; car le mouvement apparent de cette tache devant être alors du Nord vers le Sud, il ſuit que ſuppoſant ſa révolution de 23 heures, elle a dû parcourir, dans l'eſpace de 24 heures, tout le globe entier de Venus plus environ 15 degrés du Nord vers le Sud, & qu'ainſi dans l'eſpace de 6 jours elle a dû achever ſix révolutions entiéres plus environ 90 degrés dont elle s'eſt avancée du Nord vers le Midi conformément à l'apparence.

Suppoſant donc que les taches qui avoient paru dans Venus

le

le 9 Février ſoient revenuës le 5 Mars après 24 jours & 8 heures au même lieu, où on avoit commencé à les appercevoir, on trouvera que dans cet intervalle il y a eu 25 révolutions entiéres, ce qui donne la durée de chacune de 23 heures 22 minutes, peu différente de celle que nous avons déduite de l'obſervation du 20 Avril 1667, faite lorſque la tache étoit à un tiers du diametre de Venus, comparée à celle du jour ſuivant, où la même tache avoit paſſé un peu au de-là du centre de cette Planete. Ainſi bien-loin que les obſervations de M. Bianchini ſoient contraires à celles que mon Pere avoit faites en 1667, elles ſemblent les confirmer, & concourir avec elles pour établir la révolution de Venus autour de ſon axe de 23 heures ou environ.

Il me reſte à réſoudre quelques difficultés que le P. Briga, de la Compagnie de Jeſus, Profeſſeur de Mathématique dans le College de Florence, a propoſées ſur les obſervations de mon Pere, dans une Lettre qu'il a écrite à M. Bianchini, qui l'a fait imprimer dans ſon ouvrage.

Il remarque d'abord que dans la premiére obſervation de 1666, Venus étoit convexe de part & d'autre, qui eſt la phaſe que cette Planete doit nous préſenter depuis ſa conjonction ſupérieure juſqu'à ſa quadrature, & que dans les autres obſervations où elle a été vûë après le lever du Soleil, cette Planete étoit vers ſa plus grande digreſſion. C'eſt pourquoi il s'étonne que dans une ſi grande diſtance où Venus étoit de la Terre dans le premier cas, & qu'après le lever du Soleil dans le ſecond cas, on ait pû voir de vrayes taches dans Venus.

Il auroit dû, à plus forte raiſon, être ſurpris de ce que M. Bianchini a vû des taches obſcures dans Venus depuis le 7 Juillet juſqu'au 6 Août 1727, dans le temps que cette Planete avoit à peu-près la même figure qu'en 1666, lorſqu'elle a été obſervée par mon Pere. Car les taches qui ſont obſcures, telles que M. Bianchini les a dépeintes, ſe doivent voir avec bien plus de difficulté que les taches claires, comme il eſt aiſé de s'en appercevoir dans la Lune, dont les parties claires ſe diſtinguent en plein jour avec aſſés d'évidence,

pendant que les parties obſcures, telles que les Mers, diſparoiſſent, & c'eſt par cette raiſon qu'on a pû diſcerner, même après le lever du Soleil, ces taches claires dans Venus : ce qui ne devroit pas paroître ſurprenant au P. Briga, s'il avoit fait attention qu'à cauſe de la grande clarté de cette Planete on la diſtingue ſouvent en plein jour à la vûë ſimple, même dans le temps où la lumiére du Soleil eſt la plus vive.

Si l'on dit, ajoûte-t-il, que ce ſont de vrayes taches dans le corps de la Planete, l'inclinaiſon que l'on a vûë une ſeule fois dans ſon mouvement peut être ſeulement apparente, car le paralleliſme des axes eſt un ſecret de la véritable Aſtronomie, qu'il n'eſt pas ſi ſurprenant qui ait été inconnu aux Aſtronomes Grecs, que de n'être point mis en uſage par tous les modernes.

J'avouë que je ne comprends pas la force de cette objection, ni ſi c'en eſt une ; car puiſque les poles de Venus ſont dirigés aux mêmes points du Ciel, il s'enſuit que par le mouvement de cette Planete autour du Soleil, ces poles changent de ſituation apparente tant à l'égard de l'hémiſphere de Venus expoſé au Soleil, que par rapport à la face qu'elle préſente à la Terre ; d'où il s'enſuit une variation dans la direction des taches obſervées après un intervalle de quelques jours, ce qui eſt apparemment la cauſe que la tache claire, dont le mouvement fut obſervé le 21 Avril 1667 du Sud vers le Nord avec quelque inclinaiſon, parut le 9 Mai ſe faire exactement du Midi vers le Septentrion ſans aucune inclinaiſon.

Puiſque donc, continuë le P. Briga, la figure des taches eſt ſi différente de celles qui ſont repréſentées ſur le Globe de M. Bianchini, qu'elles ont paru à M. Caſſini avoir en très-peu de temps une grande variété que l'on ne pouvoit attribuer, ſelon lui, à une cauſe optique ; qu'ayant été cherchées pendant près de 60 ans, on ne les a point vûës ni aucune qui leur fût ſemblable, cette partie ſi reluiſante s'étant évanouie ; qu'elles ont été obſervées même après le lever du Soleil, lorſque Venus étoit à une grande diſtance de la Terre ; que le mouvement de révolution du Midi vers le Septentrion

dans l'hémiſphere qui nous eſt viſible, eſt trop différent du mouvement du centre en longitude ; je ſuis porté à ſoupçonner que ces phénomenes n'étoient pas réellement dans la ſurface de Venus, mais ou dans ſon atmoſphere ou dans l'éther qui étoit entre la Planete & l'œil, dont il prétend qu'il ne manque pas d'exemples.

Il rapporte pour cet effet l'apparence d'une tache obſcure vûë par Mœſtlin en 1605, dans le temps d'une éclipſe de Lune qui occupoit près de la quatriéme partie du diſque de cette Planete.

Qu'en 1629, on vit à Liſbonne pendant deux jours, au commencement de Janvier, une Etoile qui étoit adhérente à la corne auſtrale de la Lune ; que pour s'écarter moins de ſon exemple, en 1645, Fontana apperçût un ou deux globes obſcurs, ou de couleur rougeâtre, tantôt au dedans, tantôt dehors cette Planete, ce qui fit douter ſi c'étoit un Satellite de Venus, ou un météore dans ſon atmoſphere, ou quelque corps opaque entre l'œil & Venus; ce que d'autres attribuérent à des taches qui étoient dans les Verres dont cet Aſtronome s'eſt ſervi, ce qu'il ne peut pas cependant ſoupçonner.

Enfin que mon Pere lui-même a vû en 1672 & 1686, avec une Lunette de 34 pieds, près de Venus, un petit globe lumineux, dont la phaſe étoit ſemblable à celle de cette Planete, & qui n'en étoit éloigné que de $\frac{3}{5}$ de ſon diametre; ce qui lui fait juger qu'il n'eſt pas vrai-ſemblable que ce phénomene fût dans l'atmoſphere de cette Planete, puiſqu'il ſeroit difficile de croire qu'il fût élevé à une ſi grande hauteur, & encore moins que ce fût un Satellite, puiſqu'on n'auroit pas manqué à l'appercevoir depuis ce temps ; & qu'ainſi il eſt plus croyable que la matiére fluide céleſte qui étoit entre Venus & l'œil de l'obſervateur, étoit devenuë alors aſſés denſe pour pouvoir réfléchir quelque lumiére, quoiqu'il ſuffiſe pour cela que quelques parties de différente rareté ſe mêlent enſemble, comme on le voit dans l'écume blanche qui eſt compoſée d'air diaphane & d'eau claire.

Si donc, à cauſe des raiſons que l'on vient d'inſinuer, on

pouvoit faire les mêmes conjectures ſur les taches vûës dans Venus par M. Caſſini, l'honneur de la découverte ſeroit dû à celui qui pourroit prouver le premier qu'il a vû dans Venus des taches véritables. Je ne ſçais ſi l'on admettra aiſément cette cauſe phiſique des apparences rapportées par le P. Briga, mais quoi qu'il en ſoit, il ſuffit de répondre qu'elles ſont fort différentes de celles que mon Pere a remarquées dans Venus, où il a obſervé en différents jours & à différentes heures du même jour, une partie claire dans Venus qui avoit un mouvement évident du Midi vers le Septentrion; & qu'ainſi on ne peut pas attribuer cette apparence à la denſité de l'éther qui auroit dû avoir deux mouvements, l'un par lequel il auroit ſuivi Venus de l'Orient vers l'Occident, & l'autre qui l'auroit fait élever du Midi vers le Septentrion.

Pour ce qui regarde le mouvement de cette tache, du Midi vers le Septentrion, que le P. Briga trouve fort différent du centre en longitude, il auroit dû propoſer la même objection contre le mouvement des taches apperçûës par M. Bianchini, du Septentrion vers le Midi, & que nous avons prouvé être réellement du même ſens que celui qu'on avoit obſervé en 1667. La différence qui ſe trouve entre la tache obſervée en 1667, & celles qui ont été apperçûës en 1726, dont la premiére étoit claire, & les autres obſcures, ne forme aucune objection difficile à réſoudre, puiſqu'il n'y a qu'à ſuppoſer qu'il y a dans la Planete de Venus, de même que dans la Lune, deux ſortes de taches, dont les unes ſont claires, telles que Tycho, Helicon, &c. & d'autres obſcures, comme Grimaldi, Plato, & ce qu'on appelle *Mers* dans cette Planete. Quant à l'objection fondée ſur ce que cette partie claire, ni aucune autre ſemblable, n'ont pas été apperçûës depuis l'année 1667, même par des Lunettes plus longues, quelque attention qu'on y ait faite; il eſt aiſé de répondre qu'il y a dans Venus, de même que dans Jupiter, des taches permanentes, ou du moins de longue durée, comme les bandes qu'on y obſerve, & d'autres qui ſont paſſageres & de moindre durée, telles que les taches, par le ſecours deſquelles mon

Pere a découvert la révolution de cette Planete autour de ſon axe; & qu'ainſi il n'eſt pas ſurprenant que la tache claire qui a été apperçûë en 1666 & 1667 ſe ſoit diſſipée entiérement, ſans avoir paru depuis ce temps-là, d'autant plus que l'on n'a pas toûjours d'occaſion favorable d'obſerver cette Planete, qui n'eſt que rarement dégagée des vapeurs.

De ce que nous venons de rapporter, il réſulte que ſi l'on ſuppoſe la révolution de Venus autour de ſon axe, de $23^h\ 20'$, on repréſente également bien les obſervations de M. Bianchini & celles de mon Pere, & que ſi on ſoûtient qu'elle ne s'acheve qu'en 24 jours, comme l'a prétendu M. Bianchini, il faut entiérement rejetter celles de mon Pere, comme n'étant qu'une apparence trompeuſe. Nous avons d'abord fait voir que la principale obſervation ſur laquelle M. Bianchini s'eſt fondée, ne concluoit rien contre la période de cette révolution en $23^h\ 20'$, & nous avons crû enſuite devoir répondre, peut-être trop au long, aux objections qui ont été propoſées pour inſinuer que ces apparences étoient trompeuſes.

Nous avons donc jugé qu'en attendant qu'on eût des obſervations plus déciſives ſur la période de la révolution de Venus, nous étions bien fondés à ſoûtenir qu'elle s'acheve en $23^h\ 20'$, à peu-près de même qu'elle a été établie par mon Pere, & conformément au ſentiment de preſque tous les Aſtronomes & les Phyſiciens qui l'ont ſuivi.

Pour nous, après avoir été averti par M. Bianchini, des obſervations qu'il avoit faites à Rome ſur la Planete de Venus, nous avons eſſayé, ſi on pourroit appercevoir les mêmes taches en ce pays-ci.

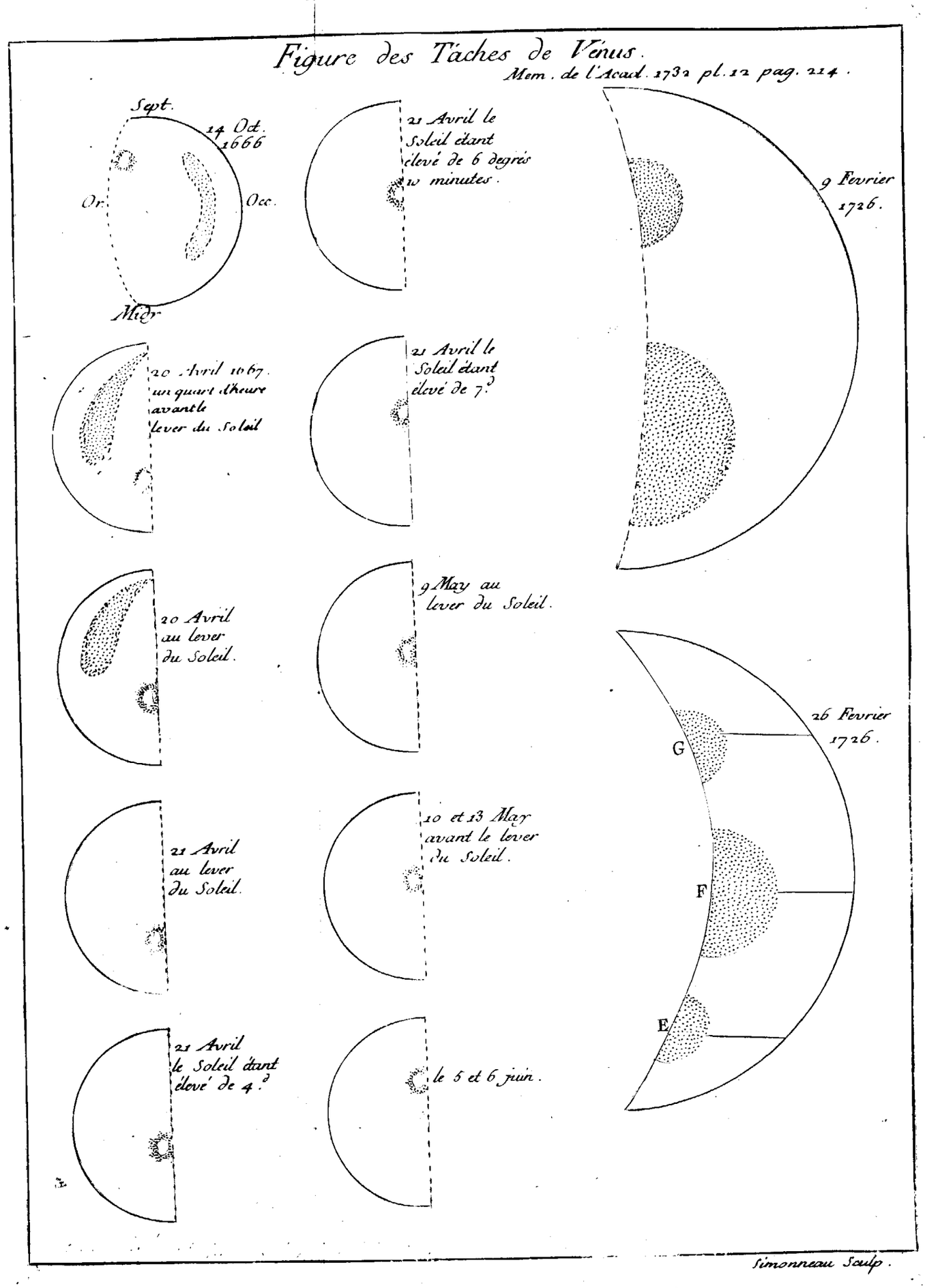
On a pour cet effet fait dreſſer à l'Obſervatoire, un grand mât de 60 pieds de longueur, en forme d'une poutre quarrée depuis 11 juſqu'à 14 pouces d'épaiſſeur, où l'on avoit pratiqué des rainures dans les faces oppoſées ſur toute leur longueur. On avoit conſtruit, pour ſupporter l'objectif & l'élever à la hauteur convenable, une cage ou lanterne de fer qui embraſſoit ce mât, avec des roulettes de cuivre qui entroient dans les rainures du mât, pour élever plus commodément

le Verre avec ſon ſupport, & l'aſſujettir de maniere qu'il n'eût aucun mouvement ſenſible.

Dans cet état, nous avons obſervé Venus un grand nombre de fois, avec une grande facilité, y employant d'abord un Verre de 114 pieds de foyer de longueur, fait par M. Hartſoëker, qui étoit un des meilleurs qu'il eût travaillé, & enſuite un objectif de Campani, de 120 palmes Romaines, ou 82 pieds de Roy, eſſayé par M. Bianchini, qui l'avoit jugé excellent, comme il l'eſt en effet, & qui appartient à M. d'Onzembray. Cependant avec toutes ces précautions, il ne nous a jamais réüſſi à feu M. Maraldi, ni à moi, de voir aucunes taches diſtinctes dans Venus, par un grand nombre d'obſervations faites le ſoir, en 1729, dans les temps les plus favorables; ſoit que celles qui avoient été remarquées par M. Bianchini les années précédentes euſſent diſparu, ſoit que l'air ne fût pas aſſés ſerein en ce pays-ci, pour pouvoir les appercevoir diſtinctement: ce qui peut être la cauſe de ce que mon Pere, qui avoit apperçû en Italie quelques taches dans Venus, ne les a jamais pû découvrir ici, même avec de plus longues Lunettes. Nous avons ſeulement remarqué, que la partie la plus proche de la ſection étoit plus obſcure que celle qui étoit vers les bords, ce qui nous faiſoit ſoupçonner qu'il y avoit des taches. Cependant comme cette apparence peut provenir de ce que la partie la plus proche de la ſection eſt moins éclairée du Soleil par ſes rayons qui y tombent plus obliquement que vers les bords; nous n'avons pas crû pouvoir y aſſeoir de jugement certain, juſqu'à ce que nous ayons d'autres obſervations ſur l'évidence deſquelles on puiſſe compter, & que nous continuerons de faire, lorſque l'occaſion s'en préſentera.

Figure des Taches de Venus.

Mem. de l'Acad. 1732 pl. 12 pag. 224.



Simonneau Sculp.

DISSERTATION
SUR L'AMPUTATION,
Où l'on déduit les différents moyens dont on s'eſt ſervi pour faire cette opération, & pour arrêter le ſang des Arteres, depuis Hippocrate juſqu'à la fin du Siécle dernier.

Par M. PETIT le Médecin.

JE ne parlerai dans cette Diſſertation que des principaux Auteurs qui ont décrit l'opération de l'Amputation. Il ſeroit ennuyeux & même inutile de les parcourir tous. Mon deſſein eſt d'expoſer en raccourci tout ce qu'on a inventé depuis Hippocrate, pour rendre cette opération plus utile, plus ſûre & plus parfaite. 21 Juin 1732.

Celſe, qui vivoit plus d'un ſiécle avant Galien, eſt le premier auteur dans lequel on trouve la deſcription de cette opération; il ne la donne pas comme nouvelle, & quoique ſa chirurgie ſoit, dit-on, tirée d'Hippocrate & d'Aſclépiade, il ne cite ni l'un ni l'autre par rapport à cette opération.

Hippocrate traite de la Gangrene & du Sphacele, il dit [a] qu'il faut amputer ce qui eſt pourri, mais il ne décrit point l'amputation du membre. Aſclépiade vivoit un ſiécle avant Jeſus-Chriſt [b], nous n'avons rien de lui ſur cette matiére, on ne ſçait s'il a fait cette opération. On en doit dire autant d'Erophile & d'Eraſiſtrate, qui faiſoient les opérations de Chirurgie, comme je l'ai dit ailleurs *. Nous ne trouvons donc aucune deſcription de cette opération avant Celſe. Il ne faut point douter qu'elle n'ait été faite avant lui, & même

* *Mem. Acad. an. 1725. p. 8.*

[a] *De articul. 4. obſerv. 17. de morb. vulg. lib. 2. ſect. 7. Epidem. lib. 7.*

[b] Daniel le Clerc, dans ſon hiſtoire de la Médecine, edit. 1723. p. 392. dit que ce Médecin étoit dans une grande réputation à Rome pendant la vie de Mithridate, c'eſt-à-dire, vers le milieu du ſiécle XXXIX.

qu'elle n'ait été décrite par quelques auteurs dont les ouvrages ont été perdus. Selon toute apparence on n'a fait cette opération dans ces temps-là, & même depuis, juſqu'au 15me ſiécle, qu'à l'occaſion du Sphacele ſurvenu à un bras ou à une jambe. Il paroît qu'on la devoit faire très-rarement, parce que les malades étoient toûjours en danger de mourir, &, ſelon Celſe [a], mouroient le plus ſouvent par l'hémorragie pendant l'opération. Il ne faut pas s'en étonner, Celſe ne faiſoit point de ligature au deſſus du lieu qu'il vouloit amputer, pour comprimer les vaiſſeaux, & y ſuſpendre l'hémorragie, du moins il n'en dit rien dans la deſcription de ſon opération. La voici : *Igitur inter ſanam vitiatamque partem incidenda ſcapello caro uſque ad os eſt ſic, ut neque contra ipſum articulum id fiat, & potius ex ſana parte aliquid excidatur, quam ex ægra relinquatur. Ubi ad os ventum eſt, reducenda ab eo ſana caro, & circa os ſubſecanda eſt, ut ea quoque parte aliquid oſſis nudetur : dein id ſerrula præcidendum eſt, quam proxime ſanæ carni etiam inhærenti, ac tunc frons oſſis quam ſerrula exaſperavit, lævanda eſt ſupraque inducenda cutis, quæ ſub ejuſmodi curatione laxa eſſe debet, ut quam maxime undique os contegat. Quo cutis inducta non fuerit, id linamentis erit contegendum, & ſuper id ſpongia ex aceto deliganda. Cætera poſtea ſic facienda, ut in vulneribus, in quibus pus non moveri debet, præceptum eſt.*

Lib. 7. c. 33.

On ne voit dans cette deſcription aucun moyen de ſuſpendre l'hémorragie, & voilà pourquoi les malades mouroient ſouvent par la perte de leur ſang pendant l'opération. Ce qu'il y a de ſurprenant, c'eſt qu'on ne trouve point ce moyen dans aucun des auteurs qui ont décrit cette opération juſqu'au 16me ſiécle.

Paul Æginete, Avicenne, Guy de Chauliac, n'en diſent pas un mot. Guy de Chauliac, qui vivoit vers le milieu du 14me ſiécle, faiſoit deux ligatures, une au deſſus de l'endroit où il devoit faire l'amputation, & une autre au deſſous, mais il ne

[a] *Lib. 7. cap. 33.* Sed id quoque cum ſummo periculo fit, nam ſæpe in ipſo opere, vel profuſione ſanguinis, vel animæ defectione, moriuntur.

dit

dit point qu'il les faiſoit pour ſuſpendre l'hémorragie, ou même pour ôter le ſentiment à la partie. Il eſt aiſé de comprendre qu'il ne les faiſoit que pour aſſujettir les chairs, & les affermir de maniére que le couteau pût les couper plus uniment & avec plus de facilité, ce que l'on fait encore aujourd'hui. On ne ſçait ſi Veſale s'eſt ſervi d'une ligature pour ſuſpendre l'hémorragie, on ne le voit pas bien clairement dans ſa deſcription.

Bartholomæus Maggius [a], qui a écrit vers le milieu du 16me ſiécle, & dont les œuvres ont été recueillies par Geſner, faiſoit une ligature ſur la partie ſaine au deſſus de la partie corrompuë. L'on ſerroit cette ligature très-fort, pour ôter en quelque maniére le ſentiment à la partie. Il ne parle point du tout des moyens de ſuſpendre l'hémorragie pendant l'opération. Il dit que Celſe faiſoit une ligature au deſſus de la partie corrompuë, mais Celſe n'a point décrit ſon opération de la maniére dont Maggius la rapporte. J'ai fait voir ci-deſſus qu'il ne dit rien de cette ligature. Botal [b], Médecin de Charles IX, dit qu'on faiſoit trois ligatures de ſon temps, une ſans doute pour ôter le ſentiment (il ne le dit pas poſitivement), & les deux autres au deſſus & au deſſous de l'endroit où l'on devoit couper le membre, ſans rien dire des moyens de ſuſpendre l'hémorragie.

Paré, Chirurgien de Charles IX, dit [c] que lorſque l'on veut amputer un membre, il faut tirer la peau & les muſcles vers la partie ſaine, & faire une ligature extrême au deſſus de l'endroit où l'on voudra couper, avec un fort lien délié & de figuré plate. Elle ſert, dit-il, 1.° à tenir le cuir & les muſcles relevés en haut avec l'aide des ſerviteurs. 2.° Elle prohibe l'hémorragie. 3.° Elle ôte le ſentiment à la partie. Voilà le premier auteur que j'ai trouvé qui parle bien clairement de la maniére de ſuſpendre l'hémorragie pendant l'opération.

Pigray, Fabrice d'Aquapendente, Fabrice Hildam, & tous les Chirurgiens qui ſont venus après lui, l'ont miſe en uſage.

[a] *De vulner. ſclop. cur. de memb. ſphacelo affecti & corrupti exciſione.*

[b] *Leonardi Botalli opera de vulner. ſclopet. c. 23. p. 789. edit. 1660. de Van Horne.*

[c] *Oeuvre de Chirurgie, liv. 12. des combuſtions & gangrenes, edit. 1664.*

Il eſt vrai que cette ligature ne ſuſpendoit pas toûjours & totalement l'hémorragie, car les vaiſſeaux laiſſoient échapper plus ou moins de ſang malgré cette ligature : cet inconvénient mettoit quelquefois le malade en danger de perdre la vie. Le S.r Morel, Franc-Comtois, Chirurgien d'armée, & fort ingénieux, a trouvé le moyen d'arrêter le ſang avec plus de ſûreté ; il a inventé le Tourniquet en 1674, de la maniére dont on s'en ſert aujourd'hui [a]. Avec cet inſtrument on eſt le maître d'arrêter totalement le ſang, & d'en laiſſer couler ſi peu & autant que l'on veut, en le ſerrant plus ou moins. Il ôte le ſentiment à la partie, enſorte que les malades ne ſentent point une douleur ſi vive, lorſque l'on coupe les chairs, & que l'on fait la ligature des vaiſſeaux, ce qui fait qu'ils ſupportent avec plus de patience cette cruelle opération ; avantage qui ne ſe trouve qu'imparfaitement dans la ligature de Paré.

Un des défauts de ce Tourniquet eſt, dit-on, de pincer la peau, & de cauſer des douleurs très-vives ; ce qui eſt vrai, lorſque le Chirurgien n'a pas l'adreſſe de l'accommoder comme il faut, mais avec un peu de ſoin & d'attention, & à l'aide d'un carton que l'on met à l'endroit du bâton ou garot, on évite cet accident.

Un autre défaut que l'on donne à ce Tourniquet eſt que ſi l'on apprehende l'hémorragie après l'opération, on ne peut le laiſſer ſur la partie, parce qu'il ſupprime totalement la circulation du ſang au deſſous de l'endroit où il eſt appliqué. Cette partie courroit riſque de tomber en mortification, ce qui a engagé quelques Chirurgiens habiles à imaginer de nouvelles Machines dont je parlerai dans un Mémoire, où j'expoſerai celles qui ont été inventées depuis le dernier ſiécle pour ſuſpendre & arrêter l'hémorragie des Arteres. En attendant, je dirai que le S.r Morel n'a prétendu ſe ſervir de ſon Tourniquet que pour ſuſpendre ſûrement l'hémorragie dans le temps de l'opération, & juſqu'à ce qu'on s'en ſoit rendu maître par la ligature des vaiſſeaux, ce que l'on n'avoit encore

[a] *Voyés l'Art de ſaigner du S.r Meuriſſe, edit. 1728. p. 302.*

pû faire ; d'ailleurs c'eſt un cas très-rare de voir renouveller l'hémorragie, lorſque la ligature eſt faite de la maniére dont nous le dirons dans la ſuite de ce Mémoire, après que nous aurons vû de quelle maniére on coupoit les chairs.

Hippocrate ni Galien, comme je l'ai dit, n'ont donné aucune deſcription de l'amputation, il ne faut donc pas chercher chés eux de quelle maniére on coupoit les chairs, ni comment on arrêtoit le ſang des vaiſſeaux, ils ont rapporté en général les moyens d'arrêter les hémorragies, mais ils n'ont rien dit en particulier des moyens d'arrêter le ſang dans l'amputation.

J'ai été ſurpris de ne point trouver dans Galien l'opération de l'amputation, lui qui décrit volontiers les opérations de Chirurgie. Il a parlé de la Gangrene & du Sphacele [a] ; il dit, après Hippocrate, qu'il faut amputer la chair pourrie & gâtée, mais il n'en dit pas davantage. Cette opération devoit pourtant ſe pratiquer de ſon temps à Rome, puiſque Celſe qui étoit Romain, & qui vivoit cent ans ou environ avant Galien, l'a décrite, & qu'il l'a faite ou vû faire. Galien ne cite aucun Médecin ni Chirurgien qui ait fait cette opération ; il auroit dû au moins citer Celſe, qui doit avoir été en grande réputation pour la Chirurgie, je n'ai trouvé même le nom de Celſe en aucun endroit des ouvrages de Galien.

Nous avons rapporté au commencement de cette Diſſertation, la deſcription que Celſe a faite de cette opération ; nous avons vû qu'il coupe les chairs juſqu'à l'os, & plûtôt dans le vif que dans le mort. Il ſcie l'os, & ramene la peau par deſſus l'os, & ſans doute par deſſus l'embouchure des vaiſſeaux, quoiqu'il ne le diſe pas. Mais comment cette peau pouvoit-elle recouvrir l'os & les vaiſſeaux ? on ne voit point qu'il prenne la précaution de tirer la peau & les chairs vers le haut de la partie, à moins qu'on ne veuille le ſouſentendre. Il ne paroît pas d'ailleurs qu'il ait formé un lambeau de peau, comme quelques Chirurgiens ont fait à la fin du dernier ſiécle ; la

[a] *Lib. 2. ad Glauc. cap. 9. In lib. Hippocr. de fract. comment. 11. De method. medend. lib. 2. cap. 9.*

choſe eſt trop ſinguliére, il n'auroit pas manqué de le dire. Il coupoit très-près des chairs ſphacelées *inter ſanam vitiatamque partem*, ce qui ne pouvoit pas lui procurer la facilité de laiſſer un lambeau ; il ne paſſoit point un fil en croix dans les chairs & dans la peau, comme on a fait depuis, pour aſſujettir cette peau ſur l'endroit amputé, cependant il eſt clair, par ſa deſcription, qu'il vouloit que la peau couvrît l'os, & qu'elle ſe réunît à l'os & aux chairs ; & afin que cela ſe fît avec plus de facilité, il laiſſoit la peau lâche, mais il ne le pouvoit, s'il ne faiſoit tirer & relever cette peau vers la partie ſupérieure : c'eſt ce qu'il ne dit point, il dit ſimplement, *ſupraque inducenda cutis, quæ ſub ejuſmodi curatione laxa eſſe debet.* Il nettoyoit la partie antérieure de l'os de toutes les aſpérités que les dents de la ſcie peuvent y avoir produites, & qui doivent s'exfolier. Enfin il n'appliquoit aucun aſtringent ſur les vaiſſeaux. Il n'appliquoit point le feu, ni ne faiſoit point la ligature des vaiſſeaux. Cela auroit été contre ſon intention, qui étoit vrai-ſemblablement de boucher l'orifice des vaiſſeaux avec la peau & les chairs qu'elle amenoit avec elle, pour prévenir par ce moyen l'hémorragie, & réunir le tout enſemble. Il ſe contentoit de mettre du linge ſur les endroits que la peau ne pouvoit recouvrir, il appliquoit ſur le tout une éponge imbibée de vinaigre, & par cet appareil il évitoit la ſuppuration, & conſolidoit la playe très-promptement. Voilà préciſément l'intention des S.rs Verduin [a] & Sabourin [b], l'un Hollandois & l'autre Genevois, qui ſe ſont propoſé tous deux en même temps, ſur la fin du ſiécle dernier, de laiſſer dans cette opération une partie de peau & de chair en lambeau pour recouvrir plus facilement les os & l'embouchure des vaiſſeaux, ce qu'ils ont appellé l'*opération de l'amputation à lambeau ;* ils évitoient la ſuppuration, & abrégeoient ainſi la guériſon de la playe.

Il ſeroit à ſouhaiter que Celſe ſe fût expliqué plus clairement ſur les moyens dont il ſe ſervoit pour tenir la peau

[a] *Mangeti Bibliot. anatom. chirurg. tom. 1. lib. 7. p. 255. & ſeqq.*
[b] *Hiſt. de l'Acad. des Sciences, 1702. p. 33.*

lâche : nous voyons aujourd'hui que quelque effort que l'on faſſe pour tirer & relever la peau & les chairs en haut avant que de les couper, on ne peut ramener la peau ſur l'os après l'amputation, du moins on ne peut l'y contenir avec facilité; ce qui a engagé pluſieurs Chirurgiens célebres à retenir ſur la playe la peau & les chairs par le moyen d'un fil qu'ils y paſſoient en croix, & c'eſt ce que nous verrons en parlant des Chirurgiens qui ont décrit cette opération à la fin du 16me & dans le 17me ſiécle.

On voit, par tout ce que je viens de dire, bien des obſcurités dans la deſcription de l'opération de Celſe.

Paul Æginete [a], qui, ſelon Freind, vivoit dans le 7me ſiécle, eſt le premier que j'ai trouvé qui, après Celſe, a décrit cette opération. Il ne manque pas d'obſcurité, non plus que Celſe, on ne peut découvrir facilement s'il coupoit dans la partie ſaine, ou dans ce qui étoit ſphacelé. Il rapporte la maniére dont Leonides faiſoit cette opération. Il dit qu'avant que de ſcier l'os, on doit mettre un linge ou bande large ſur la partie coupée pour empêcher que la ſcie ne la touche, & ne cauſe de la douleur : ce qui marque en quelque maniére qu'il coupoit dans le vif; & pour arrêter l'hémorragie, il brûloit l'orifice des vaiſſeaux avec le cautere actuel.

Avicenne, qui vivoit dans le 12me ſiécle, veut [b] que l'on coupe dans le ſphacelé pour éviter l'hémorragie, & que l'on applique les fers chauds ſur la partie gâtée que l'on a laiſſée ſur la partie ſaine.

Guy de Chauliac [c] coupoit la chair entre deux ligatures, & à l'exemple de Paul, il appliquoit un linge ou bande large ſur la partie coupée, pour la garantir de la ſcie, il ſcioit l'os, & cautériſoit la chair ſaine avec des fers brûlants, ou avec l'huile bouillante.

Véſale [d] qui a écrit dans le 16.me ſiecle, a donné une

[a] *Lib. 6. cap. 84. p. 243. de extremarum partium præfectione.*

[b] *Tom. 2. lib. 4. fen. 3. tract. 1. p. 114. 115.*

[c] *Magna Chirurg. a Laurentio Jouberto. Lugd. 1585. in 4.° tract. 6. doctrina 1. cap. 8. de membr. ſuperf. &c.*

[d] *Chirurg. magn. lib. 5. cap. 12. de Gangræna.*

deſcription de cette opération un peu embrouillée. Il parle de ligature, mais on ne peut découvrir ni comment ni pourquoi il s'en ſert. On voit qu'il coupe les chairs avec un couteau chauffé, mais il faut deviner ſi c'eſt dans le vif, plûtôt que dans le mort; enſuite il applique des fers chauds ſur les grands vaiſſeaux, & ſur la chair qu'il brûle juſqu'à ce que le malade ſente de la douleur, ce qui fait ſoupçonner qu'il coupe dans le mort, & que les vaiſſeaux ne fourniſſent plus de ſang, puis il cautériſe la partie antérieure de l'os pour la faire exfolier plus promptement.

Bartholomæus Maggius[a], contemporain de Véſale, coupoit la partie corrompuë, & la ſéparoit de la partie ſaine; & après avoir ſcié l'os, il appliquoit des fers chauds ſur les vaiſſeaux & les chairs à demi-corrompuës, ou bien il trempoit le membre dans l'huile bouillante ſeule, ou mêlée avec du ſoufre, juſqu'à la partie ſaine. Voilà, à peu de choſe près, la méthode de Guy de Chauliac.

Botal[b] rapporte l'opération, de la même maniére que Maggius; il ne fait pourtant point mention d'huile bouillante: mais Botal trouvoit que l'on employoit trop de temps, en faiſant l'opération de cette maniére; outre cela, on faiſoit, ſelon lui, trop de douleur en ſciant l'os, dont on ne pouvoit ôter toutes les chairs qui y étoient attachées, que l'on déchiroit avec la ſcie, & principalement lorſqu'il y avoit deux os à ſcier. Il a imaginé un autre moyen de couper le membre tout d'un coup, & qu'il dit être plus ſûr, plus facile, & plus prompt. Il ſe ſervoit pour cela de deux couteaux fort larges, en forme de couperet, comme ceux des bouchers, dont l'un étoit aſſujetti & engagé ſur une piece de bois ou billot, placé entre deux colomnes de bois; l'autre étoit aſſujetti à la partie inférieure d'une autre piece de bois qui couloit entre les deux colomnes; elle pouvoit monter & deſcendre, au moyen de deux rainures pratiquées dans les deux colomnes de bois,

[a] *De vulnerib. ſclopet. curat. in Chirurg. de Chirurg. ſcript. Tiguri, Geſneri, 1555.*

[b] *Leon. Botalli opera de vulner. ſclopet. cap. 23. edit. de Van Horne, p. 789.*

comme dans la machine qui ſert à enfoncer des pieux. Il plaçoit le membre entre ces deux colomnes au-deſſus du couperet inférieur, & laiſſant tomber la piece de bois, chargée de plomb pour la rendre plus peſante, le membre étoit coupé dans l'inſtant, par la rencontre des deux couteaux, le malade ne ſentoit qu'une douleur très-légére, l'on cautériſoit auſſi-tôt les vaiſſeaux, & il ne ſe perdoit que très-peu de ſang.

On a reproché à cette méthode, la contuſion qui arrivoit aux chairs, & principalement la fracture des os qui ſe briſoient en pluſieurs pieces, ce qui rendoit dans la ſuite, la guériſon difficile. C'eſt, je crois, cette derniére raiſon qui eſt la principale cauſe que cette opération n'a point été ſuivie. Botal cite, page 791, un certain Maître Jacques, Chirurgien, *Magiſter Jacobus cognomine Regius*, qui réüſſiſſoit dans cette opération. Hildam s'eſt élevé contre cette méthode.

Paré, contemporain de Botal, coupoit les chairs dans le vif, avec un couteau courbe, il ſe ſervoit d'une bande large, coupée en deux, comme Paul Æginete, & Guy de Chauliac, pour relever les chairs, les couvrir & les garantir de la ſcie. Il coupoit avec un biſtouris un peu courbe, les chairs qui ſe trouvoient entre les deux os, lorſque l'amputation ſe faiſoit à la jambe ; il ſcioit les os, puis il prenoit les vaiſſeaux avec un bec de corbin, il les tiroit, & les lioit d'un double fil avec de la chair, ſi elle s'y rencontroit ; enſuite il défaiſoit le lien qui ſerroit le membre au-deſſus de l'amputation, il faiſoit quatre points d'aiguille en croix, aux levres de la playe, & ramenoit ſur les os, les muſcles coupés avec la peau, mais ſeulement autant qu'elles ſe trouvoient à pareille longueur qu'elles étoient avant l'amputation, & il ne ſerroit point trop le fil. Si la ligature de quelque vaiſſeau ſe délioit, Paré ne ſe mettoit pas en peine de chercher ce vaiſſeau avec le bec de corbin, on ne le trouveroit pas ; mais ſans relier le membre avec une ligature, il le faiſoit empoigner par un homme robuſte qui preſſoit fortement l'endroit de la route des vaiſſeaux. Pour lors Paré prenoit une aiguille quarrée & bien tranchante, longue de 4 pouces, enfilée d'un bon fil en trois

ou quatre doubles, il paſſoit l'aiguille dans les chairs, à un demi-doigt de l'orifice du vaiſſeau & par-deſſus, puis il la repaſſoit de même par deſſous, en faiſant le tour du vaiſſeau, & la faiſoit ſortir à un doigt de ſon entrée; il mettoit entre les deux bouts du fil, une petite compreſſe ſur laquelle il faiſoit la ligature, puis il mettoit les aſtringents ſur la playe, & levoit l'appareil le 4.me jour.

Paré fait remarquer que ſi c'eſt une amputation de la jambe, il la fait tenir pliée, puis après la ſection de l'os, il la fait étendre, afin que les vaiſſeaux que l'on veut lier ſe manifeſtent mieux. Il dit qu'il eſt le premier qui a trouvé ce moyen. Je ne me ſuis point apperçû qu'il ait produit l'effet qu'il lui attribuë, car comme les vaiſſeaux ſont attachés aux chairs qui les environnent, ils les ſuivent par leur reſſort, lorſqu'elles ſe retirent. Paré a fait d'autres découvertes plus importantes, il eſt le premier qui a fait la ligature des vaiſſeaux dans l'amputation. Gourmelen s'eſt gendarmé en vain contre cette ligature des vaiſſeaux; malgré tout ce qu'il a pû dire, cette méthode a été trouvée très-utile, & a été ſuivie.

J'ai trouvé encore d'autres nouveautés dans Paré; il ne ſe les attribuë pas, mais je ne les ai point rencontrées ailleurs. L'une qu'il eſt le premier où je vois l'uſage du couteau courbe pour couper les chairs, il ne paroît pas que Maggius, qui a écrit peu de temps avant Paré, s'en ſoit ſervi, il ne le dit pas dans ſa deſcription : je ne voudrois pourtant pas aſſûrer que l'on ne s'en ſoit ſervi avant Paré, il y a un endroit dans Botal qui le feroit ſoupçonner. Dans la deſcription qu'il donne de la maniére dont on faiſoit l'opération de ſon temps, il ſe ſert ſeulement du mot de *cultro*[a] à l'ablatif, ſans dire que ce couteau étoit courbe : mais ſon Commentateur Van Horne dit, *cultrum intelligit inſtar corniculatæ lunæ falcatum.* Botal ſe ſert du mot de *novacula.* Mais Hildam, qui s'eſt ſervi du couteau courbe, employe auſſi le mot de *novacula.*

L'autre nouveauté que j'ai vûë dans la deſcription de Paré,

[a] *De vuln. ſclop. c. 22. p. 788.* il dit : *Duplici modo chirurgica ars, dum fas eſt, amputare ſolet, nempe ſerra & cultro.*

eſt

eſt qu'il coupe les chairs entre les deux os de la jambe; il ſe ſervoit pour cela d'un biſtouri un peu courbe. Il n'eſt pas ſûr que Paré ſoit l'auteur de ces deux derniéres nouveautés, il n'auroit pas manqué de s'en faire honneur, comme il a fait des précédentes, puiſqu'elles ſont d'une grande utilité: car l'on s'en eſt toûjours ſervi depuis ce temps-là.

Il y en a encore une autre que je ne trouve point avant lui, & qu'il ne s'attribuë pas plus que les deux derniéres, c'eſt qu'après avoir lié les vaiſſeaux, il ramenoit la peau & les chairs ſur les os, & les y contenoit en faiſant quatre points d'aiguille en croix, aux levres de la playe. Sans doute que cette méthode ſe pratiquoit de ſon temps, mais elle étoit inutile, & même impoſſible en quelques occaſions. Elle n'étoit d'aucun uſage, 1.° lorſqu'on coupoit les chairs dans la partie morte, parce que les chairs & la peau ſphacelée ne pouvoient ſoûtenir les points d'aiguille, elles ſe ſeroient facilement déchirées. 2.° Ceux qui coupoient dans le vif, & qui appliquoient les fers chauds ſur toute la ſurface de l'amputation, ne pouvoient auſſi s'en ſervir, à cauſe de la croûte qui s'y formoit, & parce que ces chairs étant à moitié cuites devoient ſe déchirer facilement. Ceux mêmes qui ne ſe ſont point du tout ſervis de feu, ont été obligés de l'abandonner, à cauſe que lorſque les fils ſerroient un peu fort, elle cauſoit beaucoup de douleur, & produiſoit de l'inflammation à la partie, ce qui obligeoit de couper les fils au plus vîte. Elle devenoit inutile, ſi on ne ſerroit un peu les fils. Le bandage ſeul ſatisfait à l'intention que l'on ſe propoſe dans cette méthode.

Daniel Sennerte décrit l'amputation de la même maniére que Paré.

Pigray ne différe de Paré, qu'en ce qu'il dit que lorſqu'il ne peut prendre aiſément les vaiſſeaux avec le bec de corbin, il les cautériſe avec le cautere actuel.

Guillemeau eſt de même ſentiment; outre cela il fait la ligature des vaiſſeaux d'une maniére particuliére (page 508), il perce la peau au deſſus de l'amputation avec une aiguille

enfilée d'un bon fil qu'il conduit au deſſus, & au de-là du vaiſſeau, puis il perce la chair au deſſous du vaiſſeau, avec la même aiguille qu'il fait ſortir ſur la peau à un doigt du premier point, il embraſſe de cette maniere le vaiſſeau & les chairs, qu'il ſerre, en liant les deux extrémités du fil ſur une petite compreſſe qu'il y met, pour empêcher le fil de couper la peau. Cette méthode ne paroît avoir été ſuivie que de Dionis, encore y a-t-il fait un changement, comme je le dirai en ſon lieu.

Fabrice d'Aquapendente qui a écrit au commencement du 17.me ſiécle [a], coupoit les chairs dans le ſphacelé, dont il laiſſoit l'épaiſſeur d'un doigt, comme Avicenne & Véſale, & par-là, dit-il, il évitoit l'hémorragie & la douleur; puis il appliquoit le feu ſur la partie, juſqu'à ce que le malade ſentît la chaleur, & qu'il ſe fût formé une croûte ſur l'embouchure des vaiſſeaux.

Cette pratique a été enfin rejettée, parce qu'elle eſt ſujette à pluſieurs inconvénients. Le premier eſt que quelque précaution que l'on prenne pour brûler tout le mort que l'on laiſſe ſur le vif, on doit craindre qu'il n'en reſte aſſés pour produire la corruption dans la partie ſaine. Le ſecond inconvénient eſt que la partie ſphacelée & cautériſée, étant ſéparée du vif par la ſuppuration, il reſte un bout d'os allongé, qui retarde beaucoup la guériſon de la playe, qui ne peut ſe conſolider facilement.

Marcus Aurelius Severinus [b] décrit l'opération comme Paré, il en differe pourtant en ce qu'il ne fait point la ligature des vaiſſeaux. Il ſe contente de ramener la peau par deſſus la playe. Il recouvre les vaiſſeaux, il y aſſujettit cette peau avec du fil paſſé en croix, enfilé dans deux aiguilles. Nous avons fait voir ci-deſſus les inconvénients de cette méthode.

Guillaume Fabrice Hildan [c], après avoir lié le membre très-fortement, pour ſuſpendre la circulation du ſang, aſſujettit

[a] *De Chirurg. operat. cap. 96. p. 123. edit. 1619.*

[b] *Chirurg. lib. 2. pars prima, cap. 9. pag. 243. edit. 1632.*

[c] *Chirurg. lib. 7. cap. 23. de ſphacelo.*

la partie ſur un banc avec une bande; il enveloppe le membre avec une eſpece de manche de cuir, dont l'extrémité peut être ſerrée en forme de bourſe, puis il coupe les chairs dans le vif juſqu'à l'os, avec un raſoir ou autre couteau courbe tranchant des deux côtés. Il dépouille l'os de ſon périoſte, & lorſqu'il y a deux os, il coupe les chairs qui ſe trouvent entre deux avec un biſtouri un peu courbe, après quoi il enveloppe la chair coupée, en ſerrant les cordons de la manche, & par ſon moyen il retire les chairs en haut, il découvre l'os, & empêche que le ſang qui ſort des vaiſſeaux ne cache l'endroit où l'on doit appliquer la ſcie avec laquelle il coupe l'os : puis ayant ôté la manche & les liens, il applique le cautére actuel ſur les vaiſſeaux, juſqu'à ce qu'il s'y ſoit formé une croûte pour arrêter le ſang.

Ce que Hildan a de ſingulier, c'eſt 1.° qu'il ſe ſert d'un banc pour aſſujettir le membre qu'il veut amputer; mais cela paroît très-inutile, & peut même être embarraſſant, ce qui eſt cauſe que l'on ne l'a pas ſuivi en cela. 2.° Il ſe ſert d'une eſpece de manche de cuir qui eſt auſſi plus embarraſſante qu'utile, puiſque l'on ſe ſert avec plus de facilité & de promptitude d'une bande de linge large & fenduë en deux par une de ſes extrémités. Hildan s'eſt auſſi quelquefois ſervi du couteau rougi au feu pour couper les chairs. Il ſe ſert du cautere actuel pour arrêter le ſang des vaiſſeaux, principalement lorſque le membre eſt ſphacelé; mais, ſelon lui, on peut ſe ſervir de la ligature, ſi le patient eſt jeune, robuſte & pléthorique, & pour lors il fait la ligature du vaiſſeau comme a fait Ambroiſe Paré. Il cite mal-à-propos Celſe, Galien & Avicenne ſur la ligature des vaiſſeaux dans l'amputation, puiſqu'ils ne l'ont faite qu'aux vaiſſeaux ouverts par des playes, comme je l'ai dit ci-deſſus.

Hildan ramene la peau & les chairs autant qu'il peut par deſſus les os, ſans les y aſſujettir avec du fil paſſé en croix dans les chairs & dans la peau, & dont il ne veut pas qu'on ſe ſerve pour les raiſons que nous avons dites ci-deſſus.

Vigier, qui a donné ſes œuvres de Chirurgie vers le milieu

du ſiécle paſſé, faiſoit l'amputation de la même maniére & avec les mêmes précautions que Pigray. Barbet a fait la même choſe, il a écrit un peu plus tard que Vigier, Nuck les a ſuivis de près. Il eſt le premier qui parle du Tourniquet que le S.r Morel a inventé pour ſuſpendre l'hémorragie, mais il trouve la ligature des vaiſſeaux ſi douloureuſe, qu'il aime mieux ſe ſervir du cautere actuel. Il ſe trompe, car la ligature du vaiſſeau bien faite, eſt moins douloureuſe & bien plus ſûre que le cautere actuel. Nuck dit qu'on peut ſe ſervir d'une eſpece de champignon qu'il appelle *bouiſt*, & que nous nommons *veſce de Loup* [a]; on s'en ſert communément en Allemagne & en Hollande pour arrêter les hémorragies. Charriére [b], Jean-Baptiſte Verduc [c], Dionis, n'ont fait que copier les auteurs qui les ont précédés dans la deſcription qu'ils ont donnée de l'amputation. Mais Dionis donne deux nouveaux moyens d'arrêter le ſang par la ligature des vaiſſeaux. Dans le premier, il lie le vaiſſeau avec un fil ciré & enfilé dans une aiguille, & ſe ſert du valet à Patin pour prendre le vaiſſeau & le tirer dehors; il entoure le vaiſſeau avec le fil, il paſſe après cela l'aiguille & le fil à travers l'extrémité du vaiſſeau, puis il le lie & le fixe de maniére qu'il ne peut ſe déranger par la pulſation du ſang. Dans le ſecond moyen, il prend deux aiguilles enfilées du même fil ciré, il en paſſe une au deſſus du vaiſſeau dans les chairs qu'il traverſe avec la peau, & qu'il fait ſortir à deux travers de doigts au deſſus de l'amputation. Il perce avec l'autre aiguille les chairs & la peau au deſſous du vaiſſeau, & la fait ſortir à un demi-travers de doigt de l'autre point d'aiguille; il met entre les deux une petite compreſſe ſur laquelle il nouë ces deux fils, & ſerre ainſi le vaiſſeau. Ce ſecond moyen ne differe de celui dont parle Guillemeau, que parce que ce dernier ne ſe ſert que d'une aiguille.

Le valet à Patin eſt une eſpece de pince qui a été inventée vers le milieu du ſiécle paſſé, & dont on ne fait pas aujourd'hui

[a] *V. les Mem. de l'Acad. de cette année 1732. p. 33.*

[b] *Edit. 1721. p. 322.*

[c] *Edit. 1721. p. 351.*

un grand uſage. M. Garangeot, Maître Chirurgien de Paris, en donne la deſcription [a] & la figure. Dans le commencement qu'on s'eſt ſervi de cet inſtrument, on y paſſoit un fil en nœud coulant, on tiroit l'artere en dehors avec le valet à Patin, & l'on lioit l'artere à nud ſur laquelle le fil n'étoit pas fixé, de maniére qu'il ne pût couler, ce qui étoit ſujet à deux inconvénients. 1.° Si on ſerroit le fil un peu fort pour l'empêcher de couler, il coupoit peu-à-peu l'artere dont le bout lié ſe ſéparoit trop tôt, & l'hémorragie ſe renouvelloit plus dangereuſement qu'auparavant. 2.° Si la ligature que l'on faiſoit étoit un peu lâche, la pulſation continuelle du ſang pouſſoit peu-à-peu le fil, & le faiſoit couler juſqu'à l'extrémité du vaiſſeau qu'il abandonnoit. Dionis a voulu remédier à ce défaut, en paſſant le fil à travers le vaiſſeau, dans le premier moyen qu'il propoſe, & qui n'a pas été ſuivi, parce qu'il eſt trop compoſé. Le ſecond moyen l'eſt encore davantage, il eſt auſſi plus douloureux. Aujourd'hui on lie les arteres à la maniére de Paré, qui eſt la plus ſimple, & ſuivie de tous les bons praticiens. On paſſe l'aiguille, comme je l'ai déja dit, à travers les chairs qui ſont autour de l'artere, & l'on noüe les deux bouts du fil ſur une petite compreſſe de linge. Dionis dit auſſi qu'on peut arrêter le ſang avec un bouton de vitriol, ce qui a été pratiqué & recommandé par pluſieurs praticiens du dernier ſiécle.

Le vitriol de Cypre, qui eſt celui dont on ſe ſert pour brûler l'orifice des arteres ouvertes, & qui y fait un bon eſcarre, n'arrête pas ſi promptement le ſang que le cautere actuel & la ligature, il faut qu'il ſe liquefie pour s'inſinuer dans les pores des chairs; ainſi ce remede ne peut agir que lentement. Le ſang auroit bientôt franchi la barriére qu'on lui oppoſe, ſi on ne prenoit de grandes précautions : ceux qui s'en ſont ſervis, ont mis des compreſſes graduées ſur le bouton de vitriol, & d'autres compreſſes longues ſur le paſſage des vaiſſeaux, de maniére qu'au moyen d'un bandage un peu ſerré, les chairs pouvoient être comprimées ſur les vaiſſeaux.

[a] *Traité des inſtrum. de Chirurg. tom. 2. p. 13. & ſuiv.*

On ne manquoit pas de mettre un garçon qui tenoit inceſſamment la main ſur le moignon. On prenoit, à la vérité, les mêmes précautions dans les autres appareils de l'amputation, mais ſur-tout dans celui-ci on y avoit une attention très-exacte.

Au ſurplus on évitoit de ſe ſervir de forts ſupuratifs, pour ne point donner occaſion à l'eſcarre de ſe ſéparer trop promptement, & de tomber avant que l'extrémité du vaiſſeau fût entiérement reſſerrée & tout-à-fait bouchée.

Il ne ſera pas hors de propos d'expliquer ici l'action des Eſcarrotiques. Je vais donner mes conjectures ſur cette matiére, qui eſt remplie de difficultés comme beaucoup d'autres. Il me paroît qu'il eſt toûjours bon de les hazarder, cela engagera ſans doute quelques Phyſiciens à les examiner avec attention, & peut-être à en propoſer de plus vrai-ſemblables, que l'on recevra avec plaiſir.

On fait en général deux ſortes de cauſtiques ou cauteres; l'un eſt appellé *cautere actuel*, & l'autre *cautere potentiel*. Le cautere actuel eſt le feu, & tous les corps brûlants, comme le fer, l'eau & les huiles très-chaudes, &c. Lorſqu'on les applique ſur une partie, leur chaleur pénetre les chairs où il ſe trouve de l'air enfermé dans les liqueurs qui y circulent, cet air eſt rarefié & dilaté extraordinairement par la grande chaleur. Cette violente dilatation ſépare & deſunit toutes les parties entre leſquelles l'air ſe trouve logé, & en détruit ainſi la ſtructure. L'air dilaté s'échappe facilement des pores & des interſtices des chairs qu'il a détruites, il enleve en même temps toutes les parties aqueuſes qui s'y trouvent, ce qui eſt cauſe que l'endroit brûlé ſe ſéche, & qu'il s'y forme une croûte.

Le plomb fondu, le ſoufre fondu & les huiles très-chaudes, dont quelques praticiens ſe ſont ſervis, agiſſent de la même maniére.

Je fais de trois ſortes de Cauteres potentiels, par rapport aux parties ſur leſquelles ils agiſſent. Les premiers n'ont d'action que ſur les chairs découvertes de la peau ; les ſeconds agiſſent ſur la peau & les chairs, & les troiſiémes n'attaquent ſeulement que la peau.

Les cauteres de la premiére ſorte ſont le vitriol de Cypre, l'arſenic, le ſublimé corroſif, &c. Ils ne ſont eſcarres que dans les chairs, & n'en font point lorſqu'ils ſont appliqués ſur la peau. On ne ſe ſert pour l'ordinaire que du vitriol de Cypre pour cautériſer les vaiſſeaux, parce que l'arſenic & le ſublimé corroſif agiſſent trop lentement, quoique d'ailleurs ils faſſent un bon eſcarre. Ces ſels abſorbent l'humidité qui les diſſout, au moyen de laquelle ils s'introduiſent dans les pores des parties intégrantes & inſenſibles qui compoſent les chairs, de la maniére dont je l'ai expliqué dans mon dernier Mémoire*. Le ſang, qui circule dans ces parties, y fournit inceſſamment de nouvelle humidité, qui vrai-ſemblablement s'unit aux particules des ſels à meſure qu'elles y arrivent, ce qui donne occaſion aux particules ſalines de pénétrer de plus en plus dans les chairs, où elles trouvent toûjours de nouvelle humidité qui s'accumule autour des ſels ; les pores qui les contiennent ſont obligés de s'aggrandir, les particules ſolides qui en forment les parois ſont forcées de s'écarter & de ſe deſunir, & par ce moyen toute la tiſſure des fibres qui compoſent les vaiſſeaux & les chairs eſt bouleverſée, & forme une ſubſtance qui n'eſt plus chair, & ne peut plus recevoir aucune nourriture.

* *En cette année 1732. p. 44.*

Les cauteres potentiels de la ſeconde ſorte ſont de pluſieurs eſpeces. Il y en a de liquides, il y en a de ſolides. Les liquides cautériſent la peau & les chairs dans l'inſtant qu'on les y met ; tels ſont l'huile de vitriol, l'eſprit de nitre, l'eau régale ; leur action eſt fort vive. L'eſprit de ſel & l'eſprit de vitriol ne cautériſent que légerement ; on n'employe pas ordinairement ces eſprits ſeuls pour cautériſer, mais ſeulement lorſqu'ils ſont joints à quelques parties métalliques ou ſalines ; on employe plus ſouvent le beurre d'antimoine, le beurre d'arſenic, l'huile ou la liqueur du mercure qui provient des lotions du turbit minéral.

Les cauſtiques ſolides ſont ou métalliques ou ſalins. Les métalliques ſont la pierre infernale faite avec l'argent ou le cuivre diſſous dans l'eſprit de nitre ou l'eau-forte, &c.

Les cauſtiques ſalins ſont ceux que l'on employe ordinairement, & que l'on appelle proprement *cauteres*. Ils ſont faits avec la chaux & la cendre gravelée, &c. on en fait avec la leſſive de ſavonnerie, compoſée de ſoude, de chaux vive, de couperoſe, &c. mais ces cauteres ne ſont pas ſi bons que les précédents.

Ces cauſtiques brûlent & cautériſent la peau & les chairs, & produiſent un eſcarre ſans cauſer de grandes douleurs.

Pour expliquer l'action de ces cauſtiques, il faut obſerver qu'en général toutes les matiéres qui ont ſouffert un grand feu ſont cauſtiques. Les unes perdent cette cauſticité en ſe refroidiſſant, comme ſont tous les cauteres actuels. Les autres conſervent leur cauſticité en ſe refroidiſſant, comme il arrive aux cauteres potentiels ; la matiére éthérée, qui s'y eſt fait un paſſage & un courant pendant qu'ils ont été dans le feu, elle les y conſerve après qu'ils ſont refroidis, de la même maniére que la matiére magnétique ſe fait un paſſage & un courant dans les pierres d'aimant & dans le fer poſés dans une certaine ſituation, & les y conſerve après qu'ils ſont retirés de cette ſituation. La matiére éthérée s'eſt fait un paſſage dans la chaux & dans les eaux fortes pendant qu'ils ont été dans le feu, par une diſpoſition & un arrangement qu'il donne aux parties qui les compoſent, ce qui les a rendus cauſtiques, elle y conſerve ce paſſage après même qu'elles ſont refroidies. Si l'on met la chaux dans de l'eau, elle s'y échauffe conſidérablement. Si l'on met de l'eau dans les eaux fortes, toutes liquides qu'elles ſont, elles s'échauffent ſi fort qu'elles en deviennent brûlantes par la ſeule chaleur qui s'y produit, & principalement l'huile de vitriol qui a ſouffert un plus grand feu que les autres.

Les ſels & les autres matiéres dont on fait les cauteres potentiels ordinaires, ne deviennent cauſtiques que par une pareille diſpoſition & un arrangement que le feu donne aux parties qui les compoſent, & qui fait que la matiére éthérée y circule en quantité, même après qu'elles ſont refroidies. Cette matiére éthérée ranimée, pour ainſi dire, par celle qui

circule

circule dans la partie chaude ſur laquelle le cauſtique eſt appliqué, paſſe dans les chairs, y entraîne avec elle des parties ſalines du cauſtique, excite quelque fermentation dans les liqueurs qui y circulent, & y rarefie extrêmement l'air qui s'y trouve, comme nous l'avons dit en expliquant l'action des fers chauds.

Voilà ce qui me paroît de plus vrai-ſemblable pour l'intelligence de ce phénomene, en attendant que quelques expériences nous donnent occaſion, ou à quelques autres, d'en propoſer de plus probables.

Les cauſtiques de la troiſiéme ſorte agiſſent ſur la peau. C'eſt improprement qu'on les appelle *eſcarrotiques*, ils ne font point d'eſcarre, il ne paroît pas même qu'ils agiſſent ſur l'épiderme qui reſte dans ſon entier. Je ne les place dans ce rang, que parce qu'ils font à peu-près le même effet que les corps très-chauds, qui ne reſtent que très-peu de temps ſur une partie, ils ne produiſent que des veſſies ſur la peau, & pour cela on leur a donné le nom de *veſſicatoirs* [a].

On met au nombre des veſſicatoirs les cantharides dont on ſe ſert le plus ſouvent.

Le *Ranunculus tuberoſus major. J. B. tom. 3. p. 417.*

Le *Flammula Ranunculus. Dod. pempt. p. 432.*

Le *Flammula. Dod. pempt. p. 404.*

Le *Flammula altera. Dod. pempt. p. 405.* qui eſt le *Flammula Jovis ſurrecta. Ger.*

Fabrice d'Aquapendente aimoit mieux ſe ſervir de cette plante que des cantharides, parce qu'elle ne cauſe point d'accident à la veſſie comme le font quelquefois les cantharides, ſelon lui. Pour moi je n'ai jamais vû arriver aucun de ces accidents, quoique j'aye ordonné un grand nombre de fois l'application des cantharides.

On employe auſſi très-ſouvent la racine de *Thymelea.*

Pour bien découvrir de quelle maniére agiſſent les veſſicatoirs ſur la peau, il n'y a qu'à examiner comment l'eau très-chaude & les fers chauds produiſent le même effet.

[a] *Willis, tom. 1. de medic. operat. p. 268.*

Si l'eau bouillante ou un fer très-chaud touche la peau en quelque endroit de notre corps, nous y ſentons une douleur vive. Il ſe forme en peu de temps des veſſies pleines de liqueur ſur la peau. L'eau très-chaude ou bouillante n'eſt différente de l'eau froide, qu'en ce que l'eau chaude contient une plus grande quantité de matiére éthérée qui paſſe de l'eau dans la peau, elle la pénetre, elle dilate l'air enfermé dans les liqueurs qui y circulent : elle rarefie donc la lymphe qui ſe trouve dans les vaiſſeaux, & qui fait en partie la matiére de la tranſpiration, elle accelere ſon mouvement vers les vaiſſeaux excrétoirs de la peau. Ces vaiſſeaux délicats qui ne peuvent contenir la liqueur rarefiée, ſe rompent ſous l'épiderme où ils ſe terminent; la lymphe que ces vaiſſeaux tranſportent pour la faire paſſer à travers les pores de l'épiderme, s'y épanche & produit une veſſie.

L'expérience fait ſouvent voir pendant l'hyver qu'en ſe tenant auprès du feu, il ſe produit ſur les jambes de pareilles veſſies, quoiqu'elles ſoient quelquefois éloignées du feu de plus de deux pieds, ſelon que le feu eſt plus ou moins ardent. On produit le même effet avec les fers très-chauds que l'on approche de la peau ſans y toucher.

Les cantharides & les autres veſſicatoirs appliqués ſur le corps vivant, excitent ſur la peau les mêmes veſſies remplies de liqueur. Il faut donc qu'il y ait dans les cantharides quelque choſe qui, comme l'eau chaude & le fer chaud, rarefie la liqueur qui circule dans la peau : ce n'eſt point la chaleur actuelle des cantharides, on les applique froides, mêlées avec quelque onguent ou quelque pâte. Ce ne peut être vrai-ſemblablement que le ſel volatil que contiennent les cantharides, qui eſt très-ſubtil & très-dégagé, capable d'être mis en mouvement par la tranſpiration & par la chaleur que lui fournit la partie ſur laquelle on l'applique. Ces ſels, mis en mouvement, pénétrent la peau, font effervеſcence avec la lymphe, qui par ſa rarefaction dilate & rompt les vaiſſeaux excrétoirs, produiſent enfin le même effet que l'eau bouillante & le fer chaud; mais comme l'effervеſcence que les veſſicatoirs

excitent n'eſt pas ſi vive & ſi prompte, elle ne produit pas de douleur. Une preuve que les veſſicatoirs ont beſoin de la chaleur de la partie pour agir, c'eſt qu'ils ne produiſent aucun effet ſur les cadavres.

Van Helmont [a] paroît être le premier qui a fait cette obſervation. J'ai trouvé, comme lui, par les expériences que j'en ai faites à Namur, que les cantharides n'excitoient aucune veſſie ſur les cadavres; mais l'eau chaude & le fer chaud en produiſent, à cauſe de la quantité de matiére éthérée qu'ils fourniſſent à la peau. Van Helmont a encore obſervé que les cauteres potentiels ne font aucun eſcarre ſur les cadavres, quoiqu'ils les diſſolvent, j'en ai fait l'expérience.

J'ai appliqué une pierre à cautere ſur une partie de cadavre humain, j'ai mis ſur le cautere un morceau de peau appliquée par le côté de la graiſſe. J'ai trouvé quinze heures après le cautere fondu; la ſurface externe de la peau qui couvroit le cautere étoit de couleur incarnat de la largeur d'un pouce, le poil n'y tenoit plus, & s'enlevoit facilement. Cette peau étoit très-ferme dans l'étenduë de deux pouces, mais au de-là la peau avoit ſa couleur & ſa molleſſe naturelle, & le poil y tenoit très-bien.

La graiſſe de cette peau, & qui touchoit immédiatement le cautere, étoit auſſi devenuë incarnat d'environ l'étenduë d'un pouce & demi, mais elle étoit noire dans l'endroit où la pierre l'avoit touchée. Trois jours après cette graiſſe étoit diſſoute de l'épaiſſeur d'une ligne, elle étoit très-brune & molle comme de la bouillie refroidie.

La peau de la partie ſur laquelle la pierre avoit été appliquée, n'avoit aucun de ces changements, car quoique la pierre fût fonduë, & qu'elle eût pû agir ſur cette peau comme ſur la graiſſe de la peau qui la couvroit, la peau n'avoit point changé de couleur, les poils y tenoient très-bien. Trois jours après, la matiére du cautere fonduë n'avoit pas fait plus d'impreſſion à la peau, mais les poils n'y tenoient plus ſi bien, l'épiderme s'enlevoit facilement en quelques endroits.

[a] *Tractat. de poteſtate medicam. n.° 60.*

J'ai réitéré cette expérience avec de pareille pierre à cautere ſur une autre partie de cadavre. J'ai appliqué cette pierre ſur la peau, je l'ai recouverte d'une portion de la même peau diſſéquée, enſorte que la pierre étoit enveloppée de tous côtés de l'épiderme de la peau, la graiſſe du morceau de deſſus étoit à l'extérieur; j'ai appliqué ſur le tout des linges très-chauds.

J'ai trouvé quinze heures après, que la peau qui couvroit le cautere deſſus & deſſous étoit devenuë brune, le cautere fondu, les poils ſe tiroient facilement, & ne tenoient plus en cet endroit. J'ai touché cette peau avec le bout d'une ſonde, je l'ai trouvée comme de la bouillie refroidie, c'eſt-à-dire, diſſoute juſques dans la graiſſe environ deux ou trois lignes de profondeur; ſans doute la chaleur que j'ai portée dans cette partie avec des linges a produit cet effet.

L'on voit dans ce Mémoire le progrès que la Chirurgie a fait dans l'opération de l'Amputation. Elle eſt devenuë moins dangereuſe & plus ſûre, les malades ne courent plus de riſque de mourir par l'hémorragie pendant l'opération ; & après l'opération, au moyen du Tourniquet, & de la ligature des vaiſſeaux bien faite, on ſe rend maître de l'écoulement du ſang. Elle eſt devenuë moins douloureuſe & moins cruelle depuis qu'on ne ſe ſert plus de Cauteres actuels. La guériſon en eſt devenuë plus facile & plus prompte, en évitant la ſuppuration, & en panſant rarement & doucement.

PROBLEME
SUR
LES EPICYCLOIDES SPHERIQUES.

Par M. BERNOULLI, Profeſſeur de Mathématique à Bâle.

Voy. Acad. Petrop. vol. 1. p. 210.

SOIT le cercle immobile *HBED*, dont le centre eſt *C*, & le rayon *CB*. Soit ſur ce cercle un autre cercle mobile *BLA*, qui tourne de *E* par *B* vers *H*, dont le rayon eſt *GB*, & qui conſerve, en tournant, la même inclinaiſon ſur le plan du cercle immobile. Soit le commencement de la rotation en *E*, d'où un point *L*, dans la circonférence du cercle mobile, commence à décrire l'Epicycloïde *ELl*, qui ſera ſur quelque ſuperficie ſphérique; on demande la rectification de l'Epicycloïde *ELl*, la maniere de la déterminer, &c. Fig. 1.

Préparation pour la Solution.

Conſidérons le cercle mobile dans une ſituation quelconque touchant en *B* le cercle immobile, & prêt à parvenir en *b*, infiniment proche de *B*, pendant que le point décrivant *L*, pris ſur la circonférence du cercle mobile, paſſe en *l*; & l'on aura *Ll* pour l'élement de l'Epicycloïde *ELl*.

Soit donc conçû le point du contact *B* eſtre venu en *b*, & l'arc du cercle mobile *BL*, tranſporté en *bl*, qui ſera augmenté de la particule *Bb*, élement commun aux deux cercles dans lequel ils ſe touchent. On aura donc, par la nature de la rotation, *Bb* = la différence de l'arc *BL*, & partant = l'arc *bl* — l'arc *BL*. Des points *B* & *b* ſoient tirées les tangentes *BS*, *bs* communes aux deux cercles: *BS* ſera la commune interſection des plans du cercle mobile,

& de l'immobile pour le point de contact B; mais bs ſera l'interſection commune des mêmes plans pour le point de contact paſſé en b. D'où l'on voit que BS eſt perpendiculaire aux deux rayons CB & GB, & que l'angle CBG eſt la meſure de l'inclinaiſon mutuelle des plans, qui eſt donnée. Du point décrivant L, ſoit tirée la perpendiculaire LS ſur la tangente BS, & la perpendiculaire LR ſur le rayon BG du cercle mobile.

Soit de même, du point l, tirée la perpendiculaire ls ſur la tangente bs, & la perpendiculaire lr ſur le rayon bg dans la ſituation prochaine. Si maintenant des mêmes points S & s, on tire dans le plan immobile les droites SO & sO perpendiculaires aux tangentes BS & bs, & qu'on abbaiſſe des points L & l du cercle mobile, dans l'une & l'autre ſituation, les lignes LN & ln perpendiculaires au plan immobile; le point N ſera dans la droite SO, & le point n dans sO; & la courbe ENn qui paſſe par tous ces points ſera la projection ichnographique de l'Epicycloïde ELl. Car comme BS eſt perpendiculaire au plan qui paſſe par les droites BC & BG, de même BS eſt perpendiculaire au plan qui paſſe par les droites SN & SL : il faut entendre la même choſe des deux autres plans qui paſſent par bC, bG, & par sn, sl, auſquels plans bs eſt perpendiculaire, & l'on aura ainſi les angles OSL, CBG, Cbg, Osl égaux entr'eux, & chacun égal à l'inclinaiſon conſtante des plans du cercle mobile & de l'immobile. Soit mis t au point où sO coupe BS, & l'on aura le triangle SOt ſemblable au triangle tbs qui eſt ſemblable au triangle BCb, comme on le voit facilement. Enfin ſoit conçûë NP dans le plan immobile parallele à St.

SOLUTION.

Cette préparation faite; ſoient le rayon du cercle immobile CB ou $Cb = a$, le rayon du cercle mobile GB, ou $gb = b$, le ſinus droit de l'inclinaiſon des deux plans $= g$, en prenant l'unité pour le ſinus total, ſon coſinus $= \sqrt{(1 - gg)} = h$,

l'abſciſſe dans le cercle mobile $BR = x$, ce qui donne RL ou $BS = \sqrt{(2bx - xx)}$, & partant $d(BR) = dx$, & $d(RL)$ ou $d(BS) = \frac{b-x}{\sqrt{(2bx-xx)}}dx$; $d(\text{arc } BL) = \frac{bdx}{\sqrt{(2bx-xx)}}$.

§. I. On trouvera le rayon de la ſphere ſur la ſuperficie de laquelle on décrit l'Epicycloïde, en prenant une quatriéme proportionnelle, au ſinus d'inclinaiſon des plans, au ſinus total, & à la diſtance CG des centres des deux cercles; or $CG = \sqrt{(aa - 2hab + bb)}$; on aura donc le rayon de la ſphere $= \frac{1}{g}\sqrt{(aa - 2hab + bb)}$. La démonſtration en eſt ſi facile, qu'elle ne mérite pas que je la mette ici.

§. II. Puiſque $d(BS)$ ou $\frac{b-x}{\sqrt{(2bx-xx)}}dx = bs - BS = bB - tS$; & que $d(\text{arc } BL)$ ou $\frac{bdx}{\sqrt{(2bx-xx)}} =$ l'arc bl — l'arc $BL =$ l'arc bE — l'arc $BE = bB$, on aura $tS = \frac{xdx}{\sqrt{(2bx-xx)}}$.

§. III. A cauſe des triangles ſemblables CBb, OSt, on a Bb ou $\frac{bdx}{\sqrt{(2bx-xx)}} \cdot St$ ou $\frac{xdx}{\sqrt{(2bx-xx)}} :: CB$ ou $a \cdot OS = \frac{ax}{b}$.

§. IV. A cauſe des triangles ſemblables CBb, bst, on a CB ou $a \cdot bs$ ou $\sqrt{(2bx - xx)} :: Bb$ ou $\frac{bdx}{\sqrt{(2bx-xx)}} \cdot ts = \frac{bdx}{a}$.

§. V. Maintenant à cauſe de l'angle droit LNS & de $LSN = ABC =$ l'inclinaiſon des deux plans, on aura $1 \cdot h :: SL$ ou $x \cdot SN$; d'où l'on tire $SN = hx$; donc $d(SN) = hdx$. Or $d(SN) = sn - SN = sn - tP = st + Pn$, donc $st + Pn = hdx$, & ôtant de part & d'autre st ou $\frac{bdx}{a}$, reſte $Pn = hdx - \frac{bdx}{a} = (\frac{ha-b}{a})dx$.

§. VI. On a OS ou (§. 3.) $\frac{ax}{b} \cdot ON (OS - SN)$ ou $\frac{ax}{b} - hx :: St$, ou (§. 2.) $\frac{xdx}{\sqrt{(2bx-xx)}} \cdot NP$, & ainſi $NP = \frac{(a-hb)xdx}{a\sqrt{(2bx-xx)}}$.

§. VII. De plus $1 . g :: SL$ ou BR ou $x . LN$, qui eſt la hauteur du point L ſur le plan immobile ; on aura donc $LN = gx$ & $d(LN)$ ou $ln - LN = gdx$.

§. VIII. Ayant ainſi trouvé les trois éléments $NP = \frac{(a-hb).xdx}{a\sqrt{(2bx-xx)}}$ (§. 6.), $Pn = \frac{ha-b}{a} dx$ (§. 5.) & $d(LN) = gdx$ (§. précéd.) on aura premiérement l'élement de la courbe de projection, ou $Nn = \sqrt{(NP^2 + Pn^2)} = dx\sqrt{[\frac{(a-hb)^2.x}{2aab-aax} + \frac{(ha-b)^2}{aa}]}$, & enſuite l'élément Ll de l'Epicycloïde $= \sqrt{[Nn^2 + d(NL)^2]} = dx\sqrt{[\frac{(a-hb)^2.x}{2aab-aax} + \frac{(ha-b)^2}{aa} + gg]}$ = (à cauſe de $hh + gg = 1$) $\frac{1}{a} dx\sqrt{[\frac{(a-hb)^2.x}{2b-x} + aa - 2hab + bb]}$, dont l'intégrale donne la longueur de l'arc de l'Epicycloïde EL. Mais, $aa - 2hab + bb$ étant $> (a-hb)^2$, on verra avec une légere attention, que cette intégrale en général dépend de la quadrature de l'hyperbole. *C. Q. F. T.*

§. IX. On voit par-là que M. Herman ſe trompe, lorſqu'il croit l'Epicycloïde ſphérique rectifiable algébriquement; ſon paralogiſme ſe trouve dans la ligne pénult. p. 215. là où il dit, *interea vero* (dum circulus generator rotatur) *deſcribet BL ſectorem LBl ſimilem ſectori Bβb.* Ce qui n'eſt pas vrai ; car la ligne Bb n'eſt pas dans le même plan que le cercle générateur BLA, mais Bb décline de ce plan de la quantité de l'angle de contact bBe; d'où il eſt facile de voir que cette déclinaiſon dans la rotation empêche le ſecteur LBl d'être ſemblable au ſecteur $Bβb$.

Voyés ſa Figure 5.

§. X. *Corol. 1.* Si $h = 1$, & par conſéquent $g = 0$, on aura pour l'élément de la courbe cycloïdale $\frac{1}{a} dx\sqrt{[\frac{(a-b)^2.x}{2b-x} + (a-b)^2]} = \frac{a-b}{a} dx.\sqrt{(\frac{x}{2b-x} + 1)} = \frac{a-b}{a} dx.\sqrt{(\frac{2b}{2b-x})}$, dont l'intégrale (en lui faiſant la correction néceſſaire) donne $\frac{2a-2b}{a} \times [2b - \sqrt{(4bb - 2bx)}]$; dans laquelle ſi l'on prend $x = 2b$, on aura toute la demi-

épicycloïde

épicycloïde $= \frac{4ab-4bb}{a}$. Or $\frac{4ab-4bb}{a} \cdot 4b :: a-b \cdot a$, c'eſt-à-dire, toute la demi-épicycloïde eſt au double du diametre AB du cercle générateur, comme la différence des rayons de l'un & de l'autre cercle, eſt au rayon du cercle immobile ; c'eſt ce que trouve M. Herman dans ſon ſecond corollaire, & cela ne doit pas ſurprendre, parce que ſon paralogiſme ceſſe dans ce cas, où la cycloïde ceſſe d'être ſphérique, & devient plane; car h étant $= 1 =$ ſinus total, l'inclinaiſon des plans s'évanouit, & ils s'appliquent l'un ſur l'autre, de maniére que la petite ligne Bb ſe trouve dans le plan du cercle mobile auſſi-bien que dans l'autre, cas dans lequel on peut conclure avec vérité que le ſecteur LBl (dans la Figure de M. Herman) ſera ſemblable au ſecteur $B\beta b$, ce qui n'eſt pas permis dans les Epicycloïdes ſphériques, à cauſe de la non-coïncidence des plans.

§. XI. Il y a encore un autre cas dans lequel la ſimilitude de ces ſecteurs a lieu; c'eſt quand a ou le rayon du cercle immobile eſt infini, & qu'ainſi ſa circonférence dégénére en ligne droite coïncidente avec la tangente, & que par conſéquent la ligne Bb ſe confond avec Be qui eſt dans le même plan que le cercle mobile. Ainſi dans ce cas, il ſera vrai que toute la demi-cycloïde ſera au double du diametre AB, comme $\sqrt{(aa - 2hab + bb)}$ à a, ou ſimplement comme a à a; car $\sqrt{(aa - 2hab + bb)}$ devient $= a$, à cauſe de a infini, par rapport à b & hb. On aura donc dans ce cas-là la demi-cycloïde qui n'eſt que la cycloïde ordinaire, égale au double du diametre. Ce qu'on ſçait, il y a long-temps.

Mais notre formule $\frac{1}{a} dx \sqrt{[\frac{(a-hb)^2 \cdot x}{2b-x} + aa - 2hab + bb]}$ le donne auſſi, en effaçant les termes qui s'évanouiſſent devant a & aa; car elle ſe change en celle-ci, $dx\sqrt{(\frac{2b}{2b-x})}$, qui étant intégrée, donne $4b - 2\sqrt{(4bb - 2bx)}$ pour la longueur de l'arc de la cycloïde EL; ainſi prenant $x =$ tout le diametre $2b$, on a la demi-cycloïde $= 4b$, c'eſt-à-dire, égal au double du diametre.

Mais ces deux cas dans leſquels la Solution de M. Herman eſt bonne, par la raiſon que nous en avons donnée, ne peuvent pas, comme nous avons dit à l'égard du premier, ſe rapporter à la claſſe des cycloïdes ſphériques : car en effet ces cycloïdes ſont toutes deux planes. Ainſi il n'y a pas une ſeule Epicycloïde ſphérique qui ait la longueur que preſcrit la regle tirée de cette Solution.

COROLLAIRE II.

§. XII. Soit maintenant $h = 0$, & par conſéquent $g = 1$, ce qui eſt le cas où les plans des cercles ſont perpendiculaires l'un à l'autre; on aura l'élement de l'Epicycloïde $Ll = \frac{1}{a} dx \sqrt{(\frac{aax}{2b-x} + aa + bb)} = \frac{1}{a} dx \sqrt{(\frac{2aab + 2b^3 - bbx}{2b-x})}$, dont l'intégrale, comme on a déja obſervé en général (§. 8.) dépend de la quadrature de l'hyperbole. Mais l'élement de la courbe de projection $Nn = \frac{1}{a} dx \sqrt{(\frac{2b^3 + aax - bbx}{2b-x})}$ s'integre par la quadrature du cercle ſi $a > b$, par la quadrature de l'hyperbole ſi $a < b$, mais algébriquement ſi $a = b$; car on a dans ce cas $\int \frac{b}{a} dx \sqrt{(\frac{2b}{2b-x})} = \frac{4bb}{a} - \frac{2b}{a} \sqrt{(4bb - 2bx)}$ $= 4b - 2\sqrt{(4bb - 2bx)}$. Et ainſi la courbe de projection de toute la demi-Epicycloïde $= \frac{4bb}{a} = 4b$, c'eſt-à-dire, égal au double du diametre du cercle générateur : ce qu'on peut auſſi déduire d'ailleurs ; car cette courbe de projection eſt une Epicycloïde plane, produite par la rotation du cercle ſur un cercle égal dans le même plan, le diametre de ce cercle étant ſous-double du diametre du cercle mobile générateur de l'Epicycloïde ſphérique, dont il eſt ici queſtion, & dont la courbe de projection eſt auſſi du genre des cauſtiques.

§. XIII. On a la rectification de la courbe de projection dans le cas $a = b$, non-ſeulement lorſque $h = 0$, mais quel que ſoit h; car alors l'élément Nn que nous avons trouvé en général (§. 8.) $= \frac{1}{a} dx \sqrt{[\frac{(a - hb)^2 . x}{2b-x} + (ha - b)^2]}$

dans ce cas où $a = b$, devient $= (1 - h)\, dx\, \sqrt{(\frac{2h}{2b-x})}$, dont l'intégrale eſt $(1 - h) \times [4b - 2\sqrt{(4bb - 2bx)}] =$ l'arc EN; & lorſque $x = 2b$, on aura la longueur de la demi-projettée, qui répond à la demi-épicycloïde $= 4b - 4hb$.

§. XIV. Au reſte dans le cas $h = 0$, lorſque les deux cercles ſont perpendiculaires l'un à l'autre, on trouve le rayon de la ſphere, ſur la ſuperficie de laquelle l'Epicycloïde ELl eſt décrite $= \sqrt{(aa + bb)}$. D'où l'on voit qu'aucun des deux cercles ne ſçauroit être un grand cercle de la ſphere; car l'un & l'autre de leurs rayons, tant a que b eſt $< \sqrt{(aa + bb)}$.

COROLLAIRE III.

§. XV. Pour trouver maintenant les cas de rectificabilité de l'Epicycloïde ſphérique; je vois d'abord que ſi dans la formule générale (§. 8.) $Ll = \frac{1}{a}\, dx\, \sqrt{[\frac{(a-hb)^2}{2b-x} + aa - 2hab + bb]}$, on fait $a = hb$, elle ſe change en $Ll = \frac{1}{hb}\, dx\, \sqrt{(bb - hhbb)}$, qui à cauſe de $1 - hh = gg$, devient $\frac{g\,dx}{h}$; ainſi donc en intégrant ſimplement, on a la longueur de l'arc de l'Epicycloïde $= \frac{g}{h}\, x$, ce qui fait voir que chacun de ſes arcs EL dans le cas $a = hb$ eſt à l'abſciſſe BR en raiſon donnée de g à h, c'eſt-à-dire, comme la tangente de l'inclinaiſon mutuelle du cercle mobile & de l'immobile, au ſinus total; propriété ſi ſinguliére, que je ne ſçais pas ſi aucune autre courbe peut l'avoir, c'eſt-à-dire, s'il y a aucune autre courbe dont l'abſciſſe priſe indéfiniment ſoit en raiſon donnée à ſon arc correſpondant. On a donc dans ce même rapport de g à h toute la demi-Epicycloïde, au diametre du cercle mobile ou générateur; ou, ce qui revient au même, toute la demi-Epicycloïde eſt au double du diametre comme $\frac{1}{2}g$ eſt à h, ce qui s'éloigne beaucoup du rapport que donne M. Herman dans ſon premier Corollaire, où il dit, que toute l'Epicycloïde (il entend par-là ſeulement

la demi-Epicycloïde) eſt au double du diametre comme $V(aa + 2hab + bb)$ à a, c'eſt-à-dire (dans le cas $a = hb$) comme g à h, rapport deux fois plus grand que le nôtre de $\frac{1}{2}g$ à h.

§. XVI. De plus, comme on a trouvé ci-deſſus (§. 8.) l'élément de la projection $Nn = \frac{1}{a}\,dx\,V[\frac{(a-hb)^2 \cdot x}{2b-x} + (ha-b)^2]$ il eſt clair que cette courbe ENn eſt auſſi algébriquement rectifiable, lorſque $a = hb$, car on a alors $Nn = \frac{1}{hb}\,dx\,V(hhb-b)^2$ ou (à cauſe de $hh-1 = -gg$) $= \frac{1}{hb}\,dx\,Vg^4bb = \frac{ggdx}{h}$, dont l'intégrale donne la courbe $ENn = \frac{gg}{h}x$. D'où l'on voit que dans ce cas l'Epicycloïde eſt à la courbe de projection correſpondante, comme $\frac{gx}{h}$ à $\frac{ggx}{h}$, ou comme 1 à g, c'eſt-à-dire, comme le ſinus total au ſinus d'inclinaiſon des cercles : & ces trois lignes, l'épicycloïde, la courbe de projection, & l'abſciſſe correſpondante, ſont entre elles comme ces trois termes pris dans le même ordre, g, gg, & h.

SCHOLIE I.

§. XVII. Ce cas ou $a = hb$ eſt le ſeul qui rend l'Epicycloïde ſphérique algébriquement rectifiable ; & ſi de plus les rayons des deux cercles ſont commenſurables entre eux, c'eſt-à-dire, ſi a ou hb eſt à b, ou h à 1, où le coſinus d'inclinaiſon des plans eſt au ſinus total comme nombre à nombre, l'Epicycloïde ſera algébrique. Mais c'eſt ici une choſe digne de remarque, qu'ayant pris à volonté pour le cercle immobile, quelqu'un des petits cercles de la ſphere, le cercle mobile ſera toûjours un grand cercle de la même ſphere ; car ces deux cercles en ſe touchant, ont l'inclinaiſon requiſe pour que $a = hb$, comme il eſt facile de voir ; car il eſt clair qu'ayant tiré des rayons des deux centres au point commun d'attouchement, on a le rayon du petit cercle, au rayon du

grand, comme le cosinus d'inclinaison, au sinus total, c'est-à-dire, a à b comme h à 1, & par conséquent $a = hb$: ce qu'on voit aussi par le §. 1, où les rayons du cercle immobile & du mobile a & b étant donnés & l'inclinaison de leurs plans, nous avons trouvé en général le rayon de la sphere $= \frac{1}{g} \sqrt{(aa - 2hab + bb)}$; car si pour a on substituë hb, on aura $\frac{1}{g} \sqrt{(aa - 2hab + bb)} = \frac{1}{g} \sqrt{(bb - hhbb)} =$ (à cause de $1 - hh = gg$) $\frac{1}{g} \sqrt{(ggbb)} = \frac{gb}{g} = b$.

SCHOLIE II.

§. XVIII. On peut rendre sensible la maniére dont cette Epicycloïde sphérique se décrit par un exemple assés élégant : concevons dans la Sphere céleste l'Ecliptique qui dans le point le plus bas touche le Tropique du Capricorne, faisant avec son plan une inclinaison de 23 degrés $\frac{1}{2}$.

Maintenant on peut concevoir de deux maniéres la génération de l'Epicycloïde ; car ou l'on peut supposer que la Sphere & le Tropique demeurant immobiles, l'Ecliptique se meut en tournant sur le Tropique, tandis que chacun de ses points, par exemple, celui qui est au commencement du Capricorne décrit l'Epicycloïde sphérique qu'on demande : ou bien, ce qui fait le même effet, on peut supposer que la Sphere entiére avec tous ses cercles conservant entre eux la même situation, se meut d'un mouvement uniforme autour de l'Axe du Monde d'Orient en Occident, pendant que quelque point mobile partant du commencement du Capricorne, s'avance d'un mouvement propre & uniforme dans l'Ecliptique d'Occident en Orient, avec une vîtesse uniforme & égale à celle d'un des points du Tropique. Car on voit que par ce moyen le point mobile dans l'Ecliptique décrira la même courbe qui avoit été décrite de la premiére maniére. Cette seconde maniére a une certaine analogie avec le mouvement du Soleil composé du mouvement diurne ou commun & du mouvement propre selon le systeme de Ptolémée

ou de Tycho ; car en effet ſi le Soleil ſe mouvoit dans l'Ecliptique avec une vîteſſe égale à celle qu'a le Tropique pour executer le mouvement diurne, & qu'ainſi le temps d'une révolution du Soleil dans l'Ecliptique fût au temps d'une révolution de la Sphere qui fait la longueur du jour naturel, dans le même rapport qu'a le rayon de l'Ecliptique ou le rayon de la Sphere au rayon du Tropique, ou comme le ſinus total au coſinus de 23 degrés $\frac{1}{2}$, le centre du Soleil décriroit exactement une de nos Epicycloïdes ſphériques algébriquement rectifiables. Mais comme le Soleil a ſon mouvement propre dans l'Ecliptique beaucoup plus lent qu'il ne faudroit pour cela, la ligne que le centre du Soleil décrit entre les deux Tropiques pendant l'eſpace d'une année par le mouvement combiné du mouvement commun & du mouvement propre, ſera du genre des *Cycloïdes allongées* comme les Géometres les appellent, plûtôt que du genre des *Spirales* ſous la forme deſquelles Tycho les a conçûës.

SCHOLIE III.

§. XIX. Après tout cela, on voit comment il faut ſatisfaire au probleme de M. Offenburg, dans lequel on demande de faire à une voûte hémiſphérique, des fenêtres ovales, dont le contour de chacune ſoit abſolument rectifiable. Car quoique les Epicycloïdes ſphériques, décrites ſelon la condition du Corollaire 3, n'ayent pas la forme d'ovales ; cependant de deux ou pluſieurs de leurs parties jointes & diſpoſées comme il faut, on formera facilement une figure fermée & ovale, pourvû qu'on obſerve dans la deſcription de notre Epicycloïde, de choiſir pour le cercle immobile quelqu'un des petits cercles de la ſphere, dont le rayon ſoit au rayon de la ſphere, comme nombre à nombre, ce qui fera qu'on aura la conſtruction géométrique de l'Epicycloïde, & tout à la fois ſa longueur abſolument rectifiable. *C. Q. F. T.*

SCHOLIE IV.

§. XX. Quant à la deſcription ichnographique de l'Epi-

cycloïde ſphérique, c'eſt-à-dire, la maniere de déterminer la courbe de projection dans un plan, en abbaiſſant de chaque point de l'Épicycloïde, des perpendiculaires ſur le plan du cercle immobile, conſidéré comme la baſe; voici comment cela ſe fait. Soit décrit ſéparément un cercle $\alpha\lambda\beta$ égal au cercle mobile, & de quelque point fixe λ qui repréſente le commencement de la rotation, ſoit pris un arc $\lambda\beta$ à volonté, par le point β ſoit tiré le diametre $\beta\alpha$ auquel ſoit tirée la perpendiculaire $\lambda\tau$; enſuite du point E du cercle immobile qui ſoit l'origine commune de l'Épicycloïde & de la courbe projettée qu'on veut conſtruire, ſoit pris l'arc $EB =$ l'arc $\lambda\beta$, ce qui ſe peut toûjours faire algébriquement, puiſque, comme on le ſuppoſe, les rayons des cercles ſont commenſurables: enſuite du point B ayant mené la tangente $BS = \tau\lambda$, ſoit élevée au point S, dans le plan du cercle immobile, la perpendiculaire SN qui ſoit à $\beta\tau$ comme h à 1, c'eſt-à-dire, comme le ſinus complément d'inclinaiſon des deux cercles, au ſinus total. Cela fait, le point N ſera dans la courbe ENn de projection qu'on cherche, & ainſi on aura tant de ſes points qu'on voudra. La démonſtration eſt claire d'elle-même. Fig. 2.

REMARQUE.

§. XXI. Quoique, dans la Figure qui ſert à ce Mémoire, on ſuppoſe aigu l'angle CBG qui marque l'inclinaiſon des plans, & que le calcul ait été fait pour cette ſuppoſition, il faut cependant avertir que tout ce qui en réſulte ſe peut facilement accommoder à l'hypotheſe de l'angle CBG obtus; en changeant par-tout le ſigne de la lettre h d'une ſeule dimenſion, puiſque le coſinus de l'angle obtus devient négatif, ſi auparavant on avoit ſuppoſé dans l'analyſe l'aigu poſitif. D'où l'on voit que de toutes ces Épicycloïdes ſphériques, dans leſquelles l'angle d'inclinaiſon eſt obtus, il n'y en a aucune qui ſoit algébriquement ou abſolument rectifiable; car on auroit $a = -hb$, c'eſt-à-dire, le rayon du cercle mobile ſeroit négatif, & par conſéquent impoſſible; ce qui paroît auſſi, parce que le cercle mobile qui doit être un grand

cercle de la Sphere (§. 17.) fait toûjours néceſſairement l'angle d'inclinaiſon aigu avec les petits, pourvû que ces deux cercles ſe touchent, comme font par ex. l'Écliptique & les Tropiques.

§. XXII. Il faut encore remarquer que la méthode que nous venons de donner, s'applique auſſi facilement aux Épicycloïdes ſphériques allongées & raccourcies, c'eſt-à-dire, lorſque le point décrivant L, au lieu d'être pris ſur la circonférence du cercle mobile, eſt pris au dedans ou au dehors; ou, ce qui revient au même, ſi l'on conçoit le cercle mobile ALB gliſſer au lieu de rouler, de maniére qu'un de ſes points B, pris à l'extrémité du diametre AB, raſe continuellement la circonférence du cercle immobile EBH, pendant que quelque point L de la circonférence du cercle mobile ſe meut d'un mouvement uniforme de B vers A paſſant par L, & avec une vîteſſe qui ſoit à la vîteſſe du point raſant B, qui s'avance de E vers H par B, comme 1 à n, ce qui fait que (prenant le point E pour l'origine commune de l'un & l'autre mouvement & de l'Épicycloïde qu'on décrit) l'arc BL eſt à l'arc EB dans le même rapport de 1 à n. Car par ce mouvement compoſé, le point L décrira une Épicycloïde ſphérique, allongée ſi n eſt plus grande que l'unité, & raccourcie ſi n eſt moindre; & ſi n eſt égale à l'unité, ce ſera l'Épicycloïde ordinaire dont nous avons parlé juſqu'ici.

§. XXIII. Je dis donc que par des calculs ſemblables aux précédents, on trouvera l'élément Nn de la courbe de projection $= \frac{1}{a}\, dx \sqrt{\left[\frac{(nab-ab+ax-nhbx)^2}{2bx-xx} + \frac{(ha-nb)^2}{1}\right]}$, & l'élément de l'Épicycloïde $Ll = \frac{1}{a}\, dx \sqrt{\left[\frac{(nab-ab+ax-nhbx)^2}{2bx-xx} + aa - 2nhab + nnbb\right]}$. Je n'entre point dans le détail des cas particuliers, on voit ſeulement qu'il n'y a rien qui puiſſe faire conclure qu'aucune de ces Épicycloïdes, ſoit allongées, ſoit raccourcies, ſoit abſolument ou algébriquement rectifiable. Pour leur conſtruction, on l'a par la maniére même dont elles ſe décrivent.

Sur

Sur les Courbes algébriques & rectifiables tracées ſur une ſurface ſphérique.

PROBLEME.

Décrire ſur une ſurface ſphérique une Courbe algébrique qui ſoit rectifiable.

I. SOLUT. Soit RST un grand Cercle de la Sphere ſuppoſé parallele à l'horiſon pour aider l'imagination, dont le centre eſt C. De chaque point $a, b, e, d,$ de la courbe cherchée ſoient conçûë abbaiſſées ſur le plan du cercle RST les perpendiculaires $aA, bB, eE, dD,$ qui forment la courbe de projection $ABED,$ dont il faut maintenant chercher la nature, & qu'il faut décrire, parce qu'on décrira enſuite facilement la courbe cherchée, en élevant perpendiculairement ſur le plan du cercle de chaque point B les droites Bb qui rencontrent la ſuperficie ſphérique dans les points b. Pour cela, ſoit conçûë la courbe de projection ABD étenduë ſéparément en ligne droite $\alpha\beta\delta$ qui ſoit comme l'axe des appliquées $\alpha a, \beta b, \varepsilon e, \delta d,$ égales reſpectivement aux droites $Aa, Bb, Ee, Dd,$ prenant $\alpha\beta = AB, \alpha\varepsilon = AE,$ &c. D'où réſulte une nouvelle courbe $abed,$ dont les parties $ab, ae,$ &c. ſeront reſpectivement égales aux arcs $ab, ae,$ &c. de la courbe ſur la ſuperficie ſphérique. Fig. 3. & 4.

II. Cela ſuppoſé, je change le Probleme propoſé en celui-ci : Transformer l'Axe rectiligne $\alpha\beta\delta$ en un curviligne $ABD,$ de maniére qu'ayant pris un arc quelconque AB égal à une abſciſſe quelconque $\alpha\beta$, la hauteur Bb du point b ſur le point B de la projection, ſoit égale à l'appliquée d'une ligne donnée abd. Si donc abd eſt algébrique, & de plus algébriquement rectifiable, comme le ſont les droites & une infinité de paraboles; de plus ſi parmi toutes les lignes $abd,$ il s'en trouve quelqu'une qui admette un axe courbe ABD conſtruiſible algébriquement, l'on voit que cette courbe décrite ſur la ſurface de la Sphere, dont ABD eſt la projection,

ſera algébrique & algébriquement rectifiable, comme ayant chacun de ſes arcs égaux à chaque ab.

III. Prenons donc la plus ſimple de toutes les lignes algébriques rectifiables abd, ſçavoir la ligne droite (que je trouve très propre à nôtre deſſein, car une autre comme la ſeconde parabole cubicale qui eſt auſſi rectifiable, ne réuſſit pas). Ayant tirée df parallele à l'axe $\delta\alpha$, ſoit la raiſon de af à fd comme 1 à n, & ainſi $fa . da :: 1 . \sqrt{(nn+1)}$, ou (faiſant $nn+1 = mm$) $af . da :: 1 . m$. Maintenant pour changer l'axe rectiligne $\alpha\beta\delta$ dans le curviligne ABD, ayant tiré du centre C les rayons infiniment proches CS, CT, qui coupent la courbe ABD dans les points B, E, & prenant R pour le commencement des arcs variables RS, RT, &c. ſoit fait $RS = x$, $CB = y$, le rayon $CS = 1$, $ST = dx$, $FE = dy$; ayant décrit le petit arc concentrique BF qui ſera $= y\,dx$, on aura $BE = \sqrt{(yy\,dx^2 + dy^2)} = \beta\varepsilon$, la hauteur du point b ſur le plan du cercle, c'eſt-à-dire, $bB = \sqrt{(1-yy)}$, & ſa différence $d(bB) = \frac{-y\,dy}{\sqrt{(1-yy)}}$.

IV. Puiſque donc $d(bB) . BE :: af . df :: 1 . n$, l'on aura $\frac{-y\,dy}{\sqrt{(1-yy)}} . \sqrt{(yy\,dx^2 + dy^2)} :: 1 . n$; & $\sqrt{(yy\,dx^2 + dy^2)} = \frac{-n\,y\,dy}{\sqrt{(1-yy)}}$, ou $yy\,dx^2 + dy^2 = \frac{nnyy\,dy^2}{1-yy}$. Donc $yy\,dx^2 = \frac{nnyy\,dy^2}{1-yy} - dy^2 = \frac{(nn+1)\,yy\,dy^2 - dy^2}{1-yy}$, & par-là on aura $dx = \frac{dy\sqrt{(nnyy+yy-1)}}{y\sqrt{(1-yy)}} =$ (à cauſe de $nn+1 = mm$) $\frac{dy\sqrt{(mmyy-1)}}{y\sqrt{(1-yy)}} = \frac{mmyy\,dy - dy}{y\sqrt{[(1-yy)\times(mmyy-1)]}} = \frac{mmy\,dy}{\sqrt{[(1-yy)\times(mmyy-1)]}} - \frac{dy}{y\sqrt{[(1-yy)\times(mmyy-1)]}}$.

V. La premiére partie s'integre comme il ſuit. Soit fait $yy = 2z$, & l'on aura $\frac{mmy\,dy}{\sqrt{[(1-yy)\times(mmyy-1)]}} = \frac{mm\,dz}{\sqrt{[(1-2z)\times(2mmz-1)]}} = \frac{mm\,dz}{\sqrt{[-1+(2mm+2)z-4mmzz]}} = \frac{mm\,dz}{\sqrt{\left[\frac{(mm-1)^2}{4mm} - (2mz\frac{-mm-1}{2m})^2\right]}} = \frac{2m^3\,dz : (mm-1)}{\sqrt{\left[1-(\frac{4mm}{mm-1}z\frac{-mm-1}{mm-1})^2\right]}}$

$= \frac{2m^3 y\,dy : (mm-1)}{\sqrt{\left[1-\left(\frac{2mm}{mm-1}yy\,\frac{-mm-1}{mm-1}\right)^2\right]}}$ (en ſubſtituant pour $2z$ ſa valeur yy)

$= \frac{\frac{1}{2}m \times 4mmy\,dy : (mm-1)}{\sqrt{\left[1-\left(\frac{2mm}{mm-1}yy\,\frac{-mm-1}{mm-1}\right)^2\right]}}$; donc $\int \frac{mmy\,dy}{\sqrt{[(1-yy)\times(mmyy-1)]}}$

$= \frac{1}{2}m \times \int \frac{4mmy\,dy : (mm-1)}{\sqrt{\left[1-\left(\frac{2mm}{mm-1}yy\,\frac{-mm-1}{mm-1}\right)^2\right]}}$, c'eſt-à-dire, $=$ à un arc de cercle pris $\frac{1}{2}m$ fois, dont le rayon $= 1$, & le ſinus droit $= \frac{2mm}{mm-1}yy\,\frac{-mm-1}{mm-1}$; ſoit appellé cet arc A.

VI. L'autre partie $\frac{-dy}{y\sqrt{[(1-yy)\times(mmyy-1)]}}$ s'integre de cette maniére : ſoit diviſé chaque terme par y^3, l'on a

$\frac{-dy : y^3}{\sqrt{\left[\left(\frac{1}{yy}-1\right)\times\left(mm-\frac{1}{yy}\right)\right]}} = $ (faiſant $\frac{1}{yy} = 2z$)

$\frac{dz}{\sqrt{[(2z-1)\times(mm-2z)]}} = \frac{dz}{\sqrt{[-mm+(2mm+2)\cdot z-4zz]}}$

$= \frac{dz}{\sqrt{\left[\left(\frac{mm-1}{4}\right)^2-\left(2z\,\frac{-mm-1}{2}\right)^2\right]}} = \frac{2\,dz : (mm-1)}{\sqrt{\left[1-\left(\frac{4}{mm-1}z\,\frac{-mm-1}{mm-1}\right)^2\right]}}$

$=$ (en ſubſtituant pour $2z$ ſa valeur qui eſt ici $\frac{1}{yy}$)

$\frac{-2\,dy : y^3(mm-1)}{\sqrt{\left[1-\left(\frac{2}{(mm-1)\cdot yy}\,\frac{-mm-1}{mm-1}\right)^2\right]}} = \frac{\frac{1}{2}\times -4dy : y^3(mm-1)}{\sqrt{\left[1-\left(\frac{2}{(mm-1)\cdot yy}\,\frac{-mm-1}{mm-1}\right)^2\right]}}$.

Donc $\int \frac{-dy}{y\sqrt{[(1-yy)\times(mmyy-1)]}} = \frac{1}{2}\int \frac{-4dy : y^3(mm-1)}{\sqrt{\left[1-\left(\frac{2}{(mm-1)\cdot yy}\,\frac{-mm-1}{mm-1}\right)^2\right]}}$;

c'eſt-à-dire $=$ à la moitié d'un arc de cercle dont le rayon $= 1$ & le ſinus droit $= \frac{2}{(mm-1)\cdot yy}\,\frac{-mm-1}{mm-1}$; ſoit appellé cet arc B.

VII. Nous avons donc par les §. 5. & 6. $\frac{1}{2}mA + \frac{1}{2}B = \int \frac{mmy\,dy}{\sqrt{[(1-yy)\times(mmyy-1)]}} - \frac{dy}{y\sqrt{[(1-yy)\times(mmyy-1)]}}$

$= $ (§. 4.) $\int \frac{dy\sqrt{(mmyy-1)}}{y\sqrt{(1-yy}} = \int \frac{dy\sqrt{[(nn+1)\,yy-1]}}{y\sqrt{(1-yy)}} = \int dx$,

ou $mA + B = 2\int dx = 2x$.

VIII. Pour la conſtruction de cette équation, voici comme il s'y faut prendre. Soit SLM encore un grand Cercle de la Sphere dont le rayon $CL = 1$; ſoit pris dedans le ſinus Fig. 5.

$MN = \frac{2mm}{mm-1} yy \frac{-mm-1}{mm-1}$, & encore l'autre finus $SR = \frac{2}{(mm-1 . yy)} \frac{-mm-1}{mm-1}$, l'on aura l'arc $LM = A$ & l'arc $LS = B$. Si donc on prend l'arc LM, m fois, & qu'on lui ajoûte l'arc LS, la moitié de la ſomme des deux arcs donnera l'arc cherché x, ou (dans la Fig. 3.) l'arc RS pour un y quelconque ou CB.

IX. Pour avoir une équation algébrique entre y & le ſinus de l'arc x qui détermine la nature de la courbe de projection ABD *(Fig. 3.)* & la courbe algébriquement rectifiable ſur la ſurface ſphérique, il faut choiſir pour m quelque nombre rationel (car on aura différentes courbes ſelon la diverſité du nombre m). On ſçait que le ſinus d'un arc A étant donné, l'on a algébriquement le ſinus d'un arc mA multiple ou ſoumultiple, & que les ſinus des arcs mA & B étant donnés, l'on a algébriquement le ſinus de la ſomme des arcs $mA + B$ & le ſinus de la moitié de cette ſomme. Car faiſant le rayon ou ſinus total $= 1$, le ſinus de l'arc $mA = S$, & le ſinus de l'arc $B = T$, l'on trouve le ſinus de la ſomme $mA + B = T \times \sqrt{(1 - SS)} + S \times \sqrt{(1 - TT)}$.

Ainſi donc ſi l'on appelle v le ſinus de l'arc indéterminé x, l'on aura le ſinus de l'arc double $2x = 2v\sqrt{(1 - vv)}$; puiſque donc les arcs $mA + B$ & $2x$ doivent être égaux, il faut que leurs ſinus ſoient auſſi égaux; d'où l'on tirera l'équation algébrique entre les fonctions de y & v, qui déterminera la nature de la courbe de projection, & la courbe que l'on cherche ſur la ſurface de la Sphere, & qui ſera celle-ci, $T \times \sqrt{(1 - SS)} + S \times \sqrt{(1 - TT)} = 2v\sqrt{(1 - vv)}$, S & T étant données par y. Donc, &c. *C. Q. F. T.*

X. *Exemple.* Soit pris le nombre $m = 2$, & par conſéquent $n = \sqrt{(mm - 1)} = \sqrt{3}$; l'on aura le ſinus de l'arc A, ou $\frac{2mm}{mm-1} yy \frac{-mm-1}{mm-1} = \frac{8yy-5}{3}$, le ſinus de l'arc B, ou $\frac{}{(mm-1) . yy} \frac{-mm-1}{mm-1} = \frac{2-5yy}{3yy}$, le ſinus de l'arc mA, ou $2A = \frac{16yy-10}{3} \sqrt{\left(\frac{-16+80yy-64y^4}{9}\right)}$; & partant le

ſinus de la ſomme des arcs $2A + B = \left(\frac{2-5yy}{3yy}\right) \times \sqrt{\left[1 - \frac{(16yy-10)^2 \times (-16+80yy-64y^4)}{81}\right]} + \left(\frac{16yy-10}{3}\right) \times \sqrt{\left(\frac{-16+80yy-64y^4}{9}\right)} \times \sqrt{\left[1 - \frac{(2-5yy)^2}{9y^4}\right]} = 2v\sqrt{(1-vv)}$, ou parce que la derniére partie du premier membre a deux côtés commenſurables, on peut abreger l'équation de cette maniére $\left(\frac{2-5yy}{27yy}\right) \times \sqrt{[81 - (16yy-10)^2 \times (-16 + 80yy - 64y^4)]} + \left(\frac{32yy-20}{27yy}\right) \times \sqrt{(-4+20yy-16y^4)} = 2v\sqrt{(1-vv)}$, & cette équation eſt celle qui exprime la nature de la courbe de projection, de tous les points de laquelle ſi l'on éleve les droites $= \sqrt{(1-yy)}$ perpendiculaires au plan ſur lequel elle eſt décrite, ces perpendiculaires rencontreront la ſuperficie de la ſphere dans les points de la courbe qu'on cherche, qui ſera algébriquement rectifiable, auſſi-bien que ſa projettée; car la différence de la hauteur de deux perpendiculaires dont chacune eſt exprimée par ſon $\sqrt{(1-yy)}$, eſt à l'arc de la courbe de projection intercepté entre ces deux hauteurs, comme 1 à n, c'eſt-à-dire [à cauſe de $n = \sqrt{(mm-1)}$] comme 1 à $\sqrt{3}$; & cette même différence de hauteurs eſt à l'arc de la courbe décrite ſur la ſuperficie ſphérique, intercepté entr'elles comme 1 à $\sqrt{(1+nn)}$, c'eſt-à-dire, dans cet exemple comme 1 à 2. Ainſi chaque arc de la projettée eſt à ſon arc correſpondant ſur la ſuperficie ſphérique, comme $\sqrt{3}$ à 2, ou comme la hauteur du triangle équilatéral à ſon côté. L'on aura donc entre l'arc ſur la ſuperfice ſphérique, l'arc correſpondant de la projection & la différence des hauteurs perpendiculaires, les rapports qui ſont entre 2 . $\sqrt{3}$. & 1.

Scholie. L'on voit par-là que les courbes que nous venons de trouver par la méthode analytique, ſont les mêmes que les Epicycloïdes ſphériques, décrites par un grand cercle de la ſphere qui tourne ſur un petit; car j'ai fait voir dans le §. 16. des Epicycloïdes ſphériques, que ces ſortes d'Epicycloïdes ont chacun de leurs arcs aux arcs correſpondants de la courbe

de projection en raiſon donnée de 1 à g, ou comme le ſinus total eſt au ſinus de l'inclinaiſon du cercle mobile ſur l'immobile. Si donc nous voulons conſtruire ſur la ſuperficie de la ſphere une courbe dont la longueur ait une raiſon donnée à la longueur de ſa projettée, par exemple, de 2 à $\sqrt{3}$, il faut ſeulement pour le cercle immobile, prendre celui qui fait avec un grand cercle mobile, un angle d'inclinaiſon, tel que 1 à g ſoit dans le rapport de 2 à $\sqrt{3}$, ou de 1 à $\frac{1}{2}\sqrt{3}$. Or c'eſt l'angle que forment deux côtés d'un triangle équilatéral, ſçavoir, $\frac{2}{3}$ d'un angle droit, ou l'angle de 60 degrés. Concevons donc dans la ſphere, un Tropique éloigné de l'Equateur de 60 degrés, & faiſant tourner ſur lui l'Ecliptique, un point pris dans ſa circonférence décrira la courbe qu'on cherche, qui ſatisfait à cette prolixe équation que nous avons trouvée ci-deſſus $\left(\frac{2-5yy}{27yy}\right) \times \sqrt{[81-(16yy-10)^2}$ $\times$ &c.$] + \left(\frac{32yy-20}{27yy}\right) \times \sqrt{(-4+}$ &c.$) = 2v\sqrt{(1-vv)}$. Et il paroît preſque incroyable qu'on puiſſe conſtruire une équation ſi compoſée par un mouvement ſi ſimple.

Au reſte, l'on voit que dans cette ſuppoſition, l'Ecliptique ſera double du Tropique, & que par conſéquent il devra le parcourir deux fois, avant que le point décrivant revienne au point d'où il eſt parti ; & la longueur de la demi-Epicycloïde ſera double de la plus grande hauteur ou de la diſtance entre les Tropiques, & par conſéquent la longueur de l'Epicycloïde entiére ſera égale à quatre fois cette diſtance. Cette courbe (comme il eſt facile de le voir par la maniére dont elle ſe produit) a quatre parties ſemblables & égales, terminées aux quatre points qu'on appelle *Cardinaux ;* la 1.re compriſe entre le point du Solſtice d'Hiver (ſi l'on ſuppoſe que la rotation de l'Ecliptique ſe fait d'Orient en Occident) & le point équinoxial d'Automne; la 2.me entre ce point, & le Solſtice d'Eté; la 3.me entre le Solſtice d'Eté & l'Equinoxe du Printemps; la 4.me enfin entre l'Equinoxe du Printemps & le Solſtice d'Hiver : & ainſi la longueur de chacune de ces parties eſt égale à l'intervalle entre les

Mem. de l'Acad. 1732. pl. 13. pag. 254.

Fig. 1

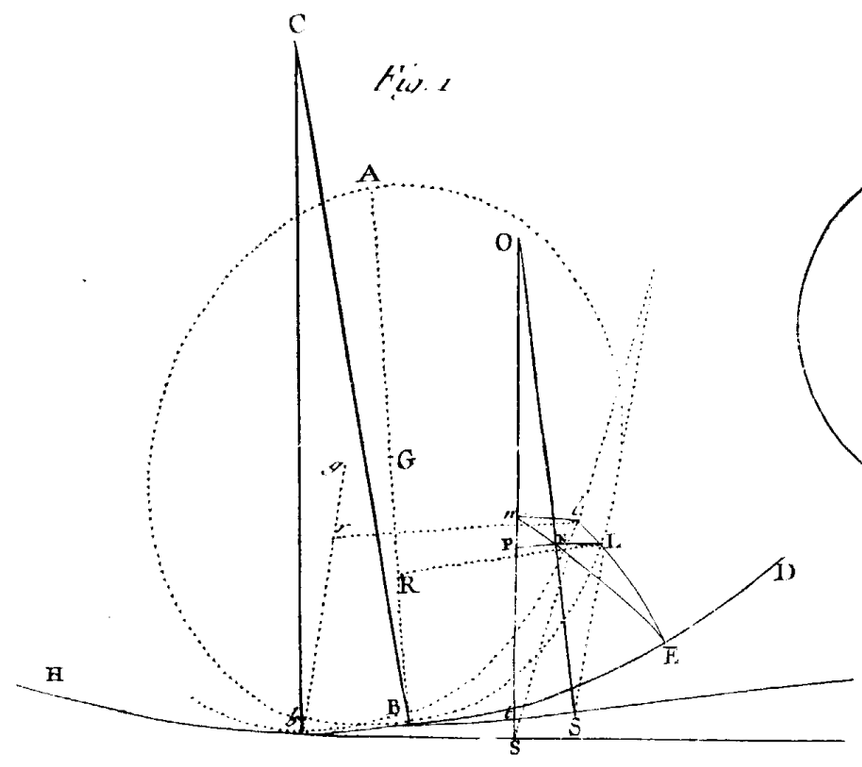


Fig. 3

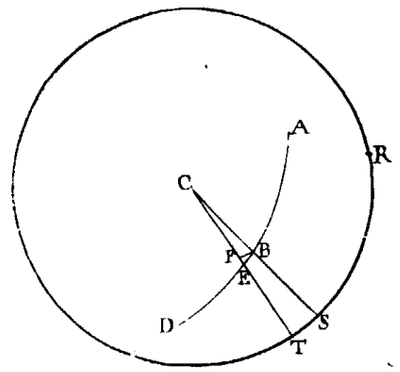


Fig. 4

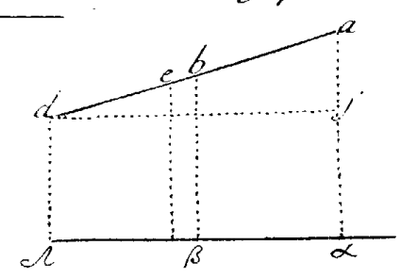


Fig. 2

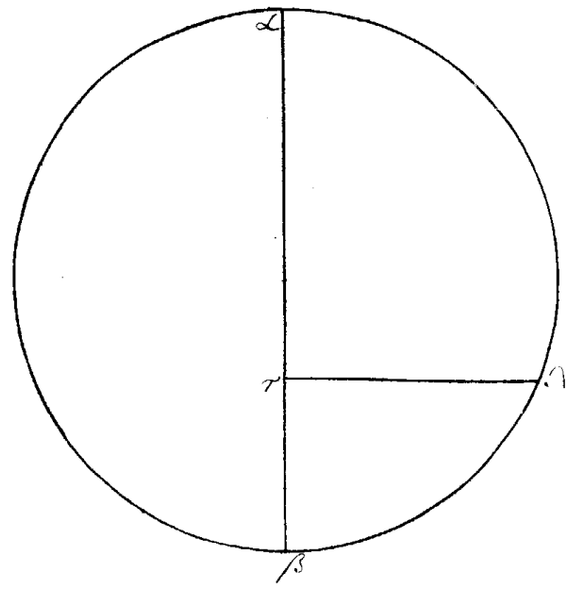
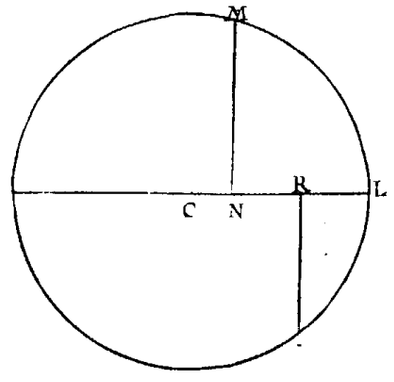


Fig. 5



Simonneau Sculp.

Tropiques, c'eſt-à-dire, à la corde de 120 degrés; en ſuppoſant toûjours, comme nous avons fait dans cet exemple, le Tropique éloigné de l'Equateur de 60 degrés.

Cet Exemple qui paroît le moins compliqué de tous, me fait tellement craindre les autres, qui, ſans doute, demanderoient un travail immenſe, pour trouver l'équation algébrique des courbes de projection, que j'aime mieux les laiſſer chercher à d'autres. Il me ſuffit d'avoir trouvé la méthode, & de l'avoir indiquée.

SOLUTION
DU MESME PROBLEME,
Et de quelques autres de cette eſpece.

Par M. DE MAUPERTUIS.

CEs deux Pieces m'ont été envoyées en Latin, par M. Bernoulli, & contiennent la Solution la plus complette du Probleme de M. Offenburg. Parmi les Epicycloïdes ſphériques, il s'en trouve qui ſont rectifiables & algébriques en même temps, & ces courbes ſatisfont au Probleme, mais c'eſt par une eſpece de haſard. M. Bernoulli, dans la 2.me Piece, recherche à priori *les courbes rectifiables & algébriques ſur la ſurface de la ſphere, & c'eſt-là qu'il donne la vraye Solution du Probleme. Il m'avoit écrit qu'il avoit trouvé ces courbes par une méthode directe, & m'invitoit à les chercher. Je ne me flattai pas aiſément de trouver des choſes qu'il avoit jugées dignes de ſon application, & je le priai de me communiquer ſa Solution. Cependant l'idée qui eſt le principe commun de ſa Solution & de la mienne, m'étant venuë dans l'eſprit, & ayant auſſi-tôt trouvé ces courbes, je lui envoyai ma Solution que j'avois fait voir quelques jours auparavant à deux Géometres de la Compagnie, comme il me ſeroit facile de le prouver.*

Ma lettre étoit en route, lorſque j'en reçûs une de M. Bernoulli

qui contenoit ſa Solution, à laquelle la mienne eſt ſi ſemblable qu'on croiroit qu'elle auroit été copiée deſſus, & qu'il n'y a de différence que dans nos deux conſtructions.

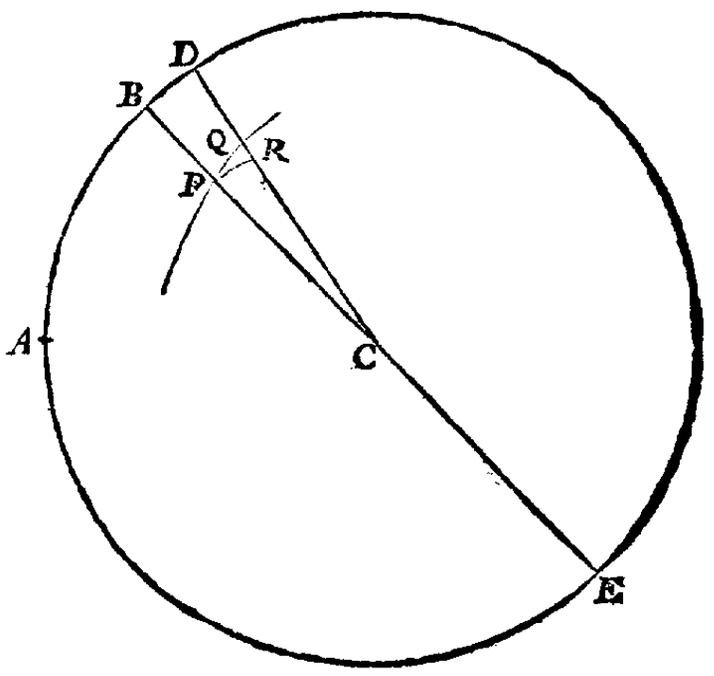
J'ai joint à ces courbes rectifiables & algébriques ſur la ſurface de la ſphere, d'autres courbes dont la rectification dépendroit des arcs de cercle, & cela m'a conduit à un Probleme utile dans l'Aſtronomie.

Je dois avertir ici que M.rs Nicole & Clairaut, dont on trouvera dans ce recueil, des Mémoires ſur les Epicycloïdes ſphériques, n'avoient point vû ceux de M. Bernoulli, lorſqu'ils ont lû les leurs à l'Académie.

PROBLEME I.

Trouver ſur la ſurface de la ſphere, des courbes algébriques rectifiables!

Solut. Soit $ABDE$ un grand cercle de la ſphere, dont le rayon $= 1$, l'arc $AB = x$, CP l'ordonnée de la projection de la courbe qu'on cherche $= y$, Pp perpendiculaire au plan de la projection $= z$, $QR = dy$, $PR = ydx$, & l'équation de la ſphere $zz = 1 - yy$. Cela poſé.



La longueur de la courbe ſur la ſurface ſphérique dépendra de la longueur de la courbe de projection PQ, ſi $dy^2 + yydx^2 = mdz^2$; ou (mettant pour dz^2 ſa valeur $\frac{yydy^2}{1-yy}$ tirée de l'équation de la ſphere) $dy^2 + yydx^2 = \frac{myydy^2}{1-yy}$. Cette courbe de projection eſt toûjours rectifiable, quel que ſoit m, & ſa longueur $= A - \sqrt{m} \times \sqrt{(1-yy)}$. Reſte à faire qu'elle ſoit algébrique.

L'on

L'on a $dx = \frac{dy\sqrt{[(m+1)yy-1]}}{y\sqrt{(1-yy)}}$, ou $dx = \frac{dy\sqrt{(Myy-1)}}{y\sqrt{(1-yy)}}$ qui doit être la différentielle d'un angle. Soit $\frac{\sqrt{(1-yy)}}{\sqrt{(Myy-1)}} = z$, $y = \frac{\sqrt{(zz+1)}}{\sqrt{(Mzz+1)}}$, $dy = \frac{(1-M)z\,dz}{(Mzz+1)^{\frac{3}{2}}\times\sqrt{(zz+1)}}$; & l'on a

$$dx = \frac{(1-M)\,dz}{(Mzz+1)\times(zz+1)} = \frac{(\frac{1}{M}-1)\,dz}{(zz+\frac{1}{M})\times(zz+1)} = \frac{dz}{1+zz} - \frac{dz}{\frac{1}{M}+zz};$$

ou $dx = \frac{dz}{1+zz} - \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{m+1}}}\times\frac{\sqrt{\frac{1}{m+1}}\cdot dz}{\frac{1}{m+1}+zz}$

$$= \frac{dz}{1+zz} - \sqrt{(m+1)}\times\frac{\sqrt{(m+1)}\,dz}{1+(m+1)zz}.$$

D'où l'on voit que la courbe ſera algébrique, lorſque $\sqrt{m+1}$ ſera un nombre rationel. *C. Q. F. T.*

PROBLEME II.

Trouver ſur la ſurface de la Sphere, des courbes, dont la rectification dépende de la rectification du cercle!

Solut. Soit comme ci-deſſus $ABDE$ un grand cercle de la ſphere qui repréſente l'Equateur. Je cherche d'abord les courbes, dont la longueur dépend des arcs de cet Equateur; & pour cela (ayant nommé toutes les lignes, comme dans le Probleme précédent) j'ai $pq = \sqrt{(dy^2+yy\,dx^2+dz^2)} = n\,dx$, ou (à cauſe de $dz^2 = \frac{yy\,dy^2}{1-yy}$) $dy^2+yy\,dx^2+\frac{yy\,dy^2}{1-yy} = nn\,dx^2$, ou $dy^2+yy\,dx^2-y^4\,dx^2 = nn\,dx^2-nnyy\,dx^2$, ou $dx = \frac{dy}{\sqrt{[nn-(nn+1)yy+y^4]}}$. C'eſt l'équation qui exprime la nature des courbes pq, dont les arcs ſont aux arcs correſpondants de l'Equateur comme n à 1.

Coroll. Si l'on veut la courbe, dont les arcs ſoient égaux aux arcs correſpondants de l'Equateur, on a $dx = \frac{dy}{1-yy} = \frac{\frac{1}{2}dy}{1+y} + \frac{\frac{1}{2}dy}{1-y}$, ou $x = \frac{1}{2}lA + \frac{1}{2}l(1+y) - \frac{1}{2}l(1-y)$, ou $x = \frac{1}{2}l(A\times\frac{1+y}{1-y})$. D'où l'on tire une conſtruction fort ſimple de cette courbe; car on a $AB = \frac{1}{2}l(A\times\frac{EP}{PB})$.

Prenant donc l'arc AB égal à la moitié du logarithme de EP, diviſé par PB, l'on a l'arc AB pour un rayon donné CP, & par conſéquent tous les points de la courbe.

Autre Solut. On peut encore trouver des courbes dépendantes de la rectification du cercle, en cherchant celles dont la longueur dépend de la longueur du Méridien, c'eſt-â-dire, celles où $pq = n.Bp$.

On a alors $dy^2 + yy\,dx^2 + dz^2 = nn\,dy^2 + nn\,dz^2$, ou $dy^2 + yy\,dx^2 + \frac{yy\,dy^2}{1-yy} = nn\,dy^2 + \frac{nnyy\,dy^2}{1-yy}$, ou $dx = \frac{dy\sqrt{(nn-1)}}{y\sqrt{(1-yy)}}$. Les courbes ſur la ſurface de la ſphere ſont alors des loxodromiques, & cette équation eſt celle de leur projection.

Scholie. Si le Soleil ſe mouvoit dans une courbe, telle que celle que nous avons déterminée dans la premiére Solution, l'on auroit par tout ſon cours, le mouvement en longitude égal au mouvement en aſcenſion droite. Nous avons donc ici déterminé la nature de l'Ecliptique que devroit décrire le Soleil, pour que ces deux mouvements fuſſent toûjours égaux.

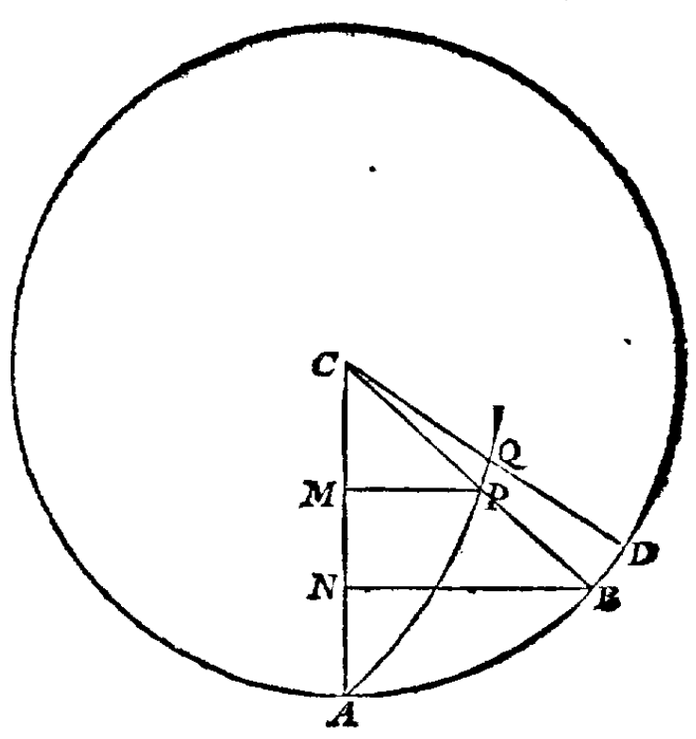
Mais ſi l'Ecliptique étant un cercle déterminé, on demande ſeulement un point où le mouvement en longitude ſoit égal au mouvement en aſcenſion droite; ce Probleme qui devient beaucoup plus limité, eſt celui dont M.rs Parent & Godin ont donné des Solutions dans les Mémoires de 1704, & de 1730. M. Godin cite non-ſeulement la Solution de M. Parent, mais encore celles de Regiomontanus & de Stevin. Ces Solutions ſont fondées ſur la Trigonométrie ſphérique, même celle de M. Parent, quoiqu'il ſe ſoit ſervi du ſecours du calcul différentiel.

On ne ſera peut-être pas fâché d'en trouver ici une autre indépendante de cette Trigonométrie; & où non-ſeulement le mouvement en longitude ſoit égal au mouvement en aſcenſion droite, mais encore lui ſoit en raiſon quelconque, de n à 1.

PROBLEME III.

Trouver le point de l'Ecliptique où l'arc p q *intercepté par deux méridiens ſoit à l'arc* BD *correſpondant de l'Equateur comme* n *à* 1?

Solut. Soit conçû le plan de l'Ecliptique CA pq formant avec le plan de projection $CAPQ$ l'angle pMP, dont le cosinus $= m$, le rayon étant $= 1$. Soit $Mp = v$, $MP = mv$, & $CM = \sqrt{(1 - vv)}$, l'on aura pour l'élément de l'Ecliptique, $pq = \sqrt{(dMp^2 + dCM^2)} = \frac{dv}{\sqrt{(1-vv)}}$.



On a $CP = \sqrt{(MP^2 + CM^2)} = \sqrt{(mmvv + 1 - vv)}$. $PM\,(mv) :: CB\,(1) . NB = \frac{mv}{\sqrt{(mmvv - vv + 1}}$; & de même $CN = \frac{\sqrt{(1-vv)}}{\sqrt{(mmvv - vv + 1)}}$. Donc $BD = \frac{dNB}{\sqrt{(1 - NB^2)}} = \frac{mdv : (mmvv - vv + 1)^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{(1 - \frac{mmvv}{mmvv - vv + 1})}} = \frac{mdv}{(mmvv - vv + 1)\sqrt{(1-vv)}}$.

Donc (puiſque $n . BD = pq$) $\frac{mndv}{(mmvv - vv + 1)\sqrt{(1-vv)}} = \frac{dv}{\sqrt{(1-vv)}}$, ou $mn = 1 + mmvv - vv$, ou $vv = \frac{mn-1}{mm-1}$, ou $v = \sqrt{(\frac{mn-1}{mm-1})}$. Ce qui détermine le ſinus de la longitude du Soleil, lorſque ſon mouvement en longitude eſt à ſon mouvement en aſcenſion droite comme n à 1.

Et ſi l'on veut que ces deux mouvements ſoient égaux, ce qui eſt le cas de Mrs Parent & Godin, l'on a (n étant $= 1$) le ſinus de la longitude $v = \sqrt{(\frac{m-1}{mm-1})} = \sqrt{(\frac{1}{m+1})}$.

OBSERVATION
DE DEUX HYDROPISIES ENKYSTE'ES DES POUMONS, ACCOMPAGNE'ES DE CELLE DU FOYE.

Par M. MALOET.

9 Août 1732. IL eſt ſi rare que les Poumons ſoient attaqués d'Hydropiſie par épanchement, qu'en ayant obſervé deux dans le même Sujet, j'ai crû que cette obſervation méritoit d'être communiquée à l'Académie, d'autant plus que ces Hydropiſies étoient accompagnées de circonſtances, qui ne ſe rencontrent pas dans les Hydropiſies ordinaires; c'eſt ce qui m'a déterminé à donner la relation ſuivante.

Un Soldat Invalide étoit tourmenté d'une difficulté de reſpirer, conſidérable, accompagnée d'une fiévre lente; il ne pouvoit ſe tenir couché ſur les côtés, ni à plat ſur le dos, qu'avec beaucoup de peine; ce qui l'obligeoit à être toûjours ſur ſon ſéant: ſes bras & ſes mains étoient enflés, auſſi-bien que ſes jambes & ſes pieds; ſes urines étoient briquetées, ce qui ne pouvant être attribué qu'à leur mêlange avec de la bile, me fit juger qu'il y avoit dans le foye de ce malade quelque embarras, qui empêchant cette liqueur de ſe ſéparer librement, lui donnoit lieu de ſe mêler avec les urines.

Comme je ſoupçonnois de l'eau dans la poitrine de ce malade, j'examinai ſoigneuſement ſi j'y entendrois quelque fluctuation, en le faiſant tourner d'un côté ſur l'autre, mais je n'en apperçûs aucune, & il m'aſſûra n'en avoir jamais ſenti; ce qui me fit ſuſpendre mon jugement touchant l'épanchement d'eau dans la cavité de la poitrine, d'autant plus que je ne remarquois pas les autres accidents qui ont accoûtumé d'accompagner cette maladie.

Après avoir langui dans cet état pendant deux ans, ſans

qu'aucune ſorte de remede lui procurât du ſoulagement, que de peu de durée, il mourut, & je fis l'ouverture de ſon cadavre.

Je ne trouvai aucun épanchement d'eau dans la cavité de ſa poitrine, mais je remarquai ſur chaque poumon, à la partie qui eſt un peu concave, une tumeur ovale, dont le grand diametre étoit d'environ un demi-pied, & le petit diametre d'environ 4 pouces.

Je ſentis dans ces deux tumeurs (qui paroiſſoient d'un volume aſſés égal) une fluctuation très-ſenſible, ce qui me fit juger qu'elles contenoient une matiére liquide.

J'ouvris la tumeur du poumon droit, il en ſortit plus d'un demi-ſeptier de ſéroſité claire & limpide; j'aggrandis l'ouverture pour examiner le dedans de la tumeur, je trouvai qu'il étoit revêtu d'un kyſte blancheâtre, épais d'environ une ligne : je tâchai de le tirer hors de la tumeur, mais comme en y faiſant l'ouverture, j'avois coupé ce kyſte dans près de la moitié de ſon étenduë, l'autre moitié ſe rompit en voulant le détacher du poumon auquel il étoit adhérent.

Cela m'engagea à m'y prendre d'une autre maniére, pour ouvrir la tumeur du poumon gauche, & à le faire de ſorte que je puſſe avoir le kyſte entier, en cas qu'il y en eût un, comme je le ſoupçonnois.

Je fis une très-petite ouverture à cette tumeur, & ſeulement pour donner iſſuë à la liqueur qui y étoit renfermée; il en ſortit de la ſéroſité à peu-près à la même quantité, & de la même qualité que celle qui étoit ſortie de la tumeur du poumon droit.

Enſuite je fis ſur la membrane externe du poumon gauche, une inciſion très-légére, pour ne rien couper de plus que cette membrane. Après y avoir fait une ouverture d'une aſſés grande étenduë, pour pouvoir appercevoir ce qui étoit immédiatement au deſſous, je trouvai qu'il y avoit effectivement un kyſte qui étoit de la même nature, & de la même conſiſtence que le premier.

Pour lors, je continuai mon inciſion ſur la membrane de

ce poumon, & je fis l'ouverture aſſés grande pour que le kyſte entier pût y paſſer, après quoi je le ſéparai, ſans beaucoup de peine, avec mes doigts.

Je ſoufflai dans ce kyſte, après l'avoir détaché des poumons; j'eûs alors une eſpece de globe creux, blancheâtre, liſſe & poli en dehors, dont le grand diametre étoit de 5 pouces, & le petit diametre de 3 ou environ; il a l'épaiſſeur d'une ligne, comme le précédent, la matiére qui le forme eſt molle, & paroît faite de pluſieurs couches, appliquées les unes ſur les autres, on n'y remarque ni fibres, ni vaiſſeaux, ni glandes.

Je conſerve ce kyſte entier, depuis quelques années, dans de l'eau-de-vie, ſans qu'il y ſoit ſurvenu de changement, ſi ce n'eſt que quelques-unes de ſes couches ſe ſont ſéparées dans quelques endroits, & que l'ouverture que j'y avois faite, très-petite d'abord, s'étant aggrandie à chaque fois que j'y ai touché pour l'examiner, elle eſt devenuë beaucoup plus conſidérable.

J'ai conſervé de même les pieces de l'autre kyſte; elles prêtent facilement, quand on les allonge, cependant elles ſont quelque réſiſtance à leur déchirement, & elles ſe remettent par leur propre reſſort, quand on ceſſe de les allonger: cela n'empêche pas qu'on ne les détruiſe quand on les preſſe un peu fortement entre les doigts, & qu'on ne les réduiſe en une eſpece de bave & de mucoſité.

On y voit clairement leurs différentes couches, elles ſe ſéparent d'elles-mêmes dans leur bord, & pour peu qu'on les tire avec les doigts, on peut aiſément continuer leur ſéparation dans toute leur étenduë: ces couches, ſéparées les unes des autres, ſont tranſparentes.

Après avoir examiné les poumons de ce malade, je viſitai ſon foye; j'apperçûs à la partie convexe, moyenne & ſupérieure de ſon grand lobe, une tumeur molle avec fluctuation, comme celles des poumons, elle étoit enfoncée dans la ſubſtance de ce viſcere; il en ſortit par l'ouverture, une humeur de couleur jaune tirant ſur le verd, & telle à peu-près que

celle qu'a la bile détrempée dans de l'eau; cette liqueur étoit aſſés limpide, elle étoit renfermée dans un kyſte qui eſt de la même nature que ceux qui étoient dans les poumons, à cela près qu'il eſt verdâtre, comme on peut le voir dans les portions que j'en ai conſervées, & qu'il étoit d'un volume beaucoup moindre, n'ayant qu'environ 3 pouces de diametre dans ſa plus grande étenduë.

La ſéroſité qui étoit contenuë dans ces tumeurs, n'étoit autre choſe que de la lymphe extravaſée, ce qui lui étoit arrivé vrai-ſemblablement, parce que s'étant arrêtée dans un ou pluſieurs vaiſſeaux lymphatiques de ces viſceres, ſoit qu'il s'y fût formé des obſtructions, ou qu'il y fût ſurvenu du relâchement, ou qu'ils euſſent ſouffert quelque compreſſion, n'a pû continuer ſon cours librement; ce qui l'a obligée à forcer & rompre quelqu'un de ces vaiſſeaux, & à ſe répandre dans le tiſſu cellulaire, formé par la membrane interne des poumons, laquelle, comme on ſçait, ſe plonge dans leur ſubſtance, ſépare leurs lobules, occupe les interſtices qu'ils laiſſent entre eux, environne & enveloppe les arteres & les veines pulmonaires, auſquelles elle ſert de gaine, auſſi-bien qu'aux vaiſſeaux lymphatiques de ce viſcere; la lymphe s'étant épanchée dans quelques cellules de ce tiſſu, elle les a dilatées au point d'y former une cavité conſidérable.

Je dis que la lymphe s'eſt répanduë dans les interſtices qui ſéparent les lobules des poumons, & non pas dans les lobules mêmes, car ſi l'épanchement de la lymphe s'étoit fait dans ces derniers, leurs véſicules ayant une communication immédiate avec les bronches, le malade n'auroit pas manqué de la rendre par la bouche, par la même raiſon qui fait que l'on crache le ſang, lorſqu'il y a un vaiſſeau ouvert dans les véſicules de cette partie, comme il arrive dans les péripneumonies, & les hémophtyſies; & par cette raiſon il ne ſe ſeroit point formé d'amas de ſéroſité dans les poumons: d'ailleurs quoique le malade dont il eſt ici queſtion, touſſât beaucoup, il ne crachoit point, ou que très-peu; ainſi il doit paſſer pour conſtant, que l'épanchement n'étoit pas dans les

véſicules, & par conſéquent il n'a pû être que dans quelqu'un des interſtices qui ſéparent les lobules.

A l'égard de la tumeur du foye, l'humeur qui y étoit contenuë, étoit auſſi de la lymphe: mais comme cette liqueur, quoique limpide, étoit d'une couleur jaune tirant ſur le verd, telle à peu-près qu'on peut encore la voir dans les morceaux de kyſte qui ſe ſont trouvés dans cette tumeur, & que j'ai conſervés, cela fait juger que la bile a eu part à ſa formation, & que quelque vaiſſeau lymphatique s'étant rompu dans le foye, de même que dans les poumons, & par les mêmes ou par de ſemblables occaſions, la lymphe s'eſt répanduë dans quelqu'un des interſtices, qui, ſuivant les obſervations de Malpighi, ſéparent les lobules de ce viſcere, ou dans quelqu'une des cellules du tiſſu qui, ſuivant M. Winſlow, ſe gliſſe entre ſes grains glanduleux; la lymphe s'étant ainſi répanduë dans quelqu'une de ces ſéparations ou cellules, elle l'a aggrandie au point d'en faire un ſac, ou une poche.

Il n'eſt pas difficile de concevoir que quelques parties de bile, en ſuintant à travers les membranes des glandes & des pores biliaires des environs de cette poche, ont dû ſe mêler avec la lymphe qui y étoit contenuë.

La bile a ſuinté d'autant plus aiſément à travers les membranes de ces glandes & de ces vaiſſeaux biliaires, que les uns & les autres ont été relâchés, par la ſéroſité répanduë dans cette cavité, & que ce relâchement ayant rendu les pores de ces membranes plus capables de ſe dilater, ils en ont auſſi été plus propres à laiſſer paſſer les particules de bile.

Ce ſuintement de la bile à travers les membranes des glandes du foye & des pores biliaires, ne paroîtra point extraordinaire, ſi l'on fait attention qu'elle a coûtume de paſſer à travers celles de la véſicule du fiel, comme cela eſt prouvé par la couleur jaune ou verte, dont ſe trouvent teints ordinairement le foye (dans l'endroit où cette véſicule eſt placée), le duodenum, le colon, & les autres parties qui la touchent.

Quand je dis que l'humeur qui étoit contenuë dans ces tumeurs,

tumeurs, étoit de la lymphe, je ne prétends pas qu'une portion de la partie aqueuſe du ſang n'ait pû s'y mêler; il y a au contraire bien de l'apparence que les vaiſſeaux ſanguins, tant des poumons, que du foye ont été néceſſairement comprimés en quelques endroits, par des tumeurs auſſi conſidérables, & dilatés en d'autres, où les pores de leurs membranes ſe ſont élargis, & qu'une portion de la partie aqueuſe du ſang a paſſé à travers, avec d'autant plus de facilité, que les membranes de ces vaiſſeaux ont dû être relâchées, par la ſéroſité qui s'eſt exprimée du ſang, en conſéquence du ſéjour qu'il a été obligé de faire : une portion de la partie aqueuſe du ſang ayant paſſé à travers les membranes des vaiſſeaux ſanguins des poumons & du foye, dans les cavités de ces tumeurs, elle s'eſt mêlée avec la lymphe qui y étoit contenuë, elle en a augmenté le volume, & entretenu la fluidité.

Que la partie aqueuſe du ſang puiſſe paſſer à travers les membranes des vaiſſeaux ſanguins, lorſque le ſang y ſéjourne, cela eſt prouvé par différentes eſpeces d'hydropiſies, mais ſur-tout par l'enflure des jambes qui ſurvient aux longues maladies, & que l'on ne ſçauroit attribuer qu'à la partie aqueuſe du ſang qui, paſſant à travers les membranes des vaiſſeaux ſanguins, s'inſinuë dans les cellules adipeuſes, & s'imphiltre même quelquefois dans la peau, où elle cauſe un œdeme, lequel ſe diſſipe, lorſque cette même partie aqueuſe repaſſe dans les vaiſſeaux d'où elle étoit ſortie; à quoi la ſituation des parties contribuë beaucoup.

Pour ce qui eſt des kyſtes, dont l'intérieur de ces tumeurs étoit revêtu; ſe détruiſans, comme on le voit, quand on les preſſe entre les doigts, & ſe réduiſans en une eſpece de gelée, ou de matiere mucilagineuſe, il n'y a pas lieu de douter, qu'ils n'ayent été formés du fluide même qui étoit contenu dans ces tumeurs, c'eſt-à-dire, de la lymphe.

Ces kyſtes ont été portés à l'Académie, où ils ont été vûs & examinés dans l'Aſſemblée.

Cette liqueur eſt, comme tout le monde ſçait, compoſée de deux ſortes de parties, les unes fibreuſes, ou filamenteuſes & branchuës, les autres aqueuſes, dans leſquelles nagent les

premiéres : celles-ci ſont propres à s'unir & à faire corps, cela paroît clairement dans ces filandres qui ſe forment dans l'eau où l'on a reçû le ſang d'une ſaignée, & qui ne ſont autre choſe que la portion lymphatique du ſang, épaiſſie par la réünion de ſes fibres : les parties filamenteuſes de la lymphe étant branchuës, il eſt aiſé de concevoir que lorſque cette liqueur a été épanchée dans les interſtices qui ſont entre les lobules des poumons & du foye, elles ſe ſont accrochées par leurs filaments à leurs parois, elles s'y ſont collées, & là elles ont fait une premiére couche de matiére mucilagineuſe, laquelle a été ſuivie d'une ſeconde, celle-ci d'une troiſiéme, & enfin de pluſieurs autres.

C'eſt ainſi que ces kyſtes ſe ſont formés par couches, parce que les parties fibreuſes de la lymphe ne ſe ſont pas appliquées toutes en même temps aux parois de la cavité où elle étoit contenuë, mais ſucceſſivement, & qu'il a fallu que les filaments de cette humeur qui ſont toûjours extrêmement petits, ſe ſoient unis après ſon épanchement en de groſſes molécules qui fuſſent capables de donner aſſés de priſe aux parties aqueuſes pour être pouſſées par elles à leur circonférence, & qui fuſſent propres à s'attacher aux parois de la tumeur & à s'y arrêter.

Je dis qu'il a fallu que les fibres de la lymphe ſe ſoient unies en molécules; car il faut remarquer que ces fibres dans la formation de ces kyſtes ne ſe ſont pas unies de maniére qu'il en ait réſulté de plus groſſes par leur réunion, on n'y en obſerve aucune, on voit ſeulement qu'ils ſont compoſés de molécules fort irréguliéres, & ces molécules n'ayant pû ſe faire toutes à la fois, mais ſeulement dans des intervalles proportionnés à la quantité des parties filamenteuſes de la lymphe, elles n'ont pû par conſéquent s'unir toutes en même temps, mais ſucceſſivement, c'eſt ce qui a formé différentes couches.

C'eſt par une ſemblable raiſon que les pierres qui s'engendrent dans la veſſie, celles qu'on trouve dans la véſicule du fiel & les bezoards ſont ordinairement formés par couches,

ces corps étant compoſés de matiéres qui ſe raſſemblent & s'uniſſent en différents temps.

Ces kyſtes étoient mols, parce que quoique les parties fibreuſes de la lymphe en s'uniſſant pour faire corps, ſe fuſſent ſéparées des parties aqueuſes, de maniére qu'elles n'en étoient plus abbreuvées ſuffiſamment pour conſerver leur fluidité, il leur en étoit encore trop reſté pour former un corps qui ne fût pas mol, comme le ſont toutes les concrétions lymphatiques qui ſe font dans des endroits humides, & où elles ſont à l'abri de l'air, à la différence de celles qui y ſont expoſées, ou qui ſe font dans des lieux ſecs, leſquelles durciſſent avec le temps, ainſi qu'il eſt arrivé à quelques morceaux de ces kyſtes que j'ai laiſſés à l'air.

Les couches intérieures de ces follicules ſont glaireuſes, peu fermes & ſolides, à la différence des autres, ſur-tout de celles de dehors, dont le tiſſu eſt plus ſerré; elles ſe ſéparent d'elles-mêmes les unes des autres par leurs bords, tant les externes que les internes, & elles peuvent encore ſe diviſer en d'autres extrêmement fines & déliées: mais les externes ſe ſéparent bien moins aiſément de celles qui les ſuivent que les internes, ce qui marque que les derniéres n'ont pas eu le loiſir de s'unir ſi étroitement que les premiéres, ni d'acquérir autant de fermeté que celles-ci en ont.

La face interne de ces kyſtes eſt parfaitement unie & égale, parce qu'elle a été également preſſée par la liqueur qui y étoit renfermée, par la même raiſon que le tartre & la matiére pierreuſe qui s'attachent aux tonneaux ou aux tuyaux des aqueducs intérieurement, forment des croûtes aſſés égales dans leur ſuperficie.

La face externe des follicules qui étoient dans les poumons, eſt chagrinée & parſemée de rayes & de ſillons ſuperficiels, que l'on ne remarque pas dans celui du foye; ces différences viennent ſans doute de la diverſité des parties auxquelles ces différents kiſtes ont été appliqués.

La couleur jaune du kyſte qui étoit dans le foye ſe remarque auſſi-bien au dedans de ſa ſubſtance qu'au dehors,

enſorte qu'il n'y a aucun lieu de douter que ſes parties n'ayent pris cette teinture dès le temps qu'il étoit encore liquide; mais ſa face extérieure eſt recouverte d'un enduit brun & foncé, qu'il eſt aiſé d'enlever en le ratiſſant avec les ongles: ce qui prouve qu'il a été formé par de la bile qui a ſuinté des glandes du foye ou des pores biliaires, & qui ayant rencontré ce kyſte tout formé, n'a pû pénétrer ſa ſubſtance, ni juſques dans ſa cavité, & a été obligée de s'arrêter ſur ſa ſurface en maniére de croûte; au lieu qu'avant la formation de ce kyſte la bile qui ſuintoit des vaiſſeaux dont je viens de parler, s'eſt mêlée tant avec les parties de la liqueur qu'il contenoit, qu'avec celles qui ont ſervi à le former, c'eſt de-là qu'eſt venuë la couleur jaune de cette liqueur & de ſon follicule.

Et ſi l'un & l'autre ſont beaucoup moins bruns & moins foncés que cet enduit, c'eſt parce qu'il a été formé de bile toute pure, au lieu que le kyſte & la liqueur qu'il renfermoit étoient un mêlange de bile & de parties aqueuſes, dont celles-ci même faiſoient la plus grande partie, ce qui a dû beaucoup éclaircir la couleur jaune que la bile leur a communiquée.

Les couches de ces follicules ſont toutes enſemble un corps opaque, mais quand on les examine ſéparément, elles ont la tranſparence de la gelée de viande, & même la couleur, hors dans le kyſte du foye, où elles ſont d'un jaune ſaffranné: & quoiqu'elles ayent plus de conſiſtence que la gelée, ſur-tout étant unies pluſieurs enſemble, on ne laiſſe pas de les détruire, en les preſſant un peu fortement entre les doigts, & de les diſſoudre comme on diſſoudroit de la colle épaiſſie.

C'eſt ce qui diſtingue ſûrement ces kyſtes des follicules glanduleux, cellulaires ou véſiculaires aggrandis, & des vaiſſeaux lymphatiques dilatés, en un mot des kyſtes organiſés, & qui ſont de vrayes membranes, leſquels ſe déchirent ou ſe tortillent étant preſſés entre les doigts, mais quelques fins qu'ils ſoient, on ne détruit point leurs membranes avec

les doigts, encore moins peut-on les diſſoudre, étant d'un tiſſu plus ſolide & plus ſerré que des concrétions; ils ſont auſſi plus minces, plus déliés & plus fins, ce qui fait qu'ils ont plus de ſoupleſſe, & qu'on peut aiſément les plier: au lieu que des morceaux de kyſtes formés de lymphe, tels que ſont ceux dont je parle, quand ils ont leur molleſſe & leur humidité, ſont plus aiſés à rouler qu'à plier; quand ils ſont ſecs, ils reſſemblent à de la colle-forte, ſoit par leur couleur, ſoit par une eſpece de tranſparence qu'ils ont, quand on les regarde à travers le jour, ſoit par leur conſiſtence, & parce qu'ils ſont ſans ſoupleſſe & ſans élaſticité, ſe caſſant net, ce que ne font pas les vrayes membranes qui, après avoir été deſſéchées, conſervent quelque ſoupleſſe & de l'élaſticité.

D'ailleurs il n'y a gueres de membrane dans le corps humain, reconnuë généralement pour telle, quelque fine & déliée qu'elle ſoit, où l'on ne remarque à l'œil ou à la faveur du microſcope, quelques fibres, quelques ramifications de vaiſſeaux, quelque eſpece de tiſſu ou de réſeau. On n'obſerve rien de pareil dans les kyſtes dont il s'agit ici, ni dans les couches dont ils ſont compoſés, on remarque au contraire, en les regardant avec le microſcope à travers le jour, qu'elles ſont formées par l'aſſemblage de différentes molécules, parmi leſquelles il y en a de fort épaiſſes & groſſiéres, & d'autres qui le ſont beaucoup moins, à peu-près comme on en remarque dans de la colle-forte, ou du papier brouillard, regardés de même.

Il paroît ſingulier que ces ſortes d'hydropiſies étant fort rares dans les poumons & dans le foye, quoiqu'elles ne le ſoient point ailleurs, il n'y en ait point eu dans d'autres parties de ce ſujet, mais ſeulement dans ces viſceres, que même il y en ait eu une dans chaque poumon d'un volume ſi conſidérable & d'une groſſeur égale.

C'eſt une ſingularité dont il eſt difficile de rendre raiſon autrement que par conjecture, pouvant dépendre du dérangement de quelques parties imperceptibles à la vûë: cependant

le relâchement des tiſſus cellulaires qui rempliſſent les interſtices des lobules, des poumons & du foye, ou qui ſéparent les glandes de ce dernier viſcere, peuvent y avoir eu beaucoup de part, en tenant ces interſtices moins ſerrés qu'ils n'auroient dû l'être naturellement, & en donnant aux vaiſſeaux lymphatiques qu'ils ſoûtenoient, moins de force qu'ils n'auroient dû en avoir.

Il eſt aiſé de déduire de ce relâchement l'épanchement de la lymphe dans ces interſtices, & les tiſſus cellulaires qui les garniſſent ont pû être relâchés par les mêmes cauſes qui font que dans certains ſujets, bien conſtitués d'ailleurs, le péritoine ſe relâche, & par-là donne occaſion à des hernies ou deſcentes.

Je dirai ici en paſſant, que cette obſervation prouve que ceux qui prétendent que tous les kyſtes des tumeurs enkyſtées ſont des parties organiſées (c'eſt-à-dire des glandes, des cellules, des véſicules aggrandies, ou des vaiſſeaux lymphatiques dilatés) ſont dans l'erreur, puiſqu'elle fournit l'exemple inconteſtable de trois kyſtes, qui ne peuvent être rapportés à aucune de ces parties, & qui loin d'être des vaiſſeaux deſtinés à contenir de la lymphe, ne ſont viſiblement que cette même lymphe épaiſſie hors de ſes vaiſſeaux.

Non ſeulement il y a quelques follicules des tumeurs anomales qui ne ſont pas des parties organiſées, & qui ne ſont que de ſimples concrétions lymphatiques, comme on vient de le voir; on peut même croire qu'il y en a beaucoup qui ne ſont pas autre choſe: on peut le croire avec d'autant plus de fondement, qu'un grand nombre de ces tumeurs ne contiennent que de la lymphe, mais cela mérite d'être examiné plus particuliérement.

MANIERE

De déterminer la nature des Roulettes formées ſur la ſuperficie convexe d'une Sphere, & de déterminer celles qui ſont géométriques, & celles qui ſont rectifiables.

Par M. NICOLE.

I. SOIT un cercle AB, dont le centre eſt C, ſi l'on conçoit ſur le rayon CA une regle attachée fixement en C, & qui porte à ſon autre extrémité A un autre cercle $A, 5, 7, 6$; décrit du rayon DA ſur un plan oblique $1, 2, 3, 4$, & dont l'obliquité ſur le plan du premier cercle CAB eſt meſurée par la perpendiculaire DE; que de plus ſur le rayon DA il y ait une ſeconde regle attachée fixement en D, & qui puiſſe ſe mouvoir ſur la circonférence $A, 5, 7, 6$. Cela poſé, ſi l'on fait mouvoir la regle CA de CA en CQ ſur l'arc indéterminé AQ, tranſportant le cercle $A, 5, 7, 6$, & que dans le même temps on faſſe auſſi mouvoir la regle DA de DA en DM ſur l'arc AM, de maniére que l'arc AM du petit cercle ſoit égal à l'arc AQ du grand cercle, il eſt clair que par ce double mouvement, le point M décrira une courbe à double courbure. On demande la nature de cette courbe, & celle de ſa projection AL faite ſur le plan CAL par des perpendiculaires abbaiſſées de tous les points M ſur ce plan. Fig. 1.

SOLUTION.

Le rayon CA étant parvenu en CQ, & le rayon DQ en Dm, de maniére que l'arc QA ſoit égal à l'arc Qm, ſi l'on mene les ordonnées QO & mR à ces deux cercles, & de plus le rayon DI, tel que l'arc QI ſoit ſemblable à l'arc QA, que l'on mene les cordes QA, QM & QI, & que l'on faſſe $CA = n$, $DQ = r$, $AO = x$, $QR = z$, on aura cette Fig. 2.

proportion $CA\,(n) . AQ\,(\sqrt{2nx}) :: DQ\,(r) . QI = \frac{r}{n}\sqrt{2nx}$.

On aura auſſi la corde $Qm = \sqrt{2rz}$, & pour avoir le rapport de la corde Qm à la corde QI, il faut trouver le rapport de z à x. Pour le trouver ce rapport, je remarque que l'arc QI eſt à l'arc Qm, comme DQ eſt à CA.

Ainſi pour trouver l'expreſſion en x de la corde Qm; cette partie du Probleme ſe réduit à trouver la corde d'un arc, lequel arc ſoit à un autre arc, dont la corde eſt donnée dans un rapport donné qui eſt ici de n à r.

Fig. 3. Pour cela ſoit un cercle $ACBD$, dont le diametre eſt AB; ſi l'on mene deux cordes quelconques AC, AD, & auſſi celles de leurs compléments CB & DB, on ſçait que $AC \times DB + AD \times BC = AB \times DC$. Ainſi ſi l'on nomme AB, $2r$, & $AD\,(b)$, par cette propoſition, lorſque l'arc AC eſt égal à l'arc AD, la corde CD de l'arc double ſera connuë. Par le moyen de la corde de l'arc double, on connoîtra celle de l'arc triple, & par celle-là la corde de l'arc quadruple, & enſuite celle de l'arc quintuple, ſextuple, &c.

Toutes ces cordes ſeront,

la corde de l'arc ſimple étant ..... b.

Celle de l'arc double ſera ..... $\frac{b}{r}\sqrt{4rr-bb}$.

Du 3me ..... $\frac{b}{rr} \times \sqrt{3rr-bb}$.

Du 4me ..... $\frac{b}{r^3}\sqrt{4rr-bb} \times \sqrt{2rr-bb}$.

Du 5me ..... $\frac{b}{r^4} \times \sqrt{5r^4-5rrbb+b^4}$.

Du 6me ..... $\frac{b}{r^5}\sqrt{4rr-bb} \times \sqrt{3r^4-4rrbb+b^4}$.

Du 7me ..... $\frac{b}{r^6} \times \sqrt{7r^6-14r^4bb+7r^2b^4-b^6}$.

Du 8me ..... $\frac{b}{r^7}\sqrt{4rr-bb} \times \sqrt{4r^6-10r^4bb+6rrbb-b^6}$.

Du 9me ..... $\frac{b}{r^8} \times \sqrt{9r^8-30r^6bb+27r^4b^4-9rrb^6+b^8}$.

Du 10me .... $\frac{b}{r^9}\sqrt{4rr-bb} \times \sqrt{5r^8-20r^6b^4+21r^4b^6-8rrb^8+b^{10}}$.

Du

Du 11me..... $\frac{b}{r^{10}} \times \overline{11r^{10} - 55r^8bb + 77r^6b^4 - 44r^4b^6 + 11rrb^8 - b^{10}}$.

Du 12me..... $\frac{b}{r^{11}}\sqrt{4rr-bb} \times \overline{6r^{10} - 35r^8bb + 56r^6b^4 - 36r^4b^6 + 10rrb^8 - b^{10}}$.

Du 13me.... $\frac{b}{r^{12}} \times \overline{13r^{12} - 91r^{10}bb + 182r^8b^4 - 156r^6b^6 + 65r^4b^8 - 13rrb^{10} + b^{12}}$.

Du 14me.. $\frac{b}{r^{13}}\sqrt{4rr-bb} \times \overline{7r^{12} - 56r^{10}bb + 126r^8b^4 - 120r^6b^6 + 55r^4b^8 - 12rrb^{10} + b^{12}}$.

Toutes ces cordes ſe réduiſent à

1. b.

2. $\frac{b}{r}\overline{\sqrt{4rr-bb}}^{1}$.

3. $\frac{b}{r^2}\overline{\sqrt{4rr-bb}}^{2} - b$.

4. $\frac{b}{r^3}\overline{\sqrt{4rr-bb}}^{3} - \frac{2b}{r}\overline{\sqrt{4rr-bb}}^{1}$

5. $\frac{b}{r^4}\overline{\sqrt{4rr-bb}}^{4} - \frac{3b}{r^2}\overline{\sqrt{4rr-bb}}^{2} + b$.

6. $\frac{b}{r^5}\overline{\sqrt{4rr-bb}}^{5} - \frac{4b}{r^3}\overline{\sqrt{4rr-bb}}^{3} + \frac{3b}{r}\overline{\sqrt{4rr-bb}}^{1}$.

7. $\frac{b}{r^6}\overline{\sqrt{4rr-bb}}^{6} - \frac{5b}{r^4}\overline{\sqrt{4rr-bb}}^{4} + \frac{6b}{r^2}\overline{\sqrt{4rr-bb}}^{2} - b$.

8. $\frac{b}{r^7}\overline{\sqrt{4rr-bb}}^{7} - \frac{6b}{r^5}\overline{\sqrt{4rr-bb}}^{5} + \frac{10b}{r^3}\overline{\sqrt{4rr-bb}}^{3} - \frac{4b}{r}\overline{\sqrt{4rr-bb}}^{1}$.

9. $\frac{b}{r^8}\overline{\sqrt{4rr-bb}}^{8} - \frac{7b}{r^6}\overline{\sqrt{4rr-bb}}^{6} + \frac{15b}{r^4}\overline{\sqrt{4rr-bb}}^{4} - \frac{10b}{rr}\overline{\sqrt{4rr-bb}}^{2} + b$.

10. $\frac{b}{r^9}\overline{\sqrt{4rr-bb}}^{9} - \frac{8b}{r^7}\overline{\sqrt{4rr-bb}}^{7} + \frac{21b}{r^5}\overline{\sqrt{4rr-bb}}^{5} - \frac{20b}{r^3}\overline{\sqrt{4rr-bb}}^{3} + \frac{5b}{r}\overline{\sqrt{4rr-bb}}^{1}$.

La formule générale de toutes ces cordes, en nommant n l'expoſant de l'arc multiple dont on cherche la corde, eſt

$$\frac{b}{r^{n-1}}\overline{\sqrt{4rr-bb}}^{n-1} - \times \overline{n-2} \times \frac{b}{r^{n-3}}\overline{\sqrt{4rr-bb}}^{n-3}$$
$$+ \frac{\overline{n-4.\,n-3}}{1.2} \times \frac{b}{r^{n-5}}\overline{\sqrt{4rr-bb}}^{n-5} - \times \frac{n-6.\,n-5.\,n-4}{1.2.3}$$
$$\times \frac{b}{r^{n-7}}\overline{\sqrt{4rr-bb}}^{n-7} + \times \frac{n-8.\,n-7.\,n-6.\,n-5}{1.2.3.4}$$
$$\times \frac{b}{r^{n-9}}\overline{\sqrt{4rr-bb}}^{n-9} - \text{\&c.}$$

D'où l'on voit que ſi l'on avoit voulu chercher l'expreſſion de la corde, d'un arc ſouſmultiple, d'un arc donné, dont

la corde eſt b, en nommant y cette corde cherchée, on auroit eu cette équation

$$b = \frac{y}{r^{n-1}}\sqrt{4rr-yy}^{n-1} - \times n-2 \times \frac{y}{r^{n-3}}\sqrt{4rr-yy}^{n-3}$$
$$+ \times \frac{n-4.\,n-3}{1.2} \times \frac{y}{r^{n-5}}\sqrt{4rr-yy}^{n-5} - \times \frac{n-6.\,n-5.\,n-4}{1.2.3}$$
$$\times \frac{y}{r^{n-7}}\sqrt{4rr-yy}^{n-7} + \times \frac{n-8.\,n-7.\,n-6.\,n-5}{1.2.3.4}$$
$$\times \frac{y}{r^{n-9}}\sqrt{4rr-yy}^{n-9} + \text{&c.}$$

dont la réſolution donnera la valeur d'y qu'on demande.

Après avoir trouvé ces deux ſuites, j'ai vû que le célebre M. Jean Bernoulli les avoit données dans les Journaux de Leipſick, mais ſans démonſtration.

Ainſi la corde QI étant $\frac{r}{n}\sqrt{2nx}$, & l'arc $QI = 1$, l'arc Qm ſera $\frac{n}{r}$, & pour avoir la corde Qm, il faut ſubſtituer dans la premiére ſuite pour b, $\frac{r}{n}\sqrt{2nx}$, & pour n, $\frac{n}{r}$, & l'on aura Qm, ou $\sqrt{2rz} =$

$$\frac{\frac{r}{n}\sqrt{2nx}}{r^{\frac{n}{r}-1}}\sqrt{4rr-\frac{2nrrx}{nn}}^{\frac{n}{r}-1} - \times \frac{n}{r}-2 \times \frac{\frac{r}{n}\sqrt{2nx}}{r^{\frac{n}{r}-3}}\sqrt{4rr-\frac{2nrrx}{nn}}^{\frac{n}{r}-3} + \frac{\frac{n}{r}-4 \times \frac{n}{r}-3}{1.2}$$
$$\times \frac{\frac{r}{n}\sqrt{2nx}}{r^{\frac{n}{r}-5}}\sqrt{4rr-\frac{2nrrx}{nn}}^{\frac{n}{r}-5} - \times \frac{\frac{n}{r}-6 \times \frac{n}{r}-5 \times \frac{n}{r}-4}{1.2.3}$$
$$\times \frac{\frac{r}{n}\sqrt{2nx}}{r^{\frac{n}{r}-7}}\sqrt{4rr-\frac{2nrrx}{xn}}^{\frac{n}{r}-7} + \text{&c.}$$

D'où l'on tire

$$\overset{A}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{rx}{n}} \times \Big(\frac{4n-2x}{n}^{\frac{n-r}{2r}} - \times \frac{n-2r}{1.r} \times \frac{4n-2x}{n}^{\frac{n-3r}{2r}}$$
$$+ \frac{n-3r \times n-4r}{1.2.rr} \times \frac{4n-2x}{n}^{\frac{n-5r}{2r}} - \times \frac{n-4r \times n-5r \times n-6r}{1.2.3.r^3}$$
$$\times \frac{4n-2x}{n}^{\frac{n-7r}{2r}} + \text{&c.}\Big)$$

Maintenant ſi du centre D, & des points R & m, on abbaiſſe les perpendiculaires DE, RG & mM; les points E & G ſeront ſur le rayon CQ, & le point M ſera à la courbe de projection.

Si de plus, on mene mS & SR parallele au plan CAL, & que l'on nomme QE, g, DE, f, on aura $mR = MG = \sqrt{2rz - zz}$, $QG = \frac{gz}{r}$, & $RG = mM = \frac{fz}{r}$. D'où il ſuit $QM(\sqrt{Qm^2 - mM^2}) = \frac{1}{r}\sqrt{2r^3z - ffzz}$, & $CM = (\sqrt{CG^2 + MG^2}) = \sqrt{\overline{n - \frac{gz}{r}}^2 + 2rz - zz} = \frac{\sqrt{rr - gg}}{r} \times \sqrt{\frac{nnrr - 2gnrz + 2r^3z}{rr - gg}} - zz$.

Si donc on ſubſtituë dans QM, CM & Mm, pour z, ſa valeur tirée de l'équation A, on aura

$$QM = \sqrt{\frac{2rrx}{n}} \times \sqrt{\left(\overline{\frac{4n-2x}{n}}^{\frac{n-r}{2r}} - \times \frac{\overline{n-2r}}{1.r} \times \overline{\frac{4n-2x}{n}}^{\frac{n-2r}{2r}} + \frac{\overline{n-3r} \times \overline{n-4r}}{1.2.rr} \times \overline{\frac{4n-2x}{n}}^{\frac{n-3r}{2r}} - \&c.\right)^2 - \frac{ffx^2}{nn} \times \left(\overline{\frac{4n-2x}{n}}^{\frac{n-r}{2r}} - \times \frac{\overline{n-2r}}{1.r} \times \overline{\frac{4n-2x}{n}}^{\frac{n-3r}{2r}} + \frac{\overline{n-3r} \times \overline{n-4r}}{1.2.rr} \times \overline{\frac{4n-2x}{n}}^{\frac{n-5r}{2r}} - \&c.\right)^4}$$

$$CM = \sqrt{rr - gg} \times \sqrt{\left[\frac{nn}{rr-gg} - \frac{2gn + 2rr}{rr-gg} \times \frac{x}{n} \times \left(\overline{\frac{4n-2x}{n}}^{\frac{n-r}{2r}} - \times \frac{\overline{n-2r}}{1.r} \times \overline{\frac{4n-2x}{n}}^{\frac{n-3r}{2r}} + \frac{\overline{n-3r} \times \overline{n-4r}}{1.2.rr} \times \overline{\frac{4n-2x}{n}}^{\frac{n-5r}{2r}} - \&c.\right)^2 - \frac{xx}{nn} \times \left(\overline{\frac{4n-2x}{n}}^{\frac{n-r}{2r}} - \times \frac{\overline{n-2r}}{1.r} \times \overline{\frac{4n-2x}{n}}^{\frac{n-3r}{2r}} + \frac{\overline{n-3r} \times \overline{n-4r}}{1.2.rr} \times \overline{\frac{4n-2x}{n}}^{\frac{n-5r}{2r}} - \&c.\right)^4\right]}$$

$$Mm = \frac{fx}{n} \times \left(\overline{\frac{4n-2x}{n}}^{\frac{n-r}{2r}} - \times \frac{\overline{n-2r}}{1.r} \times \overline{\frac{4n-2x}{n}}^{\frac{n-3r}{2r}} + \frac{\overline{n-3r} \times \overline{n-4r}}{1.2.rr} \times \overline{\frac{4n-2x}{n}}^{\frac{n-5r}{2r}} - \&c.\right)^2$$

Ce qui donne cette conſtruction.

Soit pris sur le rayon CA, la partie AO indéterminée $= x$ que l'on mene l'ordonnée OQ à ce cercle, & que des points Q & C comme centres, & des rayons QM & CM, tels qu'on les vient de déterminer, on décrive deux cercles; ces cercles se couperont en M qui sera à la courbe de projection cherchée; & si sur ce point M, on éleve Mm telle qu'on l'a déterminée, perpendiculairement au plan $CAQB$, le point m, sera à la courbe à double courbure que l'on demandoit.

COROLLAIRE I.

II. Si l'on examine les trois suites qui entrent dans les expressions de QM, CM & Mm, on verra qu'elles seront finies toutes les fois que le rapport $\frac{n}{r}$ sera égal à un nombre entier, c'est-à-dire, lorsque le diametre du grand cercle contiendra un nombre de fois tel qu'on voudra, le diametre du petit cercle. Dans tous ces cas, les courbes à double courbure & de projection seront donc géométriques.

REMARQUE.

III. Si le diametre du grand cercle ne contenoit pas un nombre de fois exactement le diametre du petit cercle, dans ces nouveaux cas, les courbes ne laisseroient pas d'être géométriques, pourvû que le rapport des diametres fût de nombre à nombre. Soit, par exemple, ce rapport comme 5 à 2, on aura la corde $QI = \frac{2}{5}\sqrt{2nx}$, & la corde Qm appartiendra à l'arc Qm qui est les $\frac{5}{2}$ de l'arc QI.

Pour trouver cette corde, il faut par la premiére suite, prendre la corde de l'arc quintuple de l'arc QI, & par la seconde suite, on trouvera la corde de l'arc, moitié de cet arc quintuple, qui fournira cette équation

$$\frac{3}{5}\sqrt{2nx} \times \frac{\sqrt{4rr - \frac{9}{25} \times 2nx}^{2}}{rr} \times 3 - \frac{3}{5}\sqrt{2nx} \times \frac{\sqrt{4rr - \frac{9}{25} \times 2nx}^{2}}{rr}$$

$$+ \frac{3}{5}\sqrt{2nx} = \frac{y}{r}\sqrt{4rr - yy},$$ de laquelle on tirera la

valeur de y qui ſera la corde cherchée. Il en ſera de même de tout autre exemple, quels que ſoient les nombres qui expriment le rapport des diametres, on trouvera toûjours l'expreſſion de la corde Qm, par le moyen d'une équation, qui ne contiendra qu'un nombre fini de termes; & par conſéquent dans tous les cas, on aura toûjours les rapports des lignes CM, QM & Mm, & les courbes réſultantes ſeront géométriques.

COROLLAIRE II.

IV. Lorſque $f = 0$, $g = r$, les trois lignes QM, CM, Mm, deviendront

$$QM = \frac{r\sqrt{2x}}{n} \times \left(\frac{\overline{4n-2x}^{\frac{n-r}{2r}}}{n} - \times \frac{n-2r}{1.r} \times \frac{\overline{4n-2x}^{\frac{n-3r}{2r}}}{n}\right.$$

$$\left. + \frac{n-4r \times n-3r}{1.2.rr} \times \frac{\overline{4n-2x}^{\frac{n-5r}{2r}}}{n} + \&c.\right)$$

$$CM = \sqrt{nn - \frac{2nrx + 2rrx}{n}} \times \left(\frac{\overline{4n-2x}^{\frac{n-r}{2r}}}{n} - \times \frac{n-2r}{1.r}\right.$$

$$\left. \times \frac{\overline{4n-2x}^{\frac{n-3r}{2r}}}{n} + \frac{n-4r \times n-3r}{1.2.rr} \times \frac{\overline{4n-2x}^{\frac{n-5r}{r}}}{n} - \&c.\right)^2$$

& $Mm = 0$.

Dans ce cas la courbe à double courbure s'évanouira, & ſe confondra avec la courbe de projection. Les courbes AM ſeront alors des Epicycloïdes, intérieures lorſque r ſera poſitif, & extérieures lorſque r ſera négatif.

COROLLAIRE III.

V. Lorſque $gn = rr$, les deux triangles CDQ & DEQ ſont ſemblables, l'angle CDQ eſt droit, le cercle $QmHQ$ peut être conſidéré comme la baſe d'un cone droit, dont la hauteur eſt CD, ſon côté $CQ = CA$, & dont le ſommet eſt attaché au centre C d'une Sphere, dont le rayon eſt égal au côté du cone; le point m décrit alors une courbe à double

courbure ſur la ſuperficie convexe de la Sphere, dont la projection eſt AM. D'où l'on voit que dans ce cas, au lieu du double mouvement dont on s'eſt ſervi pour engendrer la courbe à double courbure Am, on peut lui ſubſtituer le roulement de ce cone. Sur un grand cercle il engendrera la même courbe.

COROLLAIRE IV.

Fig. 4. & 5. VI. Lorſque l'angle CDQ eſt obtus, ou aigu, ſi du centre D du cercle $QmHQ$, on éleve DK perpendiculairement au plan de ce cercle, cette ligne DK coupera en K la ligne CK élevée auſſi perpendiculairement du centre C du cercle AQB ſur ſon plan, de maniére que $CK = \frac{gn-rr}{\sqrt{rr-gg}}$,

Fig. 1. car les triangles AED, DEO & OCK ſont ſemblables, ce qui donne $AE(g) . ED(\sqrt{rr-gg}) :: ED(\sqrt{rr-gg}) . EO = \frac{rr-gg}{g} = DN$ & $DN(\frac{rr-gg}{g}) . NO(\sqrt{rr-gg}) :: OC(u-g-\frac{rr+gg}{g}) . CK = \frac{gn-rr}{\sqrt{rr-gg}}$, d'où il ſuit $KA = \frac{r\sqrt{nn-2gn+rr}}{\sqrt{rr-gg}}$. Le point K ainſi déterminé, qui

Fig. 2. 4. & 5. eſt au deſſous de C dans le premier cas, & au deſſus dans le ſecond, ſera le centre de la Sphere, auquel ſi l'on attache le ſommet K du cone KQH, & que l'on faſſe rouler ce cone ſur la circonférence AQB, il ſe décrira par ce mouvement ſur la ſuperficie convexe de la Sphere, la même courbe à double courbure qui a été décrite par le double mouvement de l'article premier; d'où l'on voit que dans tous les cas on peut ſubſtituer le roulement du cone à la place de ce double mouvement.

COROLLAIRE V.

Fig. 2. VII. Si au lieu de ſuppoſer les arcs AQ & Qm égaux

comme on a fait, on ſuppoſe qu'ils ſoient entre eux comme p à q, l'expoſant de l'arc Qm, qui étoit $\frac{n}{r}$, deviendra $\frac{qn}{pr}$; & en ſubſtituant cette quantité dans les trois ſuites qui expriment les lignes CM, QM & Mm, elles détermineront les courbes à double courbure & de projection, relatives à tous ces nouveaux cas.

COROLLAIRE VI.

VIII. Et ſi l'on veut que les arcs AQ & Qm ſoient ſemblables, alors $\frac{qn}{pr} = 1$, & $Qm(\sqrt{2rz}) = QI(\frac{r}{n}\sqrt{2nx})$, d'où l'on tire $z = \frac{2nrrx}{2nnr} = \frac{rx}{n}$. Donc $QM \ldots\ldots = \frac{1}{r}\sqrt{\frac{2r^3x}{n} - \frac{ffrrxx}{nn}} = \frac{1}{n}\sqrt{2nrrx - ffxx}$, $CM = \frac{1}{r}\sqrt{nnrr - 2grrx + \frac{2r^4x}{n} - \overline{rr + gg} \times \frac{rrxx}{nn}} = \frac{1}{n}\sqrt{n^4 - 2gmnx + 2nrrx - rrxx + ggxx}$, & $Mm = \frac{fx}{n}$. D'où l'on voit que dans ce cas les lignes à double courbure & de projection ſont géométriques, quel que ſoit le rapport des rayons CA, DQ.

Seconde maniére de trouver les Equations de ces courbes.

IX. Si au lieu du cercle QmH oblique ſur le plan CAB, qui eſt emporté par la regle CQ, on conſidére ſa projection $QMUE$ ſur ce même plan, emportée auſſi par la même regle CQ; il eſt clair que cette projection ſera une ellipſe, dont l'ordonnée MG ſera égale à l'ordonnée mR du cercle oblique, & ſon abſciſſe QG ſera la projection de l'abſciſſe QR du cercle oblique. Fig. 2. Fig. 6. Fig. 2.

Mais par la génération des courbes à double courbure & de projection, dont on cherche l'équation, il faut qu'en quelque point Q que ſe trouve la regle CQ, l'arc AQ du

cercle CAB ſoit égal à l'arc Qm du cercle oblique, dont la projection eſt l'arc elliptique QM.

Donc pour que cette égalité ſubſiſte toûjours, il faut que pendant que la regle CQ décrit l'arc infiniment petit Qq, en emportant l'ellipſe $QMOE$ en $qRmL$, il faut, dis-je, que le petit arc MR décrit en conſéquence de ce mouvement par le point M ſoit ſemblable au petit arc Qq, & que l'arc elliptique $qR = QM$ augmente de ſon élement Rm, qui eſt la projection de l'élement du cercle oblique.

Fig. 2. Si donc on nomme CA, n; QD, r; QR, z; QE, g, on aura $QG = \frac{gz}{r}$, $GM = \sqrt{2rz - zz}$, $CM = \sqrt{CG^2 + GM^2}$ $= \frac{1}{r}\sqrt{nnrr - 2gnrz + ggzz + 2r^3z - rrzz}$, le petit arc elliptique $mR = \sqrt{\frac{\overline{rdz - zdz}^2}{\sqrt{2rz - zz}} + \frac{ggdz^2}{rr}}$ $= \frac{dz\sqrt{r^4 - 2r^3z + rrzz + 2ggrz - ggzz}}{r\sqrt{2rz - zz}}$, & la différence de CM ſera $ml = \frac{-gnrdz + ggzdz + r^3dz - rrzdz}{r\sqrt{nnrr - 2gnrz + ggzz + 2r^3z - rrzz}}$.

Donc $Rl = \sqrt{mR^2 - ml^2}$ ..... $=$

$$dz\sqrt{\frac{r^4 - 2r^3z + rrzz + 2ggrz - ggzz}{rr \times 2rz - zz} + \frac{\overline{r^3 - rrz - gnr + ggz}^2}{rr \times nnrr - 2gnrz + ggzz + 2r^3z - rrzrr}}$$

qui ſe réduit à

$$\frac{dz\sqrt{nnr^6 - 2nnr^5z + nnr^4z^2 + 2gnr^5z - 2gnr^4zz + ggr^4zz}}{r\sqrt{2rz - zz} \times \sqrt{nnrr - 2gnrz + ggzz + 2r^3z - rrzz}}$$

$$= \frac{dz \times \overline{nrr - nrz + grz}}{\sqrt{2rz - zz} \times \sqrt{nnrr - 2gnrz + 2r^3z - rrzz}} = Rl.$$

Mais les arcs Qq & MR étant ſemblables, & l'arc Qq étant

étant toûjours égal à l'élement du cercle oblique qui eſt $\frac{rdz}{\sqrt{2rz-zz}}$, on aura cette proportion $CQ\,(n).\ Qq\,(\frac{rdz}{\sqrt{2rz-zz}})$ $::\ CM\,(\frac{1}{r}\sqrt{nnrr-2gnrz+ggzz+2r^3z-rrzz})$ $.\ MR = \frac{dz\sqrt{nnrr-2gnrz+ggzz+2r^3z-rrzz}}{n\sqrt{2rz-zz}}$. Donc

$$MR - Rl = \frac{dz\sqrt{nnrr-2gnrz+ggzz+2r^3z-rrzz}}{n\sqrt{2rz-zz}}$$
$$- \frac{nrrdz+rrzdz-grzdz}{\sqrt{2rz-zz}\times\sqrt{nnrr-2gnrz+ggzz+2r^3z-rrzz}}$$
$$= \frac{dz\times 2r^3z-rrzz-3gnrz+ggzz+nnrz}{n\sqrt{2rz-zz}\times\sqrt{nnrr-2gnrz+ggzz+2r^3z-rrzz}} = Ml.$$

Si donc on nomme ml, dy, & Ml, dx; on aura dans chaque petit côté Mm de la courbe de projection,

$$dy = \frac{dz\times -gnr+ggz+r^3-rrz}{r\sqrt{nnrr-2gnrz+ggzz+2r^3z-rrzz}},$$

$$\&\ dx = \frac{dz\times 2r^3z-rrzz-3gnrz+nnrz+ggzz}{n\sqrt{2rz-zz}\times\sqrt{nnrr-2gnrz+ggzz+2r^3z-rrzz}}.$$

Ainſi on a le rapport de dy à dx dans tous les points de la courbe de projection AM. Si de plus, on nomme h, la hauteur Mm, dont le point m eſt à la courbe à double courbure, à cauſe des triangles ſemblables QDE, QRG, on aura $QD\,(r).\ DE\,(\sqrt{rr-gg})::QR\,(z)$ $.\ RG = \frac{z\sqrt{rr-gg}}{r} = Mm = h$; donc $dh = \frac{dz\sqrt{rr-gg}}{r}$. Ainſi pour tous les points de la courbe à double courbure, on a auſſi le rapport de dy à dx & à dh. Fig. 2.

COROLLAIRE I.

X. Si l'angle CDQ eſt droit, on aura $g = \frac{rr}{n}$, le cercle oblique QmH ſera la baſe d'un cone droit, dont le ſommet

eſt en C, & la courbe à double courbure ſera la Roulette décrite ſur la ſurface convexe de la Sphere par le point m de ce cone roulant ſur le plan $CAQB$, on aura dans ce cas

$$dy = \frac{rr\zeta d\zeta - nn\zeta d\zeta}{n\sqrt{n^4 + rr\zeta\zeta - nn\zeta\zeta}}, \quad dx = \frac{\zeta d\zeta \times \overline{nn - rr} \times \overline{nn - r\zeta}}{nn\sqrt{2r\zeta - \zeta\zeta} \times \sqrt{n^4 + rr\zeta\zeta - nn\zeta\zeta}}$$

& $dh = \frac{d\zeta\sqrt{nn - rr}}{n}$.

COROLLAIRE II.

XI. Si $DE = 0$, $g = r$, alors le cercle QmH roulera dans le plan CAB, & les courbes à double courbure & de projection feront la même courbe, l'on aura alors $dx = d\zeta \times \frac{2rr\zeta - 3nr\zeta + nn\zeta}{n\sqrt{2r\zeta - \zeta\zeta} \times \sqrt{nn - 2n\zeta + 2r\zeta}}$, $dy = \frac{-n\,d\zeta + r\,d\zeta}{\sqrt{nn - 2n\zeta + 2r\zeta}}$ & $dh = 0$, cette courbe eſt alors une Epicycloïde, qui lorſque n eſt infini, donne $dx = \frac{\zeta d\zeta}{\sqrt{2r\zeta - \zeta\zeta}}$ & $dy = d\zeta$, & exprime la cycloïde ; & lorſque $n = 2r$, devient $dx = 0$, & $dy = \frac{-r\,d\zeta}{\sqrt{4rr - 2r\zeta}}$, dont l'intégrale eſt $y = \sqrt{4rr - 2r\zeta}$, qui eſt un lieu à la ligne droite ; ce qui montre que dans ce cas, où un cercle roule au dedans d'un autre cercle double, le point décrivant engendre une ligne droite, qui eſt le diametre de ce cercle double.

COROLLAIRE III.

XII. Si l'on ſuppoſe $g = n$, on aura $dy = d\zeta \times \frac{\sqrt{r^3 - nnr + nn\zeta - rr\zeta}}{r\sqrt{nnrr - 2nnr\zeta + 2r^3\zeta + nn\zeta\zeta - rr\zeta\zeta}} = \frac{d\zeta \times \sqrt{rr - nn} \times \sqrt{r - \zeta}}{r\sqrt{\frac{nnrr}{rr - nn} + 2r\zeta - \zeta\zeta}}$,

$dx = \frac{d\zeta \times 2r^3\zeta - 2nnr\zeta - rr\zeta\zeta + nn\zeta\zeta}{n\sqrt{2r\zeta - \zeta\zeta} \times \sqrt{nnrr - 2nnr\zeta + 2r^3\zeta + nn\zeta\zeta - rr\zeta\zeta}}$

$= \frac{d\zeta \times \sqrt{rr - nn} \times \sqrt{2r\zeta - \zeta\zeta}}{n\sqrt{\frac{nnrr}{rr - nn} + 2r\zeta - \zeta\zeta}}$ & $dh = \frac{d\zeta\sqrt{rr - nn}}{r}$, d'où

l'on voit que dans ce cas $dy . dx :: \frac{r-z}{r} . \frac{\sqrt{2rz-zz}}{n}$.

Mais quand $g = n$, il faut que le centre D de la baſe du cone roulant ſoit perpendiculairement à plomb ſur le centre C de la baſe CAB ſur laquelle ce cone roule ; & l'on a vû *(art. 6.)* que le ſommet du cone qui décrit la courbe à double courbure, ou, ce qui eſt la même choſe, le centre de la Sphere ſur laquelle la ſurface de cette courbe à double courbure eſt décrite, doit toûjours auſſi ſe trouver dans cette perpendiculaire à plomb ſur le centre C ; donc alors le ſommet du cone, & le centre de la baſe de ce cone, ſe confondent dans le même point de cette perpendiculaire, c'eſt-à-dire, que le cone devient alors un cercle qui a le même rayon que la Sphere : par conſéquent dans ce cas, la courbe à double courbure eſt engendrée par un point fixe pris ſur la circonférence d'un grand cercle qui roule ſur un petit cercle, le centre de ce grand cercle demeurant immobile. Fig. 7.

COROLLAIRE IV.

XIII. Si l'on ſuppoſe g plus grand que n, alors le ſommet K du cone, ou le centre de la Sphere, ſe trouvera au deſſus du plan de la baſe du cone.

COROLLAIRE V.

XIV. Il ſuit de ce que CK *(art. 6.)* $= \frac{gn-rr}{\sqrt{rr-gg}}$, & de ce qui vient d'être dit, que quand l'angle HAC des deux plans eſt aigu, ſi l'on conſidere cet angle demeurer le même pendant que g (AE) & r (AD) croiſſent uniformément, c'eſt-à-dire, pendant que la baſe du cone augmente, il ſuit, dis-je, que le centre K de la Sphere, ou le ſommet du cone, ſera d'abord au deſſous du centre C ; que g augmentant, il s'élevera en s'approchant du point C, avec lequel il ſe confond, lorſque $gn = rr$; qu'il continuera enſuite de s'élever entre les deux plans, en s'éloignant du point C, & en s'approchant du plan $HDAm$, dans lequel il ſe trouve, lorſque

$g = n$, alors les points K & D ſe confondent ; que g continuant d'augmenter, le ſommet K du cone ſe trouvera toûjours au deſſus du plan de ſa baſe, & le centre de cette baſe de l'autre côté de la ligne CK, enſorte que dans ce dernier cas qui en renferme une infinité, le cône ſera oppoſé par ſa baſe à ce qu'il étoit auparavant.

COROLLAIRE VI.

XV. Si l'on ſuppoſe $g = 0$, on aura $dy = \frac{dz \times \overline{r-z}}{\sqrt{nn+2rz-zz}}$, $dx = dz \times \frac{2rz+nn z-rzz}{n\sqrt{2rz-zz} \times \sqrt{nn+2rz-zz}}$ & $dh = dz$, pour toutes les courbes à double courbure décrites ſur toutes les Spheres dont les rayons ſont $\sqrt{nn+rr}$, par les cones, dont les cercles des baſes ſont paralleles à la ligne à plomb CK.

COROLLAIRE VII.

Fig. 8. XVI. Si l'on fait g négatif, alors l'angle CAH des deux plans ſera obtus, & l'on aura $dy = \frac{dz \times gnr+ggz+r^3-rrz}{r\sqrt{nnrr+2gnrz+ggzz+2r^3z-rrzz}}$, $dx = \frac{dz \times 2r^3z-rrzz+3gnrz+nnrz+ggzz}{n\sqrt{2rz-zz} \times \sqrt{nnrr+2gnrz+ggzz+2r^3z-rrzz}}$ & $dh = \frac{dz\sqrt{rr-gg}}{r}$, l'on aura auſſi $CK = \frac{-gn-rr}{\sqrt{rr-gg}}$, ce qui fait voir que de quelque maniére que l'on faſſe croître ou diminuer le cercle AH de la baſe du cone, ſon ſommet K ou le centre de la Sphere ſera toûjours au deſſus de C, & même de D.

Rectification de ces Courbes.

XVII. Si l'on cherche la valeur du petit côté Mm de la courbe de projection, on trouvera $Mm\,(\sqrt{dx^2+dy^2}) = \frac{dz\sqrt{2r^4z-r^3zz-3gnrrz+nnrrz+ggrzz+\overline{nr^3-nrrz-gn^2r+ggnz}^2\times\overline{2rz-zz}}}{nr\sqrt{2r^3z+nnrr-rrzz-2gnrz+ggzz}\times\sqrt{2rz-zz}}$ Fig. 6.

qui se réduit à

$$\frac{dz\sqrt{2r^5z-r^4zz-4gnr^3z+ggrrzz+nnrrzz+2ggnnrz-ggnnzz}}{nr\sqrt{2rz-zz}}$$

$$= \frac{dz\sqrt{\overline{nn-rr}\times\overline{rr-gg}\times z+2r\times\overline{gn-rr}^2}}{nr\sqrt{2r-z}}.$$

L'élement de la courbe à double courbure qui est $\sqrt{dx^2+dy^2+dh^2}$ sera donc

$$dz\sqrt{\frac{\overline{nn-rr}\times\overline{rr-gg}\times z+2r\times\overline{gn-rr}}{nnrr\times\overline{2r-z}}+\frac{rr-gg}{rr}}$$

$$= \frac{dz\sqrt{2r\times(nn-2gn+rr)-z\times rr-gg}}{n\sqrt{2r-z}}.$$

COROLLAIRE I.

XVIII. Si l'on suppose $g=r$, on aura $\frac{n-r}{n}\times\frac{dz\sqrt{2r}}{\sqrt{2r-z}}$ pour la courbe à double courbure, & pour la courbe de projection; & c'est aussi ce qui doit arriver, car alors ces deux courbes se confondent, & deviennent une Epicycloïde ordinaire.

L'intégrale de cette quantité est $\frac{\overline{n-r}}{n}\times\overline{4r-2\sqrt{4rr-2rz}}$.

COROLLAIRE II.

XIX. Si l'on suppose $g=n$, on aura $\frac{\sqrt{rr-nn}}{n}\times dz$

pour la courbe à double courbure, & $\frac{rr-nn}{nr} \times dz$ pour la courbe de projection, dont l'intégrale eſt $\frac{z\sqrt{rr-nn}}{n}$ & $z \times \frac{rr-nn}{nr}$. Ainſi dans ce cas qui en renferme une infinité, la courbe à double courbure ſera à la courbe de projection comme r à $\sqrt{rr-nn}$.

COROLLAIRE III.

XX. De l'infinité de courbes à double courbure, décrites ſur les ſuperficies convexes des Spheres, & engendrées par le roulement du cône, dont le côté KA ou KQ *(art. 6.)* $= \frac{r\sqrt{nn-2gn+rr}}{\sqrt{rr-gg}}$ eſt toûjours égal au rayon de la Sphere; de toutes ces courbes, dis-je, il n'y a donc que celles qui réſultent de la ſuppoſition de $g = r$ & de $g = n$ qui ſoient rectifiables. La premiére de ces ſuppoſitions demande que la hauteur du cone ſoit infinie, & la ſeconde qu'elle ſoit infiniment petite: dans le premier cas, ce ſont les Epicycloïdes; & dans le ſecond, ce ſont les courbes à double courbure décrites ſur la ſuperficie convexe d'une Sphere, dont le rayon eſt r, par un point fixe d'un grand cercle, tel que l'Ecliptique, dont tous les points s'appliquent ſucceſſivement ſur tous les points d'un petit cercle parallele à l'Equateur, pris à telle diſtance qu'on veut de l'Equateur; l'infinité de courbes de cette eſpece, auſſi-bien que leurs courbes de projection, ſont donc rectifiables. On a vû de plus *(art. 2.)* que toutes les courbes à double courbure, & de projection qui ſont l'objet de ce Mémoire, ſont géométriques, lorſque le rapport de n à r eſt de nombre à nombre; donc quand ce rapport eſt tel, & que $g = n$, toutes ces courbes ſont géométriques & rectifiables.

C'eſt cette derniére eſpece de courbes que M. de Maupertuis a déterminée par une autre voye (il y a quelques jours) en réſolvant le Probleme qui lui avoit été propoſé

par M. Bernoulli, Profeſſeur de Mathématiques à Bâle.

XXI. Si au lieu de ſuppoſer, comme on a fait *(art. 9.)*, les arcs du cercle roulant & du cercle de la baſe égaux, on les ſuppoſe dans le rapport de p à q, on aura alors $dx = \frac{dz \times nnrr \times q-p-gnrz \times 2q+p+rz \times 2qrr+pnn+zz \times ggq-qr}{pn\sqrt{2rz-zz} \times \sqrt{nnrr-2gnrz+2r^3z+ggzz-rrzz}}$

$dy = \frac{dz \times -gnr+r+ggz-rrz}{r\sqrt{nnrr-2gnrz+2r^3z+ggzz-rrzz}}$, & $dh = \frac{dz\sqrt{rr-gg}}{r}$, qui lorſque $g = n$ deviennent $dx = \frac{dz \times nnrr \times \overline{q-p}-q \times \overline{rr-nn} \times 2\overline{rz-zz}}{pn\sqrt{2rz-zz} \times \sqrt{nnrr+2\overline{rz-zz} \times \overline{rr-nn}}}$, $dy = \frac{\overline{rdz-zdz} \times \overline{rr-nn}}{r\sqrt{nnrr+2rz-zz \times nn-rr}}$, & $dh = \frac{dz\sqrt{rr-nn}}{r}$, le petit arc de la courbe à double courbure ſera alors $\frac{q\sqrt{rr-nn} \times dz\sqrt{2rz-zz+\frac{nnrr \times \overline{p-q}^2}{qq \times rn-nn}}}{pn\sqrt{2rz-zz}}$, qui eſt égal à un arc elliptique.

Si l'on veut que $p . q :: r . n$, c'eſt-à-dire, que les arcs des cercles roulants, & de la baſe ſoient ſemblables.

Le petit arc de la courbe à double courbure dans le cas de $g = n$ ſera alors $\frac{\sqrt{rr-nn} \times dz\sqrt{2rz-zz+rr \times \frac{r-n}{r+n}}}{r\sqrt{2rz-zz}}$,

& ſi $p = q$, on retrouve $\frac{\sqrt{rr-nn}}{n} \times dz$ pour le petit arc de la courbe à double courbure.

XXII. Après avoir donné les Equations & les rectifications des courbes à double courbure, qui s'engendrent

ſur la ſuperficie convexe d'une Sphere, par le roulement d'un cone droit; on donnoit encore dans ce Mémoire, les mêmes choſes ſur les courbes à double courbure, qui s'engendrent auſſi ſur la ſuperficie convexe d'une Sphere, par le roulement d'un cone oblique. Mais ces nouveaux cas fourniſſant des Equations extrêmement compoſées, & aucune des courbes qui réſultent de ces Equations n'étant rectifiable, on a ſupprimé cette partie.

DES

Mem. de l'Acad. 1732. pl. 14 pag. 288.

Fig. 1

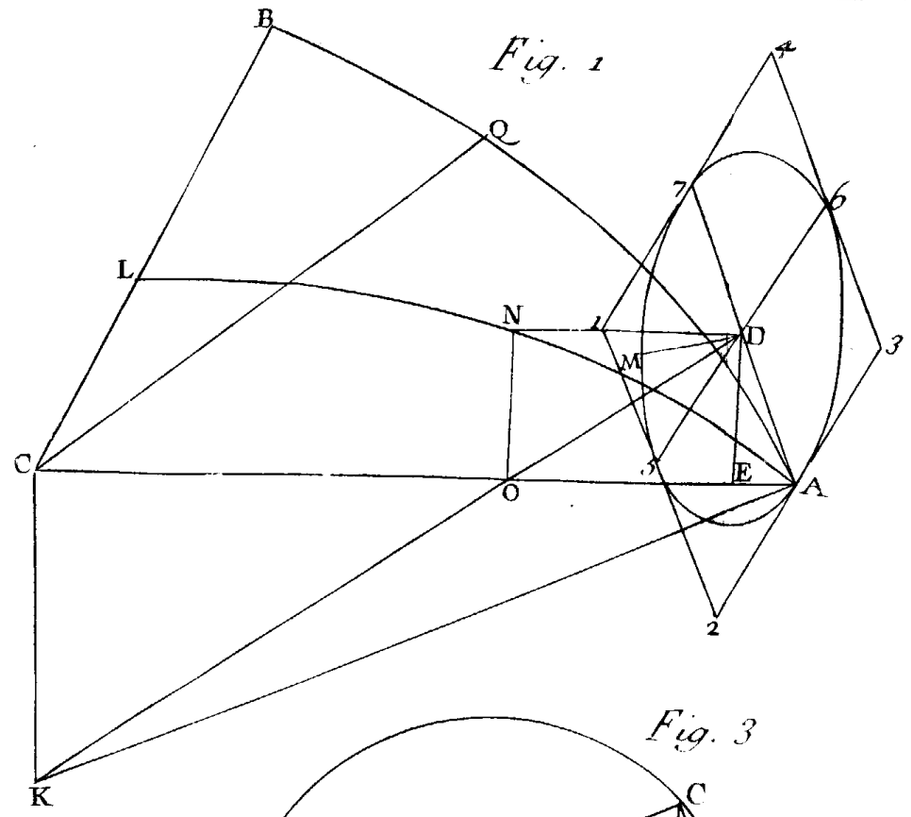


Fig. 2

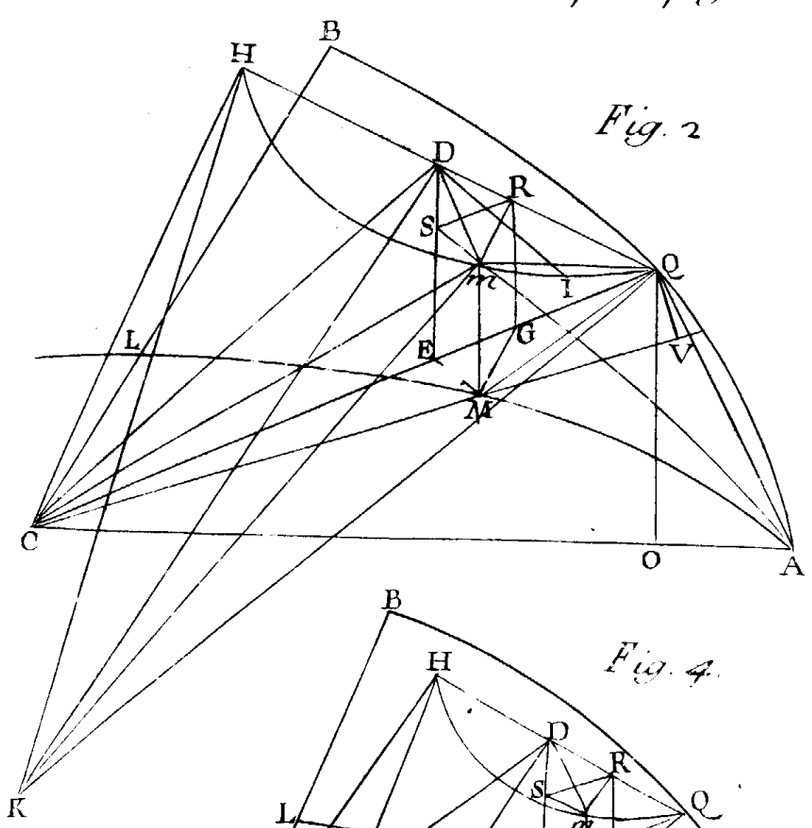


Fig. 3

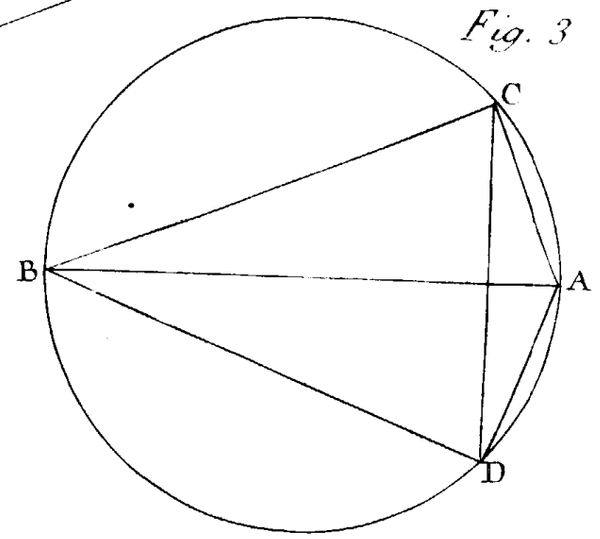
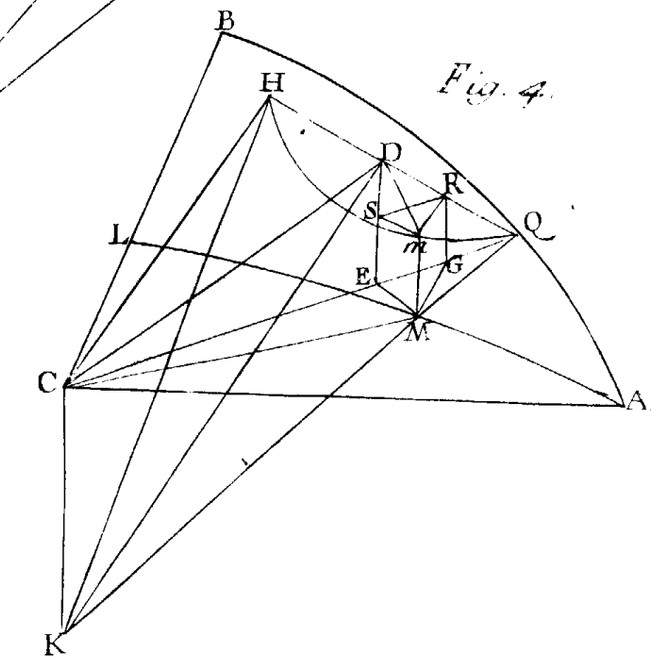


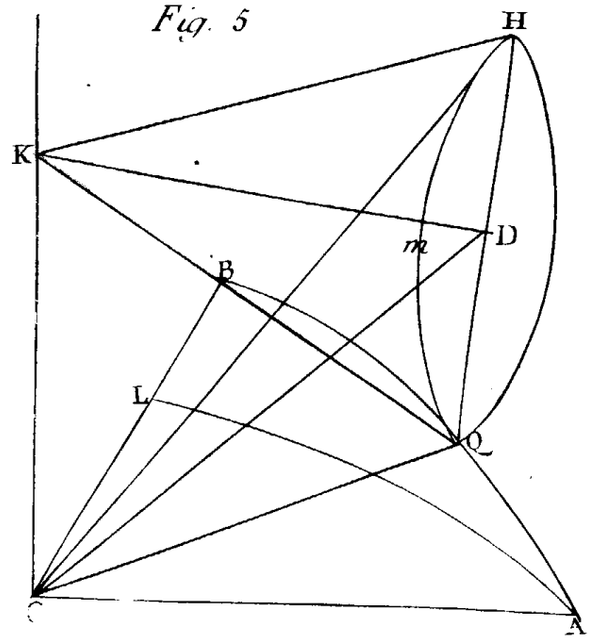
Fig. 4.



Simonneau Sculp.

Mem. de l'Acad. 1732. pl 15. pag. 288.

Fig. 5



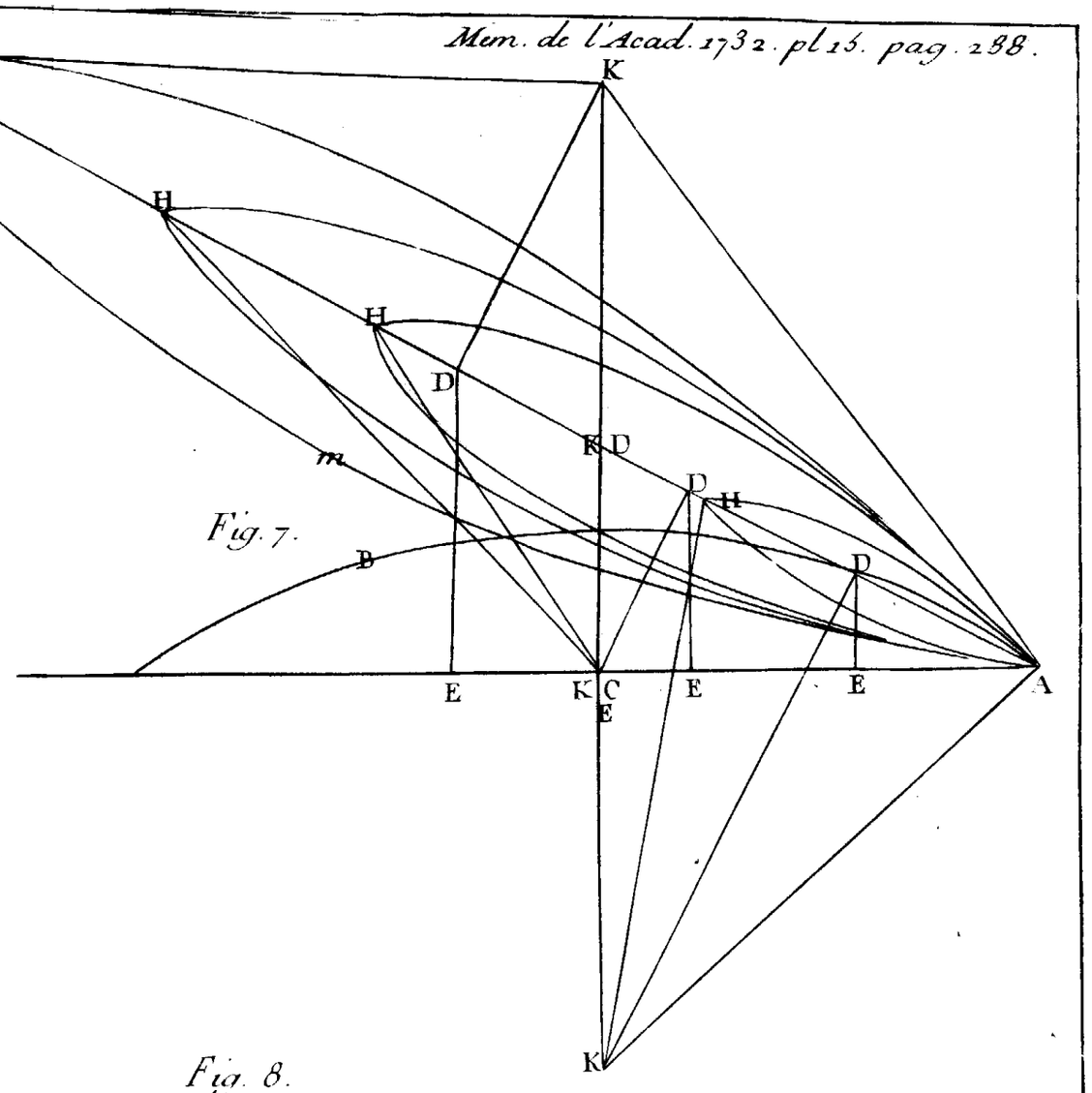


Fig. 7.

Fig. 6.

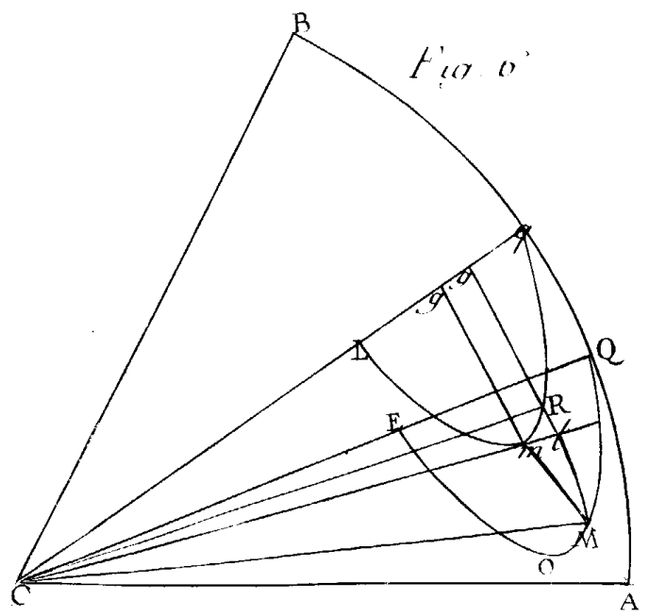
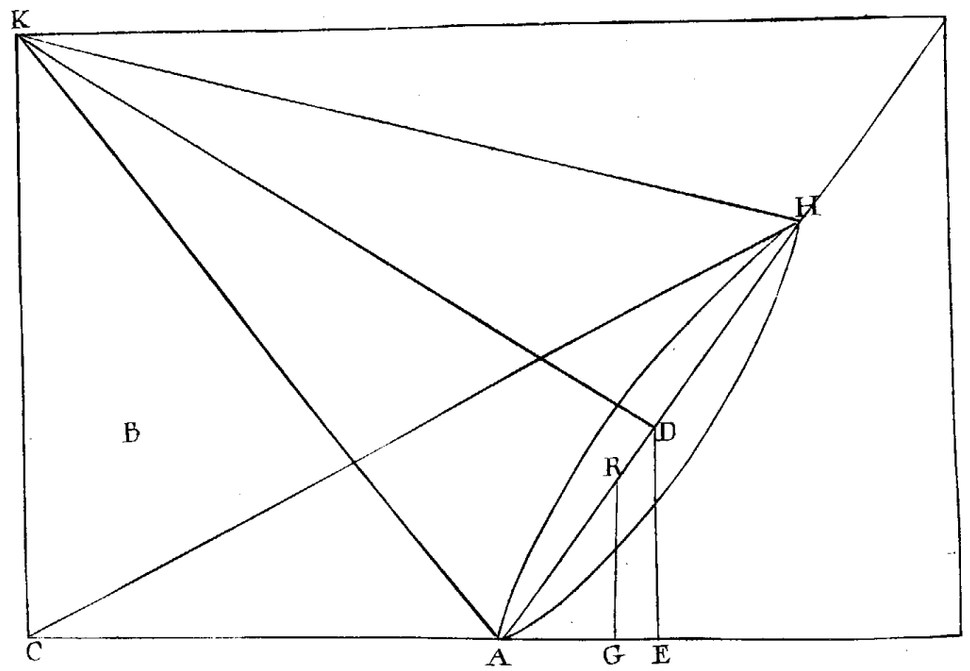


Fig. 8.

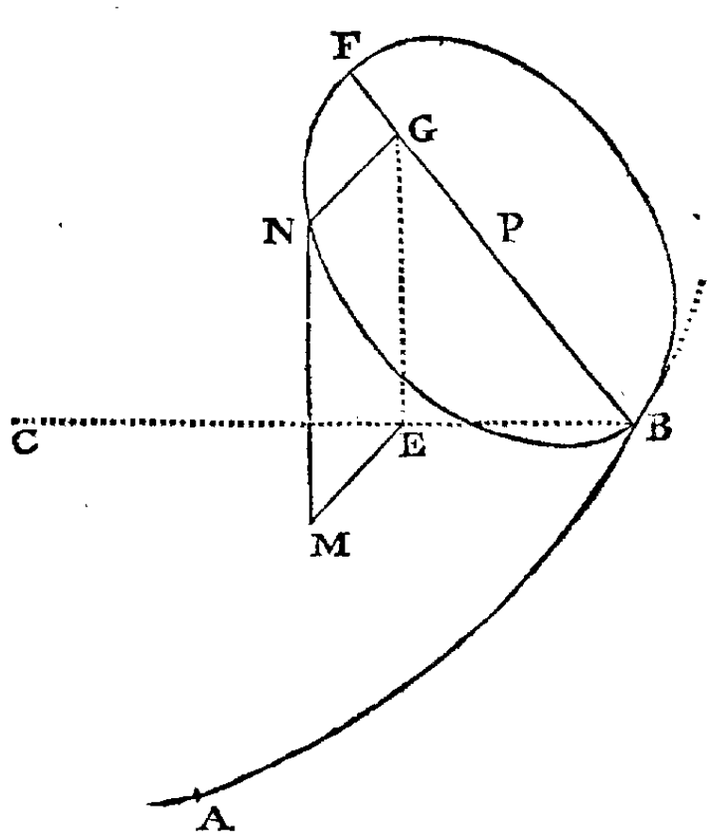


Simonneau Sculp.

DES EPICYCLOIDES SPHERIQUES.

Par M. CLAIRAUT.

I. SOIT un cercle *NB* roulant ſur un autre cercle *AB*, enſorte que ſon plan *NGB* faſſe toûjours le même angle avec le plan *CAB* du cercle *AB*, & ſoit *N* un des points de la circonférence *NB* qui décrit pendant ce roulement la courbe que l'on appelle *Epicycloïde ſphérique*. Je me propoſe d'abord de trouver l'expreſſion algébrique des arcs de cette courbe, ou, ce qui revient au même, la valeur d'un de ſes éléments quelconques.

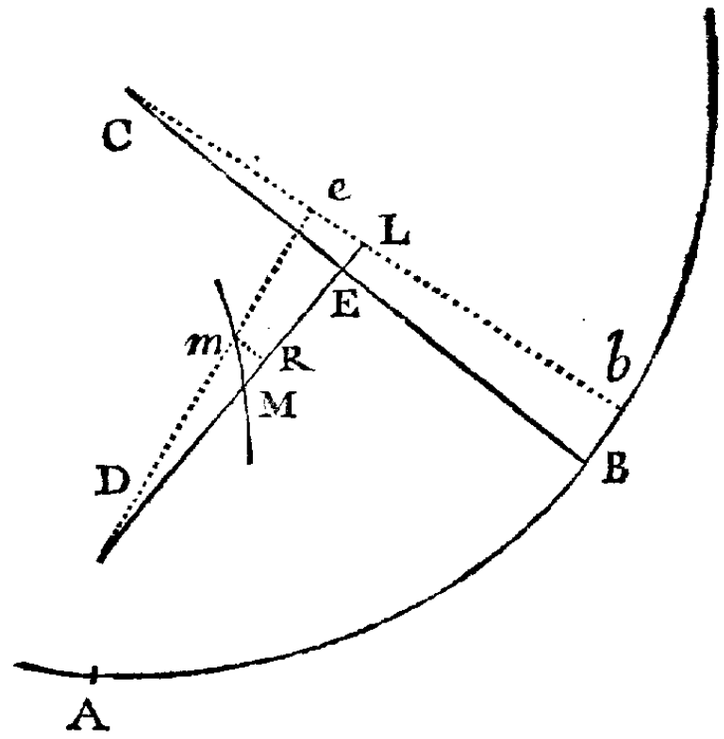


Pour cela je mene *NG* perpendiculaire au diametre *FPB* du cercle roulant, *GE* perpendiculaire à *CB*, rayon du cercle *AB*, j'abbaiſſe auſſi l'ordonnée *NM* de l'Epicycloïde ſphérique, & je tire *ME* qui ſe trouve perpendiculaire à *BC*. Il eſt clair que l'élément cherché eſt la racine du quarré de l'élément de la courbe de projection, plus le quarré de la différence de *NM*. Le Probleme ſe réduit donc à trouver l'élément de la courbe de projection & l'ordonnée *NM* exprimée par la même variable.

La variable que je ferai entrer dans l'une & l'autre de ces expreſſions ſera *BG* que je nommerai *x*, & elle me donnera, en nommant auſſi *FB*, 2*a*, *CB*, *r*, *BE* qui doit être en

raiſon conſtante avec FB, nx, $GE = x\sqrt{(1-nn)}$, $GN = \sqrt{(2ax-xx)}$, $CE = r-nx$, NB qui eſt égal à AB par la propriété du roulement ſera $= \int \frac{adx}{\sqrt{(2ax-xx)}}$.

Pour trouver l'élément de la courbe de projection formée par les points M, je la conſidere d'une façon indépendante de l'Epicycloïde, & plus générale, en réſolvant ce Probleme: *Soit une courbe* M m *déterminée, en prenant ſur le cercle* A B *des parties quelconques* A B *ſur les rayons* C B *des parties* B E, *dont la relation ſoit donnée avec* A B *& à l'extrémité de ces parties* B E *des perpendiculaires* E M *(toûjours dans le même plan) qui ayent auſſi une relation donnée avec* B E, *on demande l'expreſſion de l'élément de cette courbe.*



La ſolution de ce Probleme eſt bien facile, car que m ſoit un autre point de la courbe infiniment près de M, & me, eb, les deux coordonnées à ce point, & ſoient prolongées me & ME juſqu'au point de rencontre D. Soit de plus tiré Mm, & les petits arcs mR & EL des centres D & C, on aura $Bb = d(AB)$, $eL = d(BE)$, $me - ME = EL - MR = d(ME)$ & par les triangles CBb, CEL, eLD, $EL = \frac{CE \times d(AB)}{CB}$, $LD = \frac{CB \times d(BE)}{d(AB)}$, &c. par conſéquent $DM = \frac{CB \times d(BE)}{d(AB)} - ME$ & $MR = \frac{CE \times d(AB)}{CB} - d(ME)$, & par les triangles ſemblables DmR, DeL, $mR = \frac{d(BE) \times CB - ME \times d(AB)}{CB}$. Donc on aura $\sqrt{([\frac{CE \times d(AB)}{CB} - d(ME)]^2 + (\frac{CB \times d(BE) - ME \times d(AB)}{CB})^2)}$ pour l'élément

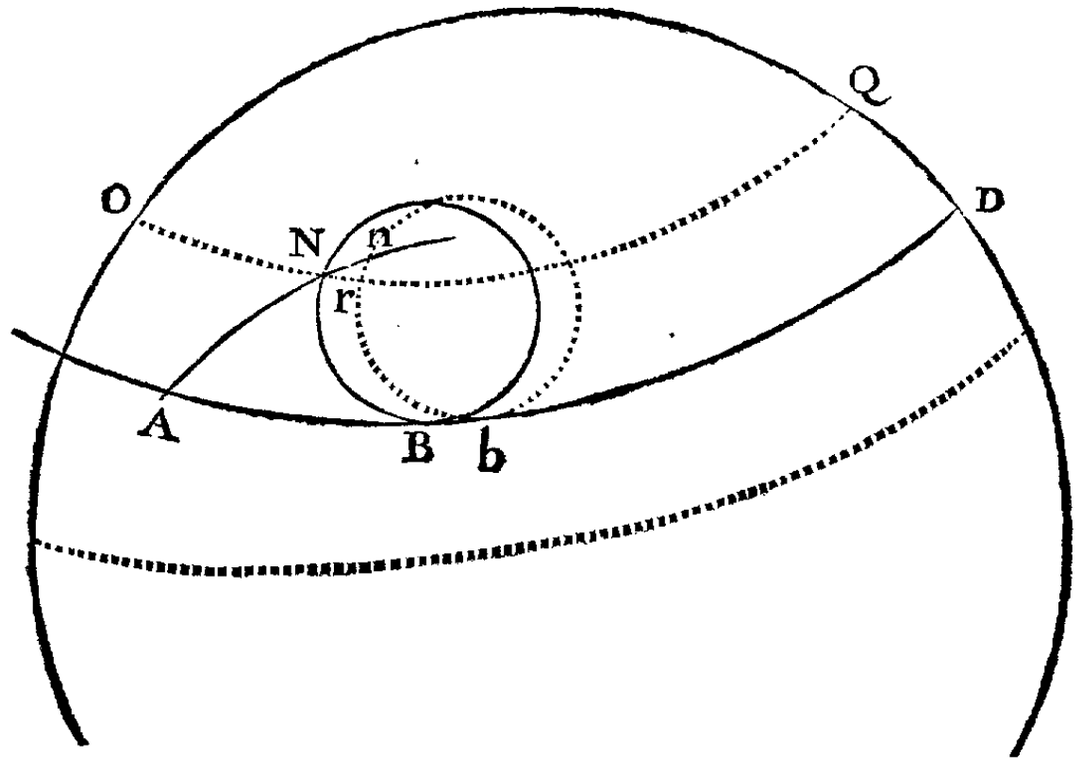
Mm de la courbe de projection, duquel il faut ajoûter le quarré avec celui de la différence de MN, & prendre enſuite la racine du tout, pour avoir, en mettant pour les lignes, leurs valeurs algébriques, & réduiſant $dx\sqrt{[(\frac{nr-a}{r})^2+1-nn+\frac{(\frac{r-an}{r})^2xx}{2ax-xx}]}$ valeur algébrique de l'élément de l'Epicycloïde, dont l'intégrale ſera celle de l'arc.

II. Si l'on fait $n=\pm 1$, le cercle FNB roule ſur le cercle AB dans le même plan, ſoit ſur la concavité, ſoit ſur la convéxité, & l'Epicycloïde ſphérique devient l'Epicycloïde ordinaire, auſſi ſa valeur devient-elle $\frac{r\mp a}{r}dx\sqrt{(\frac{2a}{2a-x})}$, dont l'intégrale eſt $4a(\frac{r\mp a}{r})-2(\frac{r\mp a}{r})\sqrt{(4aa-2ax)}$ qu'on ſçait être la valeur de l'arc de l'Epicycloïde ordinaire.

III. En faiſant dans la valeur du petit côté Mm élément de l'arc de la courbe de projection, $r=a$, elle deviendra $(1-n)dx\sqrt{(\frac{2a}{2a-x})}$ expreſſion ſemblable à celle de l'élément de l'Epicycloïde formée en faiſant rouler le cercle dans le même plan, ce que l'on pourroit voir d'ailleurs aiſément par la page 106 des *Recherches ſur les Courbes à double courbure*, où l'on trouve que la courbe de projection d'une courbe formée par le roulement d'une courbe quelconque ſur elle-même, mais dans un plan différent, eſt toûjours ſemblable à l'Epicycloïde que l'on auroit en faiſant le roulement dans le même plan.

IV. Si l'on fait $r=an$ dans la valeur générale de l'élément des Epicycloïdes, on la changera en $\frac{dx}{n}\sqrt{(1-nn)}$, dont l'intégrale eſt $\frac{x}{n}\sqrt{(1-nn)}$. D'où l'on voit qu'alors l'Epicycloïde eſt algébriquement rectifiable, & ſi de plus n eſt un nombre rationel, l'Epicycloïde ſera en même temps algébrique & rectifiable; car lorſque $r=an$, n marque le rapport du diametre du cercle roulant au diametre du cercle de baſe. Ainſi les Epicycloïdes ſphériques réſolvent le Probleme

propoſé dans les Journaux de Leipſick, par M. Olfenburg, de trouver ſur la ſurface d'une Sphere, des eſpaces dont le contour ſoit algébrique, & qui puiſſent ſe conſtruire géométriquement.



Soit propoſé préſentement de trouver la valeur de quelque eſpace renfermé entre un arc d'Epicycloïde & des arcs de cercles, par exemple de l'eſpace ABN renfermé entre l'arc AN de l'Épicycloïde, l'arc BN du cercle roulant, & l'arc AB du cercle de baſe égal en longueur à l'arc BN.

Pour cela, j'imagine le cercle BN, parvenu en bn dans une ſituation infiniment proche de la premiére, & je cherche la valeur de l'élément $NnBb$, renfermé entre les arcs de cercles NB, bn, Bb, & le petit côté Nn de l'Epicycloïde, ou bien, en menant le cercle $ONrQ$, parallele à $ABbD$, de l'eſpace $NrBb$, renfermé entre les arcs de cercles égaux NB, rb, & Nr, Bb. Il eſt évident que l'on peut avoir autant d'eſpaces, comme $NrBb$, dans la Zone de Sphere $AODQA$, que Bb eſt contenu dans la circonférence AD, & l'on ſçait que la valeur de cette Zone eſt le produit de la hauteur ou intervalle des plans ONQ, ABD, par la circonférence d'un grand cercle. Donc la valeur de $NrBb$,

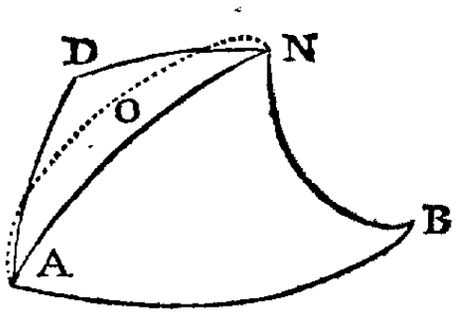
eſt le produit de cette hauteur qui eſt la troiſiéme coordonnée NM de l'Epicycloïde, par un arc de grand cercle, de même meſure que Bb. Par ce qui précéde, on ſçait que la hauteur NM eſt $x\sqrt{(1-nn)}$, & que Bb, différence de AB, ou de BN, eſt $\frac{a\,dx}{\sqrt{(2ax-xx)}}$. Et pour avoir un arc de grand cercle de même meſure que Bb, il faut dire $r : \frac{a\,dx}{\sqrt{(2ax-xx}}$ :: $g : \frac{ag\,dx}{r\sqrt{(2ax-xx)}}$ (g eſt le rayon de la Sphere) qui étant multiplié par $x\sqrt{(1-nn)}$ donnera $\frac{ag\,x\,dx\,\sqrt{(1-nn)}}{r\sqrt{(2ax-xx}}$ pour la valeur de l'élément $NnBb$, dont l'intégrale $\frac{ag\sqrt{(1-nn)}}{r}$ $\int\frac{a\,dx}{\sqrt{(2ax-xx)}} - \frac{ag\sqrt{(1-nn)}}{r}\sqrt{(2ax-xx)}$ eſt la valeur de l'eſpace cherché ANB qui dépend en partie de la quadrature du cercle, & eſt en partie quarrable géométriquement.

VI. Si dans cette valeur, l'on fait $x = 2a$, c'eſt-à-dire, que l'arc BN ſoit devenu le demi-cercle, ou que le point N ſoit le ſommet de l'Epicycloïde, elle deviendra le produit de $\frac{ag\sqrt{(1-nn)}}{r}$ par la demi-circonférence du cercle roulant, d'où il ſuit que l'aire entiére de l'Epicycloïde, qui eſt compoſée de deux eſpaces, comme celui qui eſt devenu alors ABN, & de la portion de Sphere renfermée par le cercle NB, eſt en raiſon donnée avec l'aire du cercle NB.

Si l'on met pour g ſon expreſſion en r, a, n, qui eſt facile à trouver, dans la valeur que l'eſpace ABN a, lorſque NB eſt devenu la demi-circonférence du cercle roulant, cette valeur deviendra celle du cercle NB, & l'eſpace total ſera égal à trois cercles comme NB, comme cela doit arriver alors : car la Sphere devient en ce cas un plan, le cercle AB une ligne droite, & l'Epicycloïde ſpherique, la Cycloïde ordinaire.

VII. L'eſpace ABN étant égal à un eſpace circulaire moins une quantité quarrable, ſi l'on conſtruiſoit ſur la ſurface de la Sphere quelque figure comme AON ou $ADNB$ *Voyés la Figure ſuivante.*

terminée par les deux côtés *AB* & *BN*, & un ou plusieurs arcs de cercles comme *AON* ou *AD* & *DN*, qui fût égale à la quantité circulaire qui entre dans la valeur de l'espace *ABN*, le reste *AON* ou *ADN* se trouveroit égal à la quantité quarrable, & par-là les Epicycloïdes sphériques résoudroient aussi le Probleme de M. Viviani où il faut trouver sur la Sphere des espaces quarrables géométriques, à l'occasion duquel M. Olfenburg avoit proposé celui des courbes rectifiables.



Pour ce qui est de trouver l'espace circulaire *ABNO* ou *ABDN*, cela est facile.

Il faut sçavoir pour cela mesurer les espaces que l'on peut former sur une Sphere, par des arcs de cercles; le R. P. Coursier, Jésuite, a donné une Théorie de la mesure de ces sortes d'espaces, dont les résultats sont fort simples. Par exemple, il apprend qu'un triangle sphérique a pour mesure un secteur de grand cercle, dont l'angle est double de l'excès de la somme des trois angles du triangle sphérique sur deux droits.

OBSERVATIONS MATHÉMATIQUES ET PHYSIQUES

Faites dans un Voyage de Levant en 1731 & 1732.

Par M. DE LA CONDAMINE.

AU mois de Mai 1731, j'obtins un ordre du Roy pour m'embarquer ſur le bord de M. le Chevalier de Camilly commandant un des Vaiſſeaux de l'Eſcadre de M. du Gué-Trouin, deſtinée à faire la viſite des Echelles du Levant. La curioſité ſeule ne m'avoit pas inſpiré le deſſein de ce voyage. Le principal but que je me propoſois étoit de m'inſtruire ſur la Navigation, & de chercher à faire en des lieux peu fréquentés des Phyſiciens, quelques obſervations utiles au progrès de la Géographie & de l'Hiſtoire naturelle. 12 Novemb. 1732.

J'aurois eu une belle occaſion de remplir ces différentes vûës dans le voyage de la Libye intérieure, que M. le Comte de Maurepas [a] me propoſa alors de faire avec le Conſul du Caire, qui ſe diſpoſoit à l'entreprendre par ordre de la Cour. C'eſt dans ce pays déſert, au milieu des ſables mouvants, où la Bouſſole ſeule peut guider, qu'on prétend qu'eſt ſituée la fameuſe Ville pétrifiée dont parlent quelques Relations [b] qui en font deſirer une plus complette & plus authentique.

[a] *Secretaire d'Etat, qui a l'Académie dans ſon département.*

[b] *Triumvirat de Barbarie, par le P. Paſchal Canto, Récollet. Paris. 1657. pp. 454. & 473.*
Voyage d'Egypte de Paul Lucas, tom. 2. p. 121.
Mercure de France, Mai 1724. p. 258.

Divers contretemps ayant empêché malgré moi l'execution de ce dernier projet, ſi conforme au plan que je m'étois fait, le petit nombre d'occaſions qui ſe ſont préſentées dans le cours de mon voyage, m'a fourni le ſujet des obſervations ſuivantes.

Les Inſcriptions & autres monuments antiques m'ont offert une moiſſon plus abondante. Je n'en ai point fait uſage dans ce Mémoire, cet objet étant étranger aux occupations de l'Académie.

ASTRONOMIE.

Je m'étois pourvû avant mon départ de Paris des inſtruments néceſſaires pour obſerver la Latitude & la Longitude des lieux qui n'avoient point été déterminés aſtronomiquement. Je portois un Quart-de-Cercle diviſé par le feu S.r Butterfield, de 13 pouces de rayon ſeulement, mais qui, par ſa facilité à être tranſporté & mis en œuvre, pouvoit quelquefois dans un voyage dédommager de ſa petiteſſe, un bon Objectif de 16 pieds, une Pendule à ſecondes à grandes vibrations, &c.

Latitude d'Alger obſervée.

La poſition d'Alger, premier mouillage de l'Eſcadre, n'avoit encore été fixée par aucune obſervation aſtronomique, du moins publiée. Le 13 Juin & les jours ſuivants, par la comparaiſon de pluſieurs obſervations réïtérées de la hauteur méridienne du Soleil, faites dans la Maiſon Conſulaire, ſituée à peu-près au milieu de la ville, j'ai trouvé ſa Latitude de $36^{\circ}\ 49'\ 30''$. J'ai conſervé les calculs, mais j'en ſupprime ici le détail, pour ne point trop allonger ce Mémoire.

L'Eſcadre étoit encore devant Alger le 19 au ſoir, & je me flattois avec quelque apparence de pouvoir profiter de l'occaſion favorable de l'Eclipſe de Lune de la nuit ſuivante, pour en conclure la Longitude d'Alger; n'ayant pû juſques-là obſerver aucune Eclipſe des Satellites de Jupiter. Comme on ſe diſpoſoit à mettre à la voile dans la nuit, ſi le vent le permettoit, j'avois demandé pour toute grace en ce cas, que la Tartane du Commandant de l'Eſcadre, m'attendît juſqu'au jour, à l'ouverture des portes de la ville, aimant mieux courir le riſque de faire le trajet d'Alger à Tunis ſur cette Tartane, que de manquer une ſi belle occaſion. Mais je ne pûs obtenir cette légere faveur. Il me fallut, à mon grand regret, rembarquer à la hâte tous mes inſtruments, & me rendre à bord quelques heures avant l'Eclipſe. Pour ſurcroît, l'Eſcadre ne partit que le lendemain après-midi.

Long. d'Alger eſtimée.

Par une obſervation de l'Eclipſe de Lune du 8 Août 1729 faite à Alger*, avec une Pendule qui ne marquoit pas les ſecondes,

* *Par les Prêtres*

secondes, & comparée à une obſervation de la même Eclipſe, faite à Londres, Alger avoit été eſtimé 2° 18′ plus oriental que Londres, c'eſt-à-dire, 7′ 15″ plus occidental que Paris.

Miſſionnaires de Saint Lazare, établis à Alger.

Je ne parle point de mes obſervations de Latitude à Tripoli de Barbarie & à Aléxandrie d'Egypte, n'ayant pas trouvé de différence notable entre leur réſultat & les hauteurs de ces deux Villes marquées dans la Table de la *Connoiſſance des Temps* d'après les obſervations du P. Feuillée [a] & de M. de Chazelles [b], qui avoient de plus grands inſtruments que moi.

[a] *Tripoli 32° 53′ 40″. Mem. Acad. 1702. p. 12. Obſ. du P. Feuillée, Mſſn.ts, tome 2. p. 702.*

[b] *Alexandrie 31° 11′ Obſerv. manuſc.*

Dans la même Table on trouve la Latitude de Conſtantinople de 41° 6′, cependant par le moyen réſultat de huit obſervations des hauteurs méridiennes du Soleil, j'ai conclu cette Latitude de 41° 0′ 0″, à Pera fauxbourg de Conſtantinople ſitué de l'autre côté du Port, au Nord du grand Serrail, dans le Palais de France où j'étois logé [c]. C'eſt dans ce même lieu qu'a obſervé M. de Chazelles, de cette Académie, envoyé par le Roy pour faire des obſervations aſtronomiques en Levant. Le nom de M. de Chazelles, que je croyois auteur de l'obſervation indiquée dans la Connoiſſance des Temps, me rendoit les miennes ſuſpectes; j'ai appris depuis qu'elles s'accordoient à très-peu près avec celle de cet illuſtre Académicien [d] qui a trouvé la Latitude de Conſtantinople de 41° 1′.

Latitude de Conſtantinople obſervée.

[c] *Chés M. le Marquis de Villeneuve, Ambaſſadeur du Roy à la Porte.*

Le Docteur Cowel [e], Anglois, l'avoit obſervée autrefois de 40° 56′; un autre Anglois, de 40° 58′. Juſqu'en 1705 la Connoiſſance des Temps l'a marquée de 41° 0′, & depuis 1706 incluſivement de 41° 6′ d'après M. Greaves [f] & le P. de Challes [g] Jéſuite, dont les obſervations ſont fort antérieures à celle de M. de Chazelles.

[d] *Mem. de l'Acad. 1721. p. 58.*

[e] *Voyage de Wheler, liv. 2. p. 147.*

[f] *Tranſ. Phil. n.° 178. pag. 1295. Dec. 1685. Abridg. tom. 1. p. 566.*

[g] *Anc. Mem. de l'Acad. t. 10. p. 363.*

NAVIGATION.

Les obſervations que j'ai eu occaſion de faire ſur la Navigation de la Méditerranée, peuvent ſe rapporter à cinq chefs principaux, ſçavoir les *Cartes plattes*, la *Variation* de la Bouſſole, l'eſtime du Sillage, l'obſervation de la hauteur, & celle des Satellites de Jupiter.

1.° On ne fait ſur la Méditerranée aucun uſage des *Cartes*

Défaut des Cartes plattes.

réduites*, on ne s'y ſert que des *Cartes plattes,* plus commodes, à la vérité, dans la pratique, mais cependant très-défectueuſes, tous les rumbs de vent, hors les méridiens, y étant néceſſairement faux, puiſqu'avec les degrés de Latitude égaux, comme ſur le Globe, elles ont leurs méridiens paralleles. Cependant il faut avouer que l'uſage des Cartes réduites ne ſeroit à déſirer ſur la Méditerranée, que pour une plus grande préciſion, & que les erreurs que l'on peut commettre, faute de s'en ſervir, ne peuvent pas être fort conſidérables ſur une Mer où la plus grande différence en Latitude n'excede pas 14 à 15 degrés.

* *V. l'Hiſt. de l'Acad. 1702. p. 86. & ſuiv. 1703. p. 92. & Memoires p. 95. & ſuiv.*

Obſervation de la Variation négligée ſur la Méditerranée.

2.° Quant à la *Variation,* (c'eſt ainſi que les Marins nomment la déclinaiſon de l'Aiguille aimantée), ſon obſervation eſt extrêmement négligée ſur la Méditerranée; on y ſuppoſe la variation, du moins quant à la pratique, abſolument uniforme, & quoiqu'à la ſeule inſpection de l'Etoile polaire, on apperçoive quelquefois une différence fort ſenſible d'un p rage à l'autre, on n'y a communément aucun égard. La p ûpart des Vaiſſeaux marchands ſe ſervent pour diriger leur route, d'une Bouſſole qu'ils appellent *à roſe double,* dont le carton intérieur, qui porte l'aiguille, eſt mobile ſur le centre commun, enſorte que la pointe de l'aiguille peut s'écarter de la fleur de lys du cercle extérieur, deſtinée à marquer le Nord. On la détourne d'ordinaire d'un air de vent, ou de 11 degrés un quart, ce qui étoit à peu-près la quantité de la variation ſur la côte de Provence il y a quelques années. Cette prétenduë correction une fois faite ſur la Bouſſole, c'en eſt pour toute la campagne; & le point où eſt dirigée la pointe de la fleur de lys eſt réputé le vrai Nord, quelque changement qu'il puiſſe y avoir dans la variation.

Les Bouſſoles à roſe double ne ſont point d'uſage ſur les Vaiſſeaux du Roy, où les Pilotes ſont cenſés obſerver journellement la variation, & tenir compte de ſes différences. Mais la plûpart d'entr'eux ſe contentent, en faiſant leur *Point,* de tranſpoſer toutes leurs routes préciſément d'un air de vent, ce qui revient à la pratique précédente. C'eſt beaucoup quand

ils ajoûtent ou retranchent en gros quelques degrés, dans les parages où ils ſçavent que ſe rencontrent les plus grandes différences; encore faut-il que cela quadre à leur eſtime, ou à quelqu'une de leurs autres obſervations.

Le plus grand nombre des Pilotes ignorent que la Variation change dans le même lieu, & ne daignent pas l'obſerver dans les endroits où il y a eu d'anciennes obſervations, auſquelles ils s'en tiennent. Cependant la Société Royale de Londres a reconnu que l'Eſcadre Angloiſe commandée par l'Amiral Chawel *, s'étoit perduë, faute d'avoir bien connu la Variation ſur les côtes méridionales d'Angleterre. Et parmi un aſſés grand nombre de bâtiments qui périſſent tous les hyvers dans l'Archipel, n'eſt-il pas plus que vrai-ſemblable que pluſieurs ont été trompés par leur Bouſſole? Quand par une nuit obſcure & un vent forcé on ſe trouve obligé de paſſer entre deux écueils qu'on ne peut voir, & dont cette Mer eſt pleine, peut-on croire qu'il ſoit indifférent de ne ſçavoir qu'à quatre ou cinq degrés près quelle route on ſuit? C'eſt ce qui arrive journellement à nos Vaiſſeaux marchands.

* *Préface du Mémoire ſur la Variation, par M. Meynier, chés Guerin. Paris. 1732.*

Il eſt vrai que le défaut de bonnes Cartes a ſans doute auſſi beaucoup de part à ces malheurs, & nous en parlerons en ſon lieu; mais ce ſecond mal n'empêche pas la réalité du premier.

Je pourrois joindre ici une Table qui contient une trentaine d'obſervations de la variation de la Bouſſole, en divers parages de la Méditerranée, faites en 1731 & 1732. Mais quelque attention que j'aye apportée à ces obſervations, je n'oſe compter aſſés ſur leur exactitude, pour les donner au Public; tant parce qu'elles ont été faites avec différents compas de variation, qui très-ſouvent ne s'accordent pas entre eux, à pluſieurs degrés près, comme je l'ai éprouvé plus d'une fois; que parce que, par la comparaiſon de mes obſervations avec les correſpondantes, faites ſur les autres Vaiſſeaux de la même Eſcadre, j'y ai ſouvent trouvé des différences de pluſieurs degrés. Ce qui eſt une nouvelle preuve de l'inſuffiſance de l'inſtrument dont on ſe ſert en Mer pour obſerver la variation. On peut conſulter ſur cela M. de Radouay, Capitaine

des Vaiſſeaux du Roy, dans les *Remarques ſur la Navigation* [a], & les Auteurs [b] des différents Mémoires préſentés ſur ce ſujet, pour le prix de l'Académie, de l'année derniére.

[a] *Paris 1727. p. 4. & ſuiv.*

[b] *Man. d'obſ. en Mer la Décl. de l'Aiguille aimantée, par M.rs Bouguer & Maynier 1732*

Nouveau Compas de Variation.

En profitant des réfléxions de ceux qui ont travaillé ſur cette matiére, j'ai crû qu'il m'étoit permis de chercher de mon côté à perfectionner cet inſtrument, par une nouvelle conſtruction propre à le rendre plus ſûr & plus commode dans la pratique, puiſqu'elle ne demande qu'un ſeul Obſervateur, & qu'elle peut être d'uſage à toutes les heures du jour. Ce ſera le ſujet d'un Mémoire particulier.

Je me contenterai de donner ici le réſultat de mes obſervations de la variation, par où il paroît qu'en 1731 & 1732, la différence de la déclinaiſon de l'Aiguille aimantée dans les divers parages de la Méditerranée, s'étendoit à peu près depuis 10 juſqu'à 16 degrés Nord-Oueſt.

Abus dans l'uſage du Lock.

3.° Preſque tous les Pilotes ſe piquent d'eſtimer à l'œil la vîteſſe du ſillage auſſi juſte, ou plus juſte qu'avec le *Lock*, & pluſieurs en font rarement uſage, ou s'en paſſent abſolument, du moins ſur la Méditerranée : il faut néantmoins convenir que nous n'avons juſqu'à préſent rien de mieux que le Lock, pour meſurer le chemin d'un Vaiſſeau. Si cette ingénieuſe machine, dont nous ſommes redevables aux Anglois, eſt ſujette à quelques inconvénients [c], ceux qui ne viennent que de la façon de l'employer, peuvent du moins être corrigés ou diminués. Le plus grand abus à cet égard, & le plus aiſé de tous à réformer, eſt l'inégalité des meſures employées par les différents Pilotes. Chacun d'eux marque ſa ligne à ſa fantaiſie, l'un par braſſes, l'autre par toiſes; ils donnent d'intervalle d'un nœud à l'autre, depuis 41 juſqu'à 48 pieds, chacun ſuivant ſa méthode, ou ſon caprice; &, ce qui eſt très-ſingulier, tous s'accordent dans la ſuppoſition que le Vaiſſeau fait une lieuë par heure, quand on file trois nœuds, ou trois intervalles de la ligne de Lock en une demi-minute. Cependant ſi la diſtance d'un nœud à l'autre, eſt de 47 pieds 6 pouc. 7 lign. $\frac{1}{5}$, la lieuë parcouruë ſera de 20 au degré, ou de 2853 toiſes, en évaluant, avec M. Picard [d],

[c] *Rem. ſur la Navigat. déja citées, p. 13. & ſuiv.*

[d] *Mem. de l'Acad. 1672.*

un degré de grand cercle à 57060 toiſes, & ſi les diviſions de la ligne ont 41 pieds 8 pouc. meſure la plus ordinaire* des Pilotes, la lieuë ne ſera que de 2500 toiſes, ou d'un peu moins de 23 au degré, ce qui fait un huitiéme de différence.

* *Rem. ſur la Navig. p. 13. Relation du Voyage de la Mer du Sud par M. Frezier. Paris, 1716. pp. 6. & 7.*

Non-ſeulement tous les Pilotes n'ont pas une meſure commune pour leurs lignes, mais chaque ligne en particulier eſt diviſée inégalement. Dans celles qui l'ont été avec le plus de ſoin, j'ai trouvé depuis un juſqu'à deux pieds de différence, par excès, dans les premiéres diviſions ſur les derniéres, ce qui vient, ſans doute, de ce que les premiéres qui ſervent plus fréquemment, ſe ſont plus allongées que les ſuivantes. Et d'un autre côté, j'ai obſervé que la ligne ſe raccourcit, en ſe mouillant, à peu-près d'un quarantiéme.

Moyen d'y remedier.

On remedieroit à tous ces inconvénients, en ne diviſant les lignes de Lock, qu'après les avoir mouillées & bien tenduës, telles qu'elles ſont quand on en fait uſage; & en obligeant les Pilotes à ſe conformer, dans la diviſion de leur ligne, à la meſure reconnuë la plus convenable, qui pourroit être à cet effet graduée ſur le Port, en quelque lieu commode.

Erreurs dans l'obſervation de la hauteur en Mer.

4.° Quant à ce qui concerne l'obſervation de la hauteur; par la comparaiſon des *Points* des Pilotes de différents Vaiſſeaux de la même Eſcadre, j'ai reconnu que leurs obſervations de latitude différoient quelquefois d'un Vaiſſeau à l'autre, de 10, 12 & juſqu'à 15 minutes de degré, quand la diſtance des deux Vaiſſeaux ne pouvoit donner plus de deux ou trois minutes de différence; d'où il ſuit, quand on ſuppoſeroit l'erreur également partagée entre les deux obſervations, ce qui n'eſt pas vrai-ſemblable, qu'elle étoit au moins de ſept minutes dans chacune.

Abus dans la pratique ordinaire des Pilotes pour prendre hauteur.

Que ſera-ce ſi, à cette erreur qui provient, ſans doute, de la diverſité des inſtruments, de celle des vûës des obſervateurs, & du défaut de préciſion inévitable dans des obſervations de cette nature, ſi, dis-je, on y ajoûte les erreurs volontaires qui ſont communes à tous les Pilotes, & qui réſultent de toutes les déductions & corrections à faire à leur obſervation de la hauteur; corrections qu'ils ſont dans

l'habitude de négliger, contre ce qui leur eſt expreſſément recommandé dans tous les Traités de Navigation. Je n'entrerai ſur cela dans aucun détail, ayant encore été prévenu ſur ce point, par M. de Radouay. J'obſerverai ſeulement qu'aux quatre erreurs des Pilotes qu'il a remarquées [a] provenant de la hauteur du centre du Soleil, priſe par le bord de l'ombre, de l'élevation de l'œil de l'Obſervateur au deſſus de l'horiſon comptée pour rien, de la refraction aſtronomique, & de la différence des méridiens négligées, on peut ajoûter une cinquiéme ſource d'erreur, qui eſt l'abus où ſont les Pilotes de ſe ſervir de tables de déclinaiſon du Soleil fort anciennes, & qui auroient beſoin d'être réformées, au lieu de faire uſage de celles qui ſe renouvellent tous les ans dans la Connoiſſance des Temps, l'Etat du Ciel, ou autres Ephemerides.

[a] *Rem. ſur la Navig. p. 9. & ſuiv.*

Tout ceci ſuppoſé, on n'aura pas de peine à croire ce qu'avance, dans l'Ouvrage déja cité [b], un Marin très-expérimenté, que dans l'état où ſont les choſes, les Pilotes ne ſont quelquefois pas ſûrs de leur hauteur à 30 minutes près; quelque contraire que ſoit cette propoſition au préjugé généralement reçû parmi eux, ſuivant lequel ils ſe perſuadent qu'ils ne peuvent errer que de 4 à 5 minutes.

[b] *p. 10.*

Heureuſement pour les Pilotes, & pour ceux qu'ils conduiſent, toutes ces erreurs, dont les unes ſont par excès & les autres par défaut, ſe compenſent aſſés ſouvent, du moins en partie. Mais quelquefois auſſi le plus grand nombre ſe trouve du même côté, & la ſeule qui réſulte de la hauteur du Soleil, priſe par le bord de l'ombre, eſt aſſés conſidérable pour emporter ſouvent la balance, quoique cette erreur ne ſoit pas de 15 à 16 minutes, c'eſt-à-dire, de tout un demi-diametre du Soleil, comme il paroît d'abord, & comme la plûpart des Auteurs qui ont écrit de la Marine, l'ont ſuppoſé. M. Bouguer en a donné la raiſon [c].

[c] *De la man. d'obſ. exact. ſur Mer la haut. des Aſtres. Chés Jombert, Paris. 1729.*

Au reſte, il y a lieu de s'étonner que les Pilotes n'ayent encore retiré aucune utilité des excellents ouvrages ſur les différentes parties de la Navigation, qui ont paru depuis pluſieurs années, & en particulier de ceux auſquels le prix de l'Aca-

démie a donné occaſion, d'autant plus que quoique les principes de la plûpart de ces Ecrits ſoient fondés ſur la plus ſublime théorie, leurs conſéquences ſont aiſées à réduire en pratique, & miſes à la portée de tous les Pilotes.

De l'obſervation des Satellites de Jupiter en Mer.

5.° Je viens à ma derniére obſervation concernant la Navigation. On a pluſieurs fois pû appercevoir, le Vaiſſeau étant à l'ancre, & par un temps fort calme, les Satellites de Jupiter. Mais je n'ai oui dire à aucun Marin qu'il les eût obſervés à la Voile. Il m'eſt arrivé plus d'une fois de les voir. Et notamment le 6 Mai 1732, le Vaiſſeau gouvernant, & ayant aſſés de mouvement pour qu'il ne me fût pas poſſible de garder la Planete dans l'ouverture d'une Lunette de 4 pieds à deux verres convexes, le ciel étant chargé de quelques nuages, je n'ai pas laiſſé de diſtinguer très-bien un Satellite, & d'en appercevoir un autre à pluſieurs repriſes, quoiqu'il ne s'en fallût que de trois jours que la Lune ne fût dans ſon plein, & que Jupiter n'en fût diſtant que de 10 à 12 degrés.

Cette expérience ajoûte, ce me ſemble, un nouveau degré de vrai-ſemblance à l'un des moyens propoſés par M. Caſſini pour l'eſtime de la Longitude ſur Mer *. Puiſque d'un côté M. Caſſini a obſervé une Eclipſe du 3.me Satellite, avec une Lunette de 3 pieds $\frac{1}{2}$, & que d'un autre, j'ai reconnu, par expérience, qu'il eſt très-poſſible de les voir en pleine Mer & à la Voile, du moins pendant les calmes, dans des circonſtances d'ailleurs aſſés peu favorables ; peut-on douter que des gens exercés dès leur enfance à obſerver ſur un Vaiſſeau, par l'habitude qu'ils prendroient d'en ſuivre les mouvements, n'acquiſſent une très-grande facilité à ſe ſervir de Lunettes plus ou moins longues, aſſés avantageuſement pour obſerver, du moins en certains cas, quelques Immerſions ou Emerſions des Satellites ? moyen le plus commode, & le plus ſûr que nous ayons juſqu'à préſent, pour déterminer les Longitudes avec quelque préciſion.

* *V. Hiſt. de l'Acad. 1722. pp. 105. & ſuiv.*

GE'OGRAPHIE.

La meilleure Carte que nous ayons de l'Archipel, eſt la

Cartes de l'Archipel & de la Méditerranée en général.

Combien défectueuſes.

nouvelle Carte du S.r Berthelot, Hydrographe du Roi à Marſeille. Cependant elle eſt encore très-défectueuſe, tant à l'égard du giſement des côtes du Continent, que de la poſition reſpective des Iſles, ſur-tout du côté d'Aſie vers le Midi. Pour les côtes de Caramanie & de Natolie, elles ſont abſolument méconnoiſſables, même ſur nos Cartes les plus eſtimées, & l'on peut aſſûrer que nous n'avons point encore de bonne Carte de la Méditerranée en général.

Et pourquoi.

Au défaut d'obſervations aſtronomiques faites à terre, les Cartes Marines ſe conſtruiſent avec le ſecours des Journaux des Pilotes, ſur leurs obſervations de latitude, leurs eſtimes des diſtances, & ſur-tout leurs *Relévements* de terre, pris avec la Bouſſole.

Par ce qui a été dit dans l'article précédent ſur l'obſervation de la hauteur & l'uſage du Lock, on peut juger de ce qu'on doit attendre des deux premiers moyens; quant au dernier, quoique de toutes les obſervations des Pilotes, ce ſoit la plus ſimple, nous allons prouver qu'elle eſt très-peu exacte. Je n'excepte pas même les relévements faits en terre ferme, ou d'une Iſle à l'autre, tels qu'on en trouve dans le Voyage de M. de Tournefort, quoique ceux de cette eſpece doivent être plus juſtes que ceux que l'on fait à la Mer.

Premiérement, comme faute d'obſervations fréquentes, & par les raiſons alléguées, la variation n'eſt pas exactement connuë dans les différents parages, non plus que les changements que le temps y apporte, on peut à cet égard errer de pluſieurs degrés, ainſi qu'on l'a déja obſervé.

2.° Dans l'uſage ordinaire, ſouvent le point relevé n'eſt déſigné que d'une maniére vague; on dira, par exemple, que Scio, Metelin, &c. reſte au Nord ou à l'Eſt, ſans indiquer préciſément tel Cap, telle Montagne, en un mot un point fixe & remarquable de l'objet obſervé qui occupe quelquefois ſur l'horiſon, une étenduë de pluſieurs degrés.

3.° Enfin, en ſuppoſant la variation bien connuë, & toute l'exactitude poſſible de la part de l'Obſervateur, les défauts de l'inſtrument, ſa petiteſſe, le mouvement du Vaiſſeau,

quand

quand l'obſervation ſe fait à la Mer, &c. ne permettent pas d'eſpérer une grande préciſion. Auſſi d'ordinaire ſe contente-t-on de déſigner le lieu relevé, en diſant qu'il reſte à tel air de vent, ou quand la différence eſt fort ſenſible, entre tel & tel rumb, ſans déterminer préciſément à quel degré; enſorte que le plus ſouvent on ne ſçait qu'à un demi-rumb près, la direction de l'objet obſervé.

Seul moyen d'y remedier.

De tout cela, il réſulte que les Cartes marines ne peuvent manquer d'être toûjours très-défectueuſes, tant qu'on n'aura pas au moins un certain nombre de points fixes ſur les Côtes, déterminés par des obſervations aſtronomiques faites à terre. Nous n'avons juſqu'ici aucun point obſervé ſur la Côte d'Afrique, dans l'étenduë de 20 degrés en longitude, depuis le détroit de Gibraltar juſqu'à Tripoli de Barbarie, & cette Côte eſt marquée trop Sud dans preſque toutes les Cartes dont ſe ſervent les Pilotes. Suivant la Connoiſſance des Temps, & l'obſervation qui y eſt rapportée du P. Feuillée [a], Tripoli en particulier eſt environ 15 minutes plus Nord qu'il n'eſt marqué ſur nos Cartes marines les plus nouvelles. Il y a beaucoup d'apparence que cette erreur provient, du moins en partie, du trop de hauteur que les Pilotes donnent au Soleil par leurs obſervations [b] : erreur qui domine toutes les autres, & qui tend à diminuer la latitude.

Erreurs des Cartes marines.

[a] *Mem. de l'Acad. 1702. p. 12. Obſervations du P. Feuillée, tome 2. p. 702.*

[b] *V. Supra pp. 302. & 303.*

Au reſte, toutes ces Cartes n'étant, comme on l'a dit, conſtruites que ſur les Journaux des Pilotes, il n'eſt pas étonnant qu'elles ne s'accordent pas aux obſervations de M. de Chazelles, & du P. Feuillée, qui auroient dû leur ſervir de baſe.

Suivant la plûpart de ces mêmes Cartes, il n'y a que 7 à 8 lieuës de diſtance de Neapolis, aujourd'hui *Scala nova,* port de l'ancienne Epheſe, juſqu'à Smyrne; j'ai éprouvé qu'il ne faut pas moins de 14 à 15 heures à cheval pour en faire le chemin; ce qui s'accorde tant avec la diſtance donnée par Strabon [c] de 320 ſtades, de Smyrne à Epheſe, qu'avec celle d'Epheſe à Neapolis de 10 milles ſuivant les anciens Portulans, dont M. Deliſle ne s'eſt pas écarté.

[c] *Geog. l. 14. init.*

Les Cartes de la Propontide ou Mer de Marmora, ainſi

Carte de la Propontide.

que celles des deux Détroits qui la terminent, ſont encore moins exactes que celles de l'Archipel. Il en doit paroître une inceſſamment, nouvellement levée ſur les lieux, avec beaucoup de ſoin, par M. Bohn, Gentilhomme Danois, attaché à M. le Prince Ragotski.

Cartes Turques.

J'ai rapporté les Cartes Turques de la Mer Noire, de la Turquie en Aſie, de la Perſe & de l'Egypte, récemment gravées à la nouvelle Imprimerie établie à Conſtantinople. Elles ne paroiſſent guéres qu'une compilation des Cartes de ces mêmes Païs, faites dans l'Europe Chrétienne ; mais elles peuvent du moins nous apprendre quelques poſitions particuliéres, & quelques noms modernes de lieux qui nous ſont inconnus.

Carte de la Côte de Macédoine. *Planche I.*

Je joins ici la Carte d'une partie de la côte ſeptentrionale du Golfe de Conteſſe en Macédoine, autrefois *Strymonicus Sinus*. On a ſuivi, pour le contour de la côte, le trait de la Carte de la Gréce ancienne de M. Deliſle, mais on trouvera ici deux ou trois Riviéres qui y ſont obmiſes, & la poſition de l'ancienne Iſle de *Thaſus*, aujourd'hui *Taſſo*, entiérement changée. Cette Carte, avec ſes corrections, m'a été communiquée par M. le Comte de Bonneval qui les a fait faire ſous ſes yeux, pendant ſon ſéjour à *Yumurdgine*, près de la Cavalle.

MECHANIQUE.

Turcs ignorants dans les Sciences d'Europe.

Les Turcs ſont peu verſés dans les Méchaniques, ainſi que dans la plûpart des Sciences d'Europe. Ceux qui font chés eux les fonctions d'Ingénieurs, d'Architectes, de Conſtructeurs de Vaiſſeaux ſont tous Grecs, Armeniens ou Etrangers.

Leur induſtrie.

Cependant les Turcs ont beaucoup d'induſtrie pour certains ouvrages qui leur ſont particuliers, & nombre de pratiques curieuſes dans l'exercice de certaines profeſſions, dont le détail meneroit trop loin, & deviendroit étranger au ſujet de ce Mémoire.

Leur goût pour l'aſtrologie judiciaire.

Ils cultivent peu l'Aſtronomie : ils en ſont encore à l'Aſtrologie judiciaire. Les plus ſçavants parmi eux en ſont infatués. J'ai vû quelques-uns de ceux-ci qui entendoient aſſés bien la Sphere & la conſtruction des cadrans. Ils n'ont point l'uſage

des grands inſtruments propres aux obſervations aſtronomiques. Je leur ai vû ſeulement de petits Quarts-de-Cercle pleins, en bois verni, de 5 à 6 lignes d'épaiſſeur, & d'environ 4 pouces de rayon. On voit ſur les deux faces oppoſées, deux différentes projections d'arcs de cercle & de lignes droites qui s'entrecoupent, ſans la moindre confuſion. Les caracteres arabes & les diviſions ſont tracés en rouge & en noir, avec une fineſſe & une netteté merveilleuſe. Les principales interſections ſont marquées par de petits points dorés, qui reſſemblent aux clous de nos picquures en écaille. Un des côtés du Quart-de-Cercle porte à ſes deux bouts deux éminences quarrées, de toute l'épaiſſeur de ſon plan; elles ſervent de pinnules, & l'ombre de l'une doit tomber ſur l'autre, pour orienter l'inſtrument, dont le principal uſage eſt de marquer l'heure, par le moyen d'un fil attaché au centre, & d'un petit grain enfilé qu'on fait gliſſer le long du fil; comme ſur ces cadrans portatifs qui ſe peuvent tracer ſur une carte, & dont on voit la conſtruction dans divers Traités de Gnomonique. J'ai fait faire à Conſtantinople, deux de ces petits Quarts-de-Cercle, un pour la hauteur du Pole de Paris, & un univerſel.

Quarts de Cercle Turcs.

La machine dont on ſe ſert en Chypre, pour ſéparer le Coton de ſa gouſſe, a quelque rapport à celle qui eſt décrite par le P. Labat, dans ſon Voyage d'Amérique[a], où il n'en donne pas le deſſein. Elle eſt peut-être la même que celle dont il eſt parlé dans le Voyage de Spon & de Wheler[b], où elle n'eſt point décrite, & qui eſt méconnoiſſable dans le deſſein qu'en donnent ces Auteurs. Je l'ai deſſinée ſur le lieu exactement, & j'en joins ici la deſcription. Elle eſt compoſée de deux cylindres, de 8 à 9 pouces de long; l'un *AB* à peu-près de la groſſeur du doigt, eſt de fer cannelé, ce qui le rend un peu raboteux: l'autre *CD* un peu plus gros, eſt de bois uni. Ces deux cylindres qui n'ont entr'eux qu'environ une ligne d'intervalle, tournent ſur leurs axes en ſens contraire; celui-ci, par le moyen d'une rouë *EFGH* que le pied *I* de l'ouvrier fait mouvoir, l'autre par une manivelle *L* qu'il gouverne de la main droite *M*, tandis que ſa gauche *N* préſente le coton

Machine à trier le Coton.

[a] *Tome 2. p. 401.*

[b] *Tome 1. p. 174.*

Planche II. Fig. 1.

non trié *O* à l'entre-deux des cylindres. Le coton ſeul paſſe par le petit intervalle, & les gouſſes demeurent en de-çà.

Maniére de battre le Bled en Syrie, &c.

Pour ſéparer le bled de la paille en Paleſtine, en Syrie, & en Barbarie, on attele un bœuf ou un cheval à un traîneau de deux ou trois planches attachées enſemble; un homme, & plus ſouvent un enfant ſe tient debout ſur ces planches, & par ſon poids comprime les épis, il chaſſe devant lui l'animal, à qui on fait faire pluſieurs tours ſur les gerbes déliées qu'il foule aux pieds. A meſure que la paille eſt ſuffiſamment broyée, on l'entaſſe au milieu en un monceau, pêle-mêle avec le grain, pour la vanner enſuite au vent.

Clefs & Serrures de bois, d'Egypte & de Barbarie.

Les clefs & les ſerrures de bois qui ſont d'un uſage commun en Barbarie, en Egypte, en Syrie, & dans une grande partie du Levant, ſont une invention auſſi ſimple, qu'ingénieuſe. Elle a peut-être paru trop vile aux Voyageurs qui en ont négligé la deſcription. La ſerrure eſt compoſée de deux pieces; la premiére & la principale *AD* qui répond à celle que nous appellons *Gache* dans nos Serrures, n'eſt autre choſe qu'un morceau de bois équarri, long d'environ 6 pouces, au milieu duquel eſt une grande entaille ou mortaiſe *EFGHIKL*. Au-deſſus de cette entaille, il y en a pluſieurs autres petites *M, M, M,* qui ſont ſéparées de la grande par une mince cloiſon réſervée dans le bois, ou par une plaque de fer *NNNN* percée de pluſieurs trous. Chacune de ces petites loges *M, M, M,* contient une cheville de bois ou de fer *OP, OP, OP,* qui répond à chacun des trous de la cloiſon *NNNN*, & qui tombant par ſon propre poids dans la grande entaille *EFGHIKL*, eſt retenuë par un collet *P, P, P,* qui ne lui permet pas de ſortir entiérement. Cette premiére piéce s'applique verticalement, & s'enchaſſe, l'entaille en dedans, dans la muraille ou cloiſon à côté de la porte; en cet état, elle ſert de gache à une autre piece *B* qui forme une eſpece de pene, ou plûtôt de verrouil; celle-ci gliſſe horiſontalement dans l'entaille *EFGHIKL* & a des trous *Q, Q, Q,* &c. diſpoſés pour recevoir les chevilles *OP, OP, OP,* de la piéce précédente, qui y tombent par leur propre poids, quand les trous ſe rencontrent ſous les chevilles;

Planche II. Fig. 2.

Fig. 3.

alors le verrouil ou la piéce *B* ne peut plus gliſſer, & tient la porte fermée. La clef dont on ſe ſert pour l'ouvrir eſt une eſpece de ſpatule *C* garnie de chevilles *R, R, R,* &c. dans une diſpoſition qui répond à celle des chevilles *PO, PO, PO,* de la premiére piéce *AD,* & des trous *Q, Q, Q,* de la ſeconde *B.* Cette clef gliſſe parallelement à la porte dans une rainure *Y Z 1 2 3 4* pratiquée dans la ſeconde piéce *B.* Quand la clef eſt entrée à la profondeur requiſe, en la ſoulevant on chaſſe à la fois toutes les chevilles *PO, PO, PO,* qui répondent aux chevilles *R, R, R,* de la clef. On fait alors gliſſer le pene ou le verrouil qui barroit la porte, & elle s'ouvre; une ſeule dent ou cheville de manque ou dérangée dans la clef empêcheroit la porte de s'ouvrir. L'inconvénient de ces ſerrures, & ce qui fait en même temps leur éloge, c'eſt qu'il paroît qu'il n'y a d'autre moyen, pour ouvrir ſans clef, que de rompre la porte ou la ſerrure. Mais l'induſtrie ſupplée à tout; au lieu de crochets & de roſſignols, les ſerruriers & les voleurs ont un expédient proportionné à l'obſtacle. Ils enduiſent d'une couche de cire molle, épaiſſe de quelques lignes, l'extrémité d'une ſpatule ou clef de bois ſans chevilles, on introduit dans la ſerrure cette eſpece de clef, on la ſouleve avec force, & la cire en ſe moulant dans les trous, chaſſe toutes les chevilles, ou en reçoit l'empreinte, ce qui ſert à faire une vraye clef. *Fig. 4.*

ANATOMIE.

En paſſant à Lyon au mois de Mai 1731 je vis & je deſſinai un Fœtus humain monſtrueux, venu trois mois avant terme. Il avoit deux corps, l'un mâle, l'autre femelle. Ces deux corps étoient unis dos à dos, mais les deux têtes n'étoient pas oppoſées du même ſens que les deux corps. Les deux occiputs ſe touchoient à la vérité, & étoient même adhérents par leur partie inférieure, mais les deux faces étoient tournées de côté & d'autre vers les épaules, enſorte qu'on voyoit les deux têtes de profil quand on avoit un des deux corps en face, & réciproquement; ce qui faiſoit qu'on

Singularité remarquable d'un Fœtus humain monſtrueux. *Planche III. Fig. 1. & 2.*

ne pouvoit, au moins extérieurement, juger auquel des deux corps appartenoit l'une des deux têtes.

CHIMIE.

NATRON, Sel d'Egypte.

L'Egypte abonde en Sels foſſiles de diverſes eſpeces. J'ai rapporté d'une Terre qui y eſt très-commune, & qui contient en grande quantité, & quelquefois preſque ſans mêlange, un Sel appellé *Natron*, ſur lequel il y a pluſieurs expériences curieuſes à faire.

Quelques Arabes, ſur-tout certains Hermites vagabons appellés *Santons*, en mangent avec du Tabac, d'autres plus communément en prennent par le nés auſſi mêlé avec le Tabac. Ils lui attribuent de grandes vertus. Un Chimiſte François, établi à Conſtantinople, prétendoit avoir tiré de ce mixte un Sel ammoniac naturel, que j'ai préſenté à la Compagnie. M.rs Geoffroy & du Hamel, qui en ont fait l'analyſe, ont jugé que c'étoit un véritable Sel de Glauber.

BOTANIQUE.

Nouvelle Collection de Plantes des Côtes de Barbarie, Syrie, &c.

J'ai vû à Alger, chés M. Thomas Shaw, Miniſtre Anglican & Docteur en l'Univerſité d'Oxfort, une nouvelle & nombreuſe Collection de Plantes deſſéchées & très-bien conſervées, des Côtes de Barbarie, d'Egypte & de Syrie. A ſon retour en Angleterre, il compte donner au public le recueil de ſes obſervations.

KNAH ou *ALCANNA* des Turcs.

Le *Knâh*, c'eſt ainſi que les Turcs nomment cette poudre, que quelques voyageurs ont appellée *Alcanna**, eſt une feuille pilée & réduite en poudre, dont on fait un grand débit dans toute la Turquie, on la tire d'Aléxandrie d'Egypte. L'Arbriſſeau qui la produit croît dans toute la Barbarie, c'eſt une eſpece particuliére de *Liguſtrum* ou de Troëſne. Il eſt décrit dans les Mémoires de M. Shaw. Quoique cette poudre ſoit verdâtre, étant ſéche; l'eau dans laquelle on la met infuſer, prend une couleur rouge. Les femmes Turques & les Juives du Levant s'en ſervent pour ſe teindre les ongles des mains & des pieds, & quelquefois les cheveux.

* *Abr. Tranſ. Philoſ. tome 2. p. 645.*

On recueille en Chypre, du côté de Baffa, qui eſt l'ancienne Paphos, le *Ladanum*, ainſi qu'en Candie. La Plante que j'ai rapportée de Chypre, croît actuellement au Jardin du Roi où le *Ciſtus Ladanifera Cretica*, décrit & rapporté par M. de Tournefort *, s'étoit auſſi multiplié & conſervé long-temps : la Plante de Chypre qui n'a pas encore fleuri paroît juſqu'à préſent la même que celle de Candie.

LADANUM de Chypre.

* *Voyage du Levant, lett. 2.*

Le *Ladanum* eſt très-ſujet à être falſifié par le mêlange de matiéres propres à augmenter ſon poids. J'en ai rapporté un morceau du plus pur, que je dois à la politeſſe de M. Barton, alors Conſul en Chypre de la nation Angloiſe, petit neveu par ſa mere de l'illuſtre M. Newton.

On ne trouve point à Conſtantinople de véritable *Opium*, c'eſt-à-dire, du ſuc de la tête de Pavot tiré par la ſimple inciſion. On en retireroit de cette maniére une bien moindre quantité que par la décoction, il ſeroit néceſſairement fort cher, & les marchands n'en trouveroient pas le débit, comme de l'autre auquel les Turcs ſont accoûtumés. J'ai eu de celui qui eſt le plus eſtimé parmi eux, & du même dont uſent quelques Turcs, & particuliérement certains Dervichs qui en font habituellement le plus d'excès. Il eſt d'une odeur pénétrante, d'un verd-brun très-foncé extérieurement, quand il n'eſt pas deſſéché, & au dedans plus jaunâtre & plus clair. C'eſt, autant que j'ai pû m'en aſſûrer, ſur le rapport de ceux qui doivent en être le mieux inſtruits, un extrait de la décoction de Pavot. La plus grande quantité de celui qui ſe vend à Conſtantinople, ſe tire de Natolie, des environs d'un lieu que les Turcs nomment aujourd'hui *Aphium Cara-hiſſar*, c'eſt-à-dire, *Château noir de l'Opium*. Sa ſituation fait juger qu'il eſt bâti ou ſur les ruines, ou dans le voiſinage de l'ancienne Ville de *Philomelium*. Il croît auſſi de l'Opium dans le territoire de Thebes en Egypte, mais on y préfere celui de Natolie, qui paſſe de Natolie en Chypre, & de Chypre en Egypte, où il ſe vend le double de celui du païs.

OPIUM des Turcs.

Où il croît.

J'ai rapporté un échantillon de toutes les Graines & Plantes uſuelles qui ſe vendent à Conſtantinople, pluſieurs de Barbarie

Graines diverſes.

& de Syrie, & des éclairciſſements ſur la nature & la préparation de diverſes Plantes, drogues & matiéres aſſés peu connuës que nous tirons du Levant. La plûpart de ces Mémoires, dont j'attends une ſuite, m'ont été fournis par un Médecin [a] que ſon application à ſa profeſſion & ſon ſéjour en Levant ont mis à portée d'acquérir toutes ces connoiſſances.

[a] *M. Arnaud, Docteur en Medecine, de la Faculté d'Aix, Médecin de M. l'Ambaſſadeur à Conſtantinople.*

Je n'entrerai ſur tous ces articles dans aucun détail, me bornant ici à ce que j'ai vû par moi-même.

PHYSIQUE.

Obſervations météorologiques faites à Alger.

Sur le Barometre.

La plus grande hauteur du Barometre dans l'eſpace de huit années, de 1723 à 1731, a été à Alger de 28 pouces $\frac{1}{2}$ plus ſouvent l'hyver que l'été & par un vent de Nord. La moindre a été de 27 pouces & par un vent de Sud, auſſi en hyver pour l'ordinaire, & une ſeule fois en été; preſque toûjours par des temps de tempêtes, d'ouragans, ou de tremblements de terre. Ces derniers cependant n'ont ordinairement cauſé aucune variation au Barometre. De Mai en Septembre, il eſt rare que les changements excedent un demi-pouce.

Sur la Pluye.

Depuis Septembre 1730 incluſivement juſques & compris le 5 Mai 1731 il eſt tombé à Alger 29 pouces 8 lignes d'eau, ce qui eſt environ 11 pouces de plus que l'année moyenne de Paris. Il pleut très-rarement l'été à Alger. Cependant par une Lettre reçûë depuis mon retour, on me marque que dans les 14 & 15 Juin 1732 il eſt tombé 5 pouc. d'eau, choſe inouie, & dont il n'y avoit de mémoire d'homme aucun exemple dans le païs.

Ces obſervations m'ont été communiquées par un obſervateur exact & attentif [b] qui réſidoit à Alger depuis 8 ou 9 ans.

[b] *M. Batault, Prêtre Miſſionnaire de Saint Lazare.*

Déclinaiſon de l'Aiguille aimantée.

Le 19 Juin 1731 une Aiguille aimantée d'environ 6 pouc. déclinoit à Alger de 14 degrés vers le Nord-oueſt. J'ai fait & réïteré l'obſervation à terre; & celle des Pilotes faite dans la rade n'étoit pas fort différente de la mienne. Il doit y avoir une faute d'impreſſion dans la Lettre de M. Shaw, imprimée dans les Tranſactions philoſophiques [c], dans laquelle la déclinaiſon de l'Aiguille aimantée à Alger eſt marquée de $30^{d}\ 30'$.

[c] *An. 1729. N.° 411.*

On

On voit au bord de la Mer, parmi les ruines d'Alexandrie d'Egypte, deux Obéliſques de ce Granit ou Pierre Thébaïque, que quelques-uns avoient ſoupçonnée factice, & dont les carriéres ont depuis été trouvées dans la haute Egypte. L'un eſt renverſé & preſque enfoui ; l'autre qui eſt encore ſur pied, appellé vulgairement l'*Aiguille de Cléopatre*, a ſes quatre angles dirigés aux quatre points cardinaux, à quelques degrés près. Le midi & le couchant, du moins en ce païs-ci, ſont les expoſitions où l'on reconnoît par expérience, que les pierres ſe conſervent le moins. Quant à l'Obéliſque, la face expoſée au Nord-Oueſt, côté de la Mer, & celle du Sud-Oueſt qui regarde la nouvelle Ville, ſont les mieux conſervées, & on y diſtingue très-bien les figures hiéroglyphiques qui y ſont gravées, & que j'ai deſſinées. Mais quoique cette pierre ſoit plus dure que le marbre, les deux faces expoſées au Nord-eſt & au Sud-eſt, ſur-tout la derniére, ſont fort maltraitées ; elles ſe calcinent à l'air, & s'enlevent par lames, enſorte qu'on ne peut preſque plus rien diſtinguer à leurs caracteres.

Effet de l'air ſur les Pierres.

J'ai trouvé par des pratiques connuës de Trigonométrie & ſans inſtrument, que cet Obéliſque avoit environ 56 pieds hors de terre ; que la Colonne qui porte le nom de Pompée, on ne ſçait pas bien pourquoi, & que l'on voit ſur pied à un demi-quart de lieuë de la Ville, avoit 94 pieds de hauteur, y compris ſa baſe & ſon chapiteau ; & le fuſt, qui eſt d'un ſeul bloc de Granit, près de 70 pieds de haut ſur huit dans ſa moyenne épaiſſeur. Il y a apparence que M. de Chazelles a pris toutes ces dimenſions exactement, mais je ne ſçache pas que ſes Mémoires ayent été publiés.

Meſures de l'Obéliſque de Cléopatre, & de la Colonne de Pompée.

Pendant les mois de Sept. & d'Oct. 1731, j'étois en mer ſur la route de Chypre à Conſtantinople, fort à portée d'obſerver l'Aurore Boréale, qui fut très-fréquente pendant ce temps en ce pays-ci [a], mais quelque attention que j'aye donnée alors & pendant cinq mois de ſéjour à Conſtantinople, je n'en ai apperçû aucune trace ; ce qui confirme la remarque de M. de Mairan [b], qu'elles ne paroiſſent gueres au deſſous de 40° de lat.

Nulle apparence d'Aurore Boréale au deſſous de 40 degrés de latitude.

[a] *Mem. Acad. 1731. p. 379.*

[b] *Traité phyſ. & hiſt. de l'Aur. Boréal. p. 96.*

Je m'étois auſſi propoſé l'examen d'un Phénomene très-

Phénomene météorologique peu connu.

ordinaire & aſſés peu connu, même des Marins, dont quelques-uns cependant l'ont nommé *Pied-de-vent.* Il conſiſte dans un arrangement de nuages ſur différentes lignes, qui étant prolongées, concourroient à deux points oppoſés de l'horiſon, comme les méridiens d'un globe ſe réuniſſent aux poles. Lorſque le Ciel n'eſt pas tout-à-fait ſerein, ni entiérement couvert, il eſt rare, quand on y fait bien attention, que les nuages ne paroiſſent pas affecter cette diſpoſition plus ou moins ſenſiblement. C'eſt d'ordinaire au point de réunion vers l'horiſon qu'elle eſt le plus remarquable, & quelquefois elle ne l'eſt pas ailleurs; c'eſt pour cela qu'il faut, ſur-tout lorſqu'on n'a pas pris l'habitude d'obſerver le Phénomene, un horiſon fort étendu pour le voir diſtinctement. Souvent le point de réunion eſt très-ſenſible, & les nuages qui en partent, ſemblent s'écarter en tout ſens, en forme d'éventail, ou d'un côté de l'horiſon ſeulement, tandis que l'autre côté eſt ſans aucun nuage, ou des deux côtés de l'horiſon à la fois, & alors un des deux centres eſt d'ordinaire plus apparent que l'autre. Ils ne ſont pas toûjours diamétralement oppoſés. Quelquefois l'ordre des nuages ſe trouble & ſe confond, & l'on apperçoit pendant quelque temps, deux différents points de concours du même côté de l'horiſon, juſqu'à ce que l'un des deux diſparoiſſe, & cede, pour ainſi dire, la place à l'autre.

Divers nuages diſpoſés parallelement les uns aux autres & à l'horiſon à perte de vûë, ce qui eſt l'arrangement naturel que le vent leur donne, doivent, ſuivant les regles de l'optique, nous paroître concourir à deux points oppoſés de l'horiſon. S'ils ſemblent quelquefois ne point participer au mouvement des autres nuages, ou ſe mouvoir dans un ſens contraire à leur propre direction, ſi cette direction, ſi leur marche même ne s'accorde pas avec le vent que l'on ſent actuellement près de la ſurface de la Terre, ce que j'ai ſouvent obſervé; on n'en peut conclurre autre choſe, ſinon que le vent, dont ils ont reçû leur premier alignement, a changé; & qu'il ſouffle différents vents à la fois à différentes hauteurs de l'atmoſphere. Ce que les mouvements contraires des

différentes couches de nuages nous indiquent aſſés, & qui eſt moins extraordinaire que ces vents oppoſés dans la même couche d'air, qui portent quelquefois deux vaiſſeaux l'un vers l'autre à pleines voiles.

Pronoſtics des Marins ſur les changements de temps.

Après avoir pendant cinq mois de navigation en différents temps & en différents lieux, donné une attention particuliére aux divers pronoſtics prétendus dont les Marins tirent des conjectures ſur la durée ou le changement des vents; je n'ai reconnu qu'une très-grande incertitude dans leurs regles le plus univerſellement reçûës, & il m'a paru qu'elles ont été tout au moins auſſi ſouvent démenties que confirmées par l'événement. Mais ce qui fait, ce me ſemble, une plus forte preuve que mon expérience, qui n'a été que de quelques mois, c'eſt que de tous les Pilotes que j'ai vûs, celui qui m'a paru d'ailleurs ſçavoir le mieux ſon métier, n'ajoûtoit aucune foi à ces regles, & s'en mocquoit. Ces pronoſtics, généralement parlant, ſont ſi fort reſpectés des gens de mer, qu'il faut avoir du courage pour oſer les contredire. Ils ſont en bien plus grand nombre encore, & plus en crédit, s'il eſt poſſible, en Levant, où la crédulité & la ſuperſtition n'ont point de bornes. Les Grecs & les Turcs, d'accord ſur cet unique point, ſemblent chercher à rencherir les uns ſur les autres. La nature de l'inſecte que l'on trouve dans les galles ou excroiſſances qui viennent aux arbres, décide, ſelon leur préjugé, de la guerre, de la peſte ou de la famine. J'ai vû le Caïque † du Grand-Seigneur muni d'un ail ſuſpendu à la prouë, pour préſerver ſa Hauteſſe des funeſtes regards des enchanteurs, & de grands aqueducs nouvellement réparés ou nouvellement conſtruits aux environs de Conſtantinople, pourvûs d'un pareil préſervatif. Cette ſuperſtition, appellée par les Italiens *cativo occhio*, eſt très-ancienne *, & eſt encore généralement répanduë dans tout l'Orient, même aux Indes & à la Chine.

Superſtition des Turcs & des Grecs.

Cependant ces mêmes gens qui craignent d'être enſorcellés

* Neſcio quis teneros oculus mihi faſcinat agnos. *Virg. Ecl. 3. v. 103.*

† Eſpece de Felouque qui va à voiles & à rames, dont on ſe ſert dans le Port de Conſtantinople, & aux environs. *(Tournefort. Voy.e du Lev.t let. 16.)* Le Caïque du Grand-Seigneur ſeulement, a treize paires de rames.

Sécurité des Turcs en temps de peſte.

d'un regard, ne prennent aucune précaution contre la contagion, & ſe rient de celles que prennent les *Francs* [a] qui vivent parmi eux, quoique le ſuccès ſemble les juſtifier; puiſqu'il eſt rare à Conſtantinople, que la peſte pénétre chés les Miniſtres étrangers, & dans les autres Echelles du Levant, chés les Conſuls & les Négociants qui ſe renferment; tandis qu'elle fait ailleurs les plus grands progrès.

[a] *C'eſt le nom que donnent les Turcs à tous les Chrêtiens d'Occident.*

Réfléxion ſur la contagion.

La quarantaine qu'on fait à Marſeille, au retour du Levant, eſt une occaſion bien naturelle de faire des obſervations ſur ce qui y paſſe, pour être ou n'être pas contagieux, ſur la maniére dont on y prétend que la contagion ſe communique, & ſur les précautions que l'on prend en conſéquence. Matiére curieuſe & intéreſſante ſur laquelle on a beaucoup écrit, & qui n'eſt pas à beaucoup près épuiſée.

Inoculation de la petite verole.

L'inoculation de la petite vérole eſt, comme on ſçait, uſitée depuis long-temps en Levant; c'eſt même de-là qu'elle a paſſé en Angleterre. Cette opération eſt aujourd'hui non-ſeulement pratiquée par les ſujets du Grand-Seigneur; mais un grand nombre de Francs de toutes les Nations d'Europe, établis à Conſtantinople, & qui y ont épouſé des Grecques, ſe ſont conformés ſur ce point à la mode du Païs, font tous les jours inſérer la petite vérole à leurs enfans, & ſe trouvent bien de cet uſage.

Changements arrivés ſur la ſurface de la terre.

On ne manque pas de faits qui prouvent qu'il doit être arrivé de grands changements en divers lieux ſur la ſurface de la terre. On ne voit dans l'Archipel, & ſur les côtes voiſines, que Rochers affaiſſés ou ſoulevés, dont les lits de pierre ſont inclinés à l'horiſon; mais outre ces révolutions cauſées par des tremblements de terre qui y ſont fréquents [b], il y en a d'autres qui s'operent par degrés preſque inſenſibles, & qui ne laiſſent pas de changer la nature du terrain. La Paleſtine en a vrai-ſemblablement éprouvé de cette eſpece. Dans ſes amas de Rochers nuds & brûlants, on ne reconnoît plus ces contrées autrefois ſi abondantes. Ne pourroit-on pas ſoupçonner que les terres qui couvroient le Roc, ſe ſont peu à peu éboulées dans les vallons, & n'ont laiſſé que des

[b] *Les 14 & 15 Octobre 1731, j'en ai ſenti deux ſecouſſes à Smyrne.*

Marbres & des Roches arides, où l'on voyoit autrefois de fertiles côteaux ? Les environs d'Aléxandrie d'Egypte ont auſſi bien changé de face; le vaſte Lac Mareotis eſt preſque entiérement deſſéché, & l'on ne voit plus ſur ſes bords, aucun veſtige du fameux vignoble où croiſſoit ce vin ſi renommé [a] chés les Anciens, & dont les fumées, ſi l'on en croit Horace [b], avoient monté à la tête de la Reine Cléopatre. Il eſt vrai que le Mahométiſme a preſque fait abandonner la culture des vignes dans les lieux où il s'eſt établi; mais il eſt auſſi très-vrai-ſemblable que le ſol a changé de nature. En effet, pour prendre un exemple de même genre, le vin de l'Iſle de Scio, où les vignes ſont cultivées par les Grecs, eſt aujourd'hui extrêmement dur & âpre, & l'on ne conçoit pas comment il a pû ſe faire une ſi haute réputation [c], ſi le terroir ou le goût n'ont pas changé prodigieuſement.

L'Iſle de Chypre autrefois ſi vantée, toute inculte qu'elle eſt aujourd'hui, ne laiſſe pas d'être extrêmement fertile; on y marche quelquefois des lieues entiéres à travers des forêts d'arbuſtes odoriférants, de toute eſpece. Elle paſſe pour un ſéjour fort mal ſain, ce qui doit moins s'entendre de l'Iſle entiére, que de quelques endroits, tels que Famagouſte & Lernica, où l'on trouve une cauſe très-vrai-ſemblable du mauvais air qu'on y reſpire, dans les exhalaiſons des marais & des Salines du voiſinage. Ce qu'il y a de plus ſingulier, c'eſt que ce même air ne paſſe pour être dangereux, du moins à Lernica, que le jour, & pendant l'ardeur du Soleil, & que l'on s'y promene, ſans crainte du ſerein, le ſoir & toute la nuit. Seroit-ce que les exhalaiſons ſalines, dans leſquelles on peut ſuppoſer que réſide la malignité, ſont ſi peſantes qu'il n'y a que la plus grande chaleur du Soleil qui puiſſe les élever à une certaine hauteur, & qu'avant qu'il approche de l'horiſon, elles ſont déja retombées par leur propre poids. On prétend encore que l'air n'eſt mal ſain, en Chypre, que pour les étrangers, & que les gens du païs, même ceux qui travaillent aux ſalines, n'en reçoivent aucune incommodité.

Quoi qu'il en ſoit, les fiévres malignes y ſont très-com-

[a] Sunt Thaſiæ vites, ſunt & Mareotides albæ. *Virg. Georg. lib. 2. v. 91.*

[b] Mentemque lymphatam Mareotico, *&c. Horat. lib. 1. Od. XXXVII.*

[c] Vina novum fundam Calathis Arviſia Nectar. *Virg. Ecleg. 5. v. 71.*

Fertilité de l'Iſle de Chypre.

Malignité de l'air.

Fréquence des fièvres malignes.

munes vers la fin de l'Eté, & pardonnent rarement à ceux qui en ſont attaqués, quelle que ſoit leur jeuneſſe & la force de leur temperament. Au mois de Septembre 1731, pluſieurs François venoient d'y augmenter le nombre des exemples funeſtes. C'eſt auſſi de cette maladie qu'étoit mort tout récemment à Famagouſte, lieu de ſon exil, Mehemet Effendi que nous avons vû Ambaſſadeur de la Porte, à la Cour de France; & non de mort violente, comme on l'a publié.

Mort de Mehemet Effendi, ci-devant Ambaſſadeur en France.

HISTOIRE NATURELLE.

Pour me renfermer dans les bornes d'un Mémoire, je n'entrerai point dans le détail de toutes les pétrifications & autres morceaux d'Hiſtoire naturelle que j'ai rapportés du Levant, & je ne ferai mention ici que d'un petit nombre.

Incruſtation pierreuſe d'une Fontaine minérale.

Une incruſtation pierreuſe d'une matiére blanche, friable, diſpoſée par filets, & qui paroît calcinée, elle s'amaſſe en forme de pyramides autour du baſſin d'une célébre fontaine minérale d'eaux chaudes, à 15 ou 16 lieuës d'Alger dans les terres, ſur le chemin de Bonne à Conſtantine. Ces eaux étoient connuës des anciens, ſous le nom d'*Aquæ Tibilitanæ* [a]. J'en attends une quantité ſuffiſante, pour en faire l'analyſe.

[a] *Cellarii not. orb. ant. lib. 4. cap. 5.*

Pierres figurées.

Des pierres, de la groſſeur & de la figure d'un pois, que j'ai ramaſſées dans un champ voiſin de Jeruſalem, où elles ſont fort communes, quoiqu'elles ſoient depuis long-temps recherchées par les Voyageurs. On les y trouve ſéparées les unes des autres, comme celles de Suiſſe, dont parle Langius [b], mais moins rondes; & non ſous une enveloppe commune, comme celles de Saxe & de Toſcane, qui ont été décrites par Mylius [c] & Mercatus [d]. Diverſes pierres figurées du Mont-Carmel & des environs, qui paſſent dans le pays, pour des Melons & des Olives pétrifiées. Il y a déja du temps que les Naturaliſtes ſçavent à quoi s'en tenir ſur ces ſortes de pétrifications. On peut conſulter ſur cette matiére, outre les auteurs déja cités, Breynius [e], & les ſçavants Mémoires de M.rs Géoffroy, de Reaumur, & de Juſſieu [f].

[b] *Hiſtor. lap. fig. Helvetiæ Piſolithæ, p. 36. Venet. 1708.*

[c] *Cl. Myſii Sax. ſubterr. part. 1. relat. 5.*

[d] *Metallotheca Vaticana lapid. ἰδιόμορφοι. p. 281. Rom. 1717.*

[e] *Joh. Phil. Breynii, Epiſt. de Melonibus petrefactis. Lipſ. 1722.*

[f] *Mem. Acad. 1716. p. 8. 1721, pp. 69, 255 & 322.*

Toutes les côtes de Syrie abondent en pétrifications de

diverſes eſpeces. On trouve dans le Mont Cashavan, proche de Barut, autrefois *Berytos*, des pierres d'un blanc-ſale, médiocrement dures, qui ſe caſſent par lames; il s'y rencontre fréquemment des empreintes de corps de poiſſon, d'une couleur jaunâtre & dorée, différente de celle du reſte de la pierre; j'ai deux ou trois de ces empreintes. On en trouve de la même eſpece dans les montagnes de Suiſſe[a], de Saxe[b], &c.

Empreintes de poiſſons ſur la pierre.

[a] *Langius*, *p.* 38.
[b] *Mercatus*, *p.* 319. *Hiſt. Acad.* 1703. *p.* 23, 1708. *p.* 34.

Dans la montagne voiſine de Seyde, & dans l'une des caves taillées dans le roc, qui ſervoit de ſépulcre aux anciens Juges ou Suffetes de Sidon, il y a près de 3000 ans, j'ai découvert un tronc d'arbre pétrifié, d'environ un pied de diametre, qui avance à peu-près de 4 pieds hors du roc où il eſt enclavé. L'arbre eſt beaucoup plus dur que le reſte du rocher, le bout qui déborde eſt rompu aſſés net, la coupe n'en eſt pas ronde, mais ovale, & le grand diametre eſt horiſontal; ce qui prouve que l'arbre a pris cette forme par le poids dont il étoit chargé, avant que de s'être durci entiérement. On y reconnoît très-diſtinctement les accroiſſements annuels de la ſéve qui ſe manifeſtent ſur la coupe, par des circonférences concentriques, & ſelon la longueur, en quelques endroits éclatés, par des lignes paralleles, entre leſquelles la diverſité des nuances indique les différentes fibres du bois. Je n'ai pû enlever de cet arbre qu'un fort petit éclat vers la ſuperficie, qui ne paroît différer en rien d'une pierre à fuſil ordinaire. Il n'y a pas lieu de douter que cet arbre ne fût déja pétrifié, du temps de l'excavation de ces Catacombes, puiſqu'il fait partie du roc dans lequel elles ſont taillées.

Arbre pétrifié.

Les coquillages de l'Iſle de Naxie, dans l'Archipel, ſont renommés pour leur beauté & leur variété. M. de Maupertuis, de cette Académie, les a reconnus la plûpart pour être les mêmes qui ſe trouvent ſur nos côtes de Bretagne.

Coquillages de Naxie.

Le ſol de la plûpart des Iſles de l'Archipel eſt de Marbre. On y en voit, ainſi que ſur les côtes de Natolie, de très-richement & très-ſinguliérement veinés, que nous ne connoiſſons point en France, & qui mériteroient fort d'être mis en œuvre.

Marbres de l'Archipel.

Les côtes de Macédoine, du côté de la Cavalle, abondent

Mines d'argent, de Macedoine.

en métaux & minéraux. J'ai rapporté des échantillons de pluſieurs mines d'argent de ces cantons, qui m'ont été remis par M. le Comte de Bonneval, avec un Mémoire détaillé. Quelques-unes ont été travaillées du temps des anciens Grecs, & c'eſt vrai-ſemblablement de ces ſources que Philippe de Macédoine tiroit cet or, qui le faiſoit dominer dans toutes les Républiques de la Grécę. D'autres ont été ouvertes du temps des derniers Empereurs Grecs. Depuis quelques années, on a tiré de l'une de ces mines, des Emeraudes qui ont été bien venduës à Conſtantinople.

Autre Mine.

Dans le voiſinage des ruines de Troye, il y a encore une mine d'argent que les Turcs font travailler depuis quelques années. Il y a auſſi dans le même canton, une carriére d'une eſpece de Granit, plus gris, & beaucoup moins beau que celui d'Egypte; c'eſt de cette matiére que ſont ces fameux boulets des Châteaux des Dardanelles, célébres par leur prodigieuſe groſſeur. J'en ai meſuré de 28 pouces de Roi, de diametre; ils ont, par conſéquent, environ 6 pieds cubes de ſolidité, & peſent autour de 1200 livres, ce qui fait à peu-près le tiers d'un boulet de fer du même volume.

Boulets des Dardanelles.

Deſcription d'un petit Poiſſon nommé *Vélette* par les Provençaux.

A mon retour de Conſtantinople, j'ai vû pendant la traverſée, à diverſes repriſes, & quelquefois pendant pluſieurs heures, paſſer le long du Vaiſſeau, des milliers de petits Poiſſons fort ſinguliers, qui flottent ſur la ſurface de la Mer. Les Provençaux les nomment *Vélettes.* Il n'eſt fait aucune mention de ce Poiſſon dans Rondelet, dans Jonſton, ni dans aucun Naturaliſte, que je ſçache.

Planche III. Fig. 3.

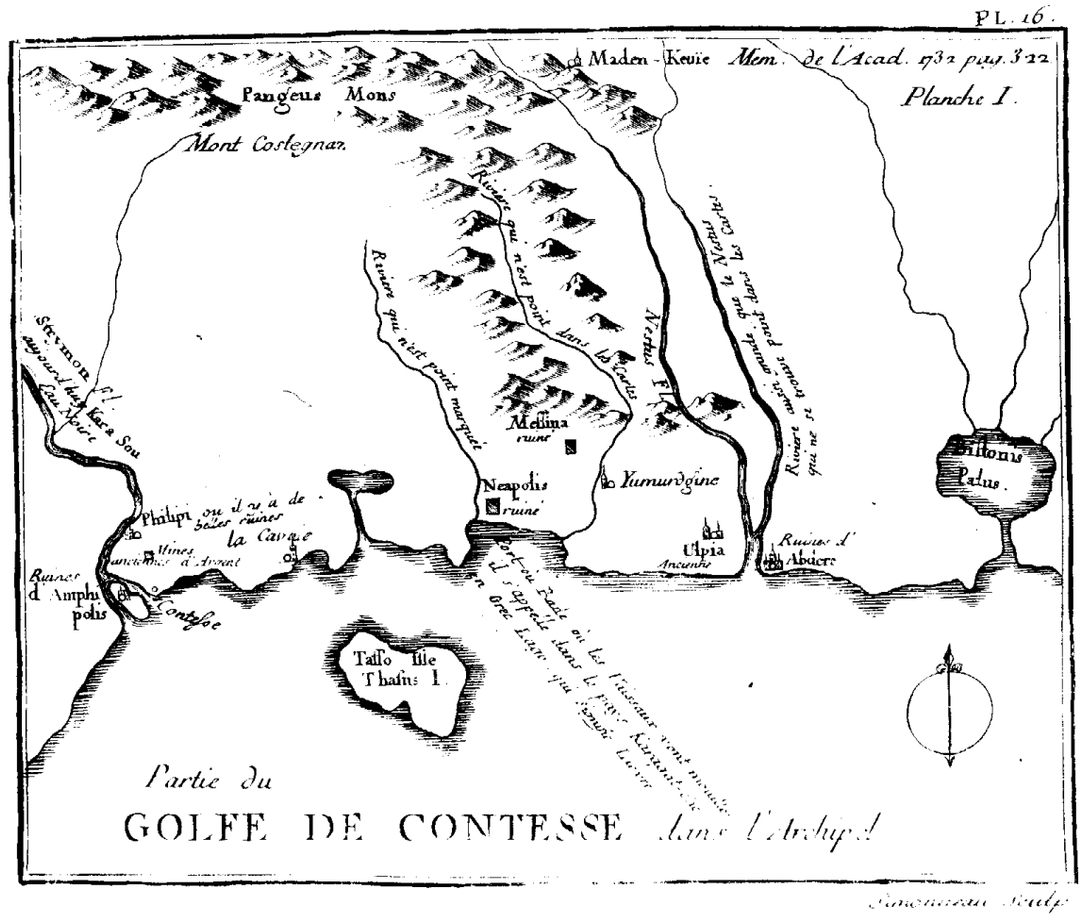
Il eſt de forme ovale, à peu-près de la grandeur d'une moule, mais ſans coquille, fort plat, n'ayant pas une ligne d'épaiſſeur; ſa longueur eſt depuis 7 à 8 lignes juſqu'à un pouce & demi ou environ, ſa largeur à peu près la moitié de ſa longueur. Je parle de ceux que j'ai vûs, car j'ai oui dire à quelques Marins, qu'il y en avoit de grands comme la main, vers nos Iſles d'Amérique, & qu'on en voyoit d'une autre eſpece ſur quelques Riviéres. Quoi qu'il en ſoit, le corps de ceux dont il eſt ici queſtion, eſt une ſubſtance molle

&

& viſqueuſe, de couleur d'Indigo foncé; les bords ſont plus minces & plus tranſparents; le milieu eſt couvert de quantité de petits filets de relief argentés, qui forment des ovales concentriques & paralleles, leſquelles ſe perdent & deviennent imperceptibles, en approchant des bords. Toutes ces ovales ſont traverſées de pluſieurs lignes ou rayons qui partent de leur centre commun, comme dans les toiles d'araignées de jardin : ce centre *O* qui forme une éminence pointuë, eſt l'endroit le plus relevé du corps de l'animal, le deſſous vers les bords eſt hériſſé d'une prodigieuſe quantité de filaments bleus *PPP* de trois à quatre lignes de long qui paroiſſent les pattes ou les nageoires de ce Poiſſon, & qui ne ſe diſtinguent bien que dans l'eau. Il nage, ou pour mieux dire il flotte ſur la ſurface de la mer ſelon ſa longueur, mais ce qui l'aide à s'y ſoûtenir, & qui lui a fait donner le nom de *Vélette*, eſt une eſpece de crête *ABC* qui s'éleve verticalement ſur ſa ſurface ſupérieure. *Fig. 4.* Cette crête lui ſert, pour ainſi dire, de voile, que les Provençaux nomment *véle ;* elle eſt à peu-près auſſi haute que l'animal eſt large, elle le traverſe en ligne droite *AB* obliquement, & fait avec la ligne *CD*, qui *Fig. 5.* le partageroit également ſuivant ſa longueur, un angle *ACE* qui paroît à peu-près le tiers d'un droit. L'obliquité de la voile eſt toûjours du même ſens, c'eſt-à-dire, de gauche à droite, en paſſant de la partie antérieure à la poſtérieure ; ſon contour eſt à peu-près demi-circulaire, hors qu'il ſe termine au ſommet par un angle ſaillant. Cette crête, voile ou cartilage, comme on *Fig. 4.* voudra l'appeller, eſt très-mince, tranſparente & ſemblable à du Talc. En la regardant de près, on la voit traverſée d'un nombre infini de rameaux déliés qui forment une eſpece de réſeau. Elle a au toucher quelque ſolidité, à peu-près comme de la corne très-mince, mais elle eſt bordée d'une membrane *M, M, M,* plus déliée, plus molle & plus tranſparente, *Fig. 3. & 4.* d'une à deux lignes de largeur, qui ſe flétrit & s'affaiſſe auſſitôt que l'animal eſt hors de l'eau, d'où l'on peut à peine le retirer ſans le bleſſer. J'en ai mis pluſieurs dans un vaiſſeau rempli d'eau de mer où ils n'ont pas paru vivre plus d'une

heure. On reconnoît, ou plûtôt on conjecture qu'ils ne ſont plus vivants, lorſqu'ils ne ſe ſoûtiennent plus à plat ſur l'eau comme dans leur ſituation ordinaire, qu'ils enfoncent plus d'un côté que de l'autre, ou qu'ils ſont tout-à-fait renverſés la voile en bas. Du reſte je n'y ai remarqué bien diſtinctement aucun mouvement, autre que celui que cauſoit l'agitation de l'eau dans les filets dont j'ai parlé. Je n'ai apperçû non plus aucune apparence de tête bien ſenſible; ſeulement en regardant à travers le jour, on voit dans le milieu un petit
Fig. 5. corps long & étroit *HI,* plus opaque que tout le reſte, ſitué ſelon la longueur, dont la partie antérieure eſt plus arrondie, la poſtérieure ſe termine en pointe, & l'on y remarque une ligne tranſparente qui la partage en long, en deux moitiés. Autour de ce corps qui paroît être l'aſſemblage des parties intérieures de l'animal, on voit une grande quantité de petits grains ronds, bruns & jaunâtres qui reſſemblent à des œufs, & d'autres à des eſpeces de mammelons.

Suivant le témoignage des Marins, c'eſt plus ordinairement après les calmes, & lorſque le vent d'Eſt ſouffle, qu'on voit paſſer ces eſpeces d'inſectes de mer. On dit cependant qu'on en voit dans toutes les ſaiſons, mais plus ordinairement le printemps. On peut juger par cette deſcription qu'au moindre gros temps l'agitation des flots doit tuer l'animal, auſſi en voit-on flotter pluſieurs dont la voile eſt couchée, & qui ont perdu l'équilibre. Cependant leur grande légereté & leur conformation les ſoûtiennent ſur la ſurface de la mer, lors même qu'elle eſt légerement agitée. Mon deſſein étoit de les examiner plus à loiſir, pendant ma quarantaine à Marſeille, mais je n'en ai pû avoir de vivants, pendant le ſéjour que j'y ai fait. Tout ce que j'ai pû faire a été de les deſſiner ſur le champ à la mer, & d'en conſerver quelques-uns dans l'eſprit de vin, où dans le moment ils ont changé de couleur, & de bleu-foncé, ſont devenus feuille-morte. Il s'y eſt fait depuis un autre changement, & ils ſont aujourd'hui d'un blanc-ſale, & beaucoup plus tranſparents qu'ils n'étoient.


PL. 16.
Maden-Keuïe Mem. de l'Acad. 1732 pag. 322
Planche I.
Pangeus Mons
Mont Coslegnan
Rivière qui n'est point dans les Cartes
Rivière qui n'est point marquée
Nestus Fl.
Rivière aussi grande que le Nestus qui ne se trouve point dans les Cartes
Stryman Fl. aujourd'hui Kara Sou Eau Noire
Messina ruine
Neapolis ruine
Yumurdgine
Ulpia Ancienne
Ruines d'Abdere
Bistonis Palus
Philipi ou il y a de belles ruines
la Cavaie
Mines anciennes d'Argent
Ruines d'Amphipolis
Contesse
Tasso Isle Thasus I.
Partie du
GOLFE DE CONTESSE dans l'Archipel
Simonneau Sculp.

Simonneau del. et Sculp.

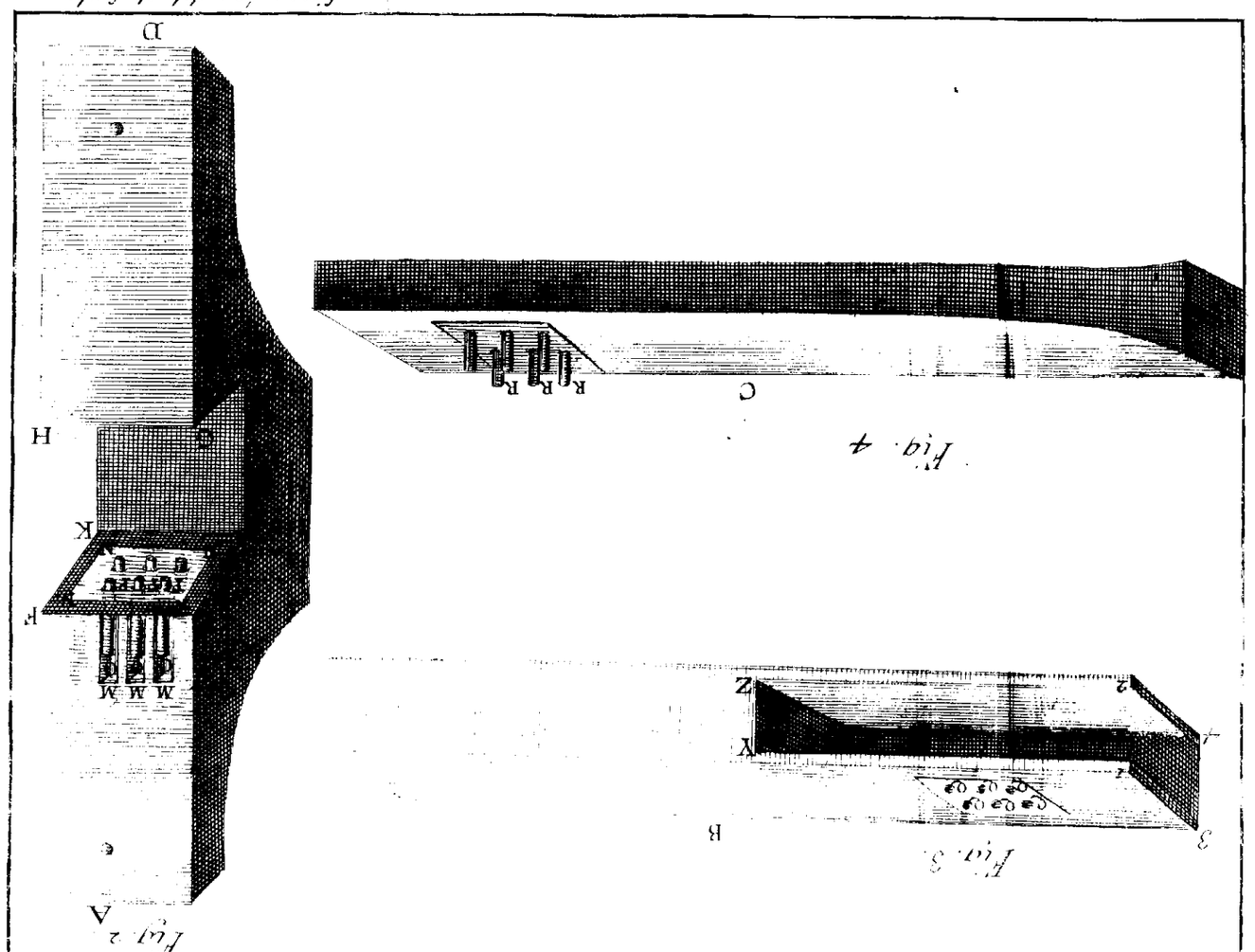
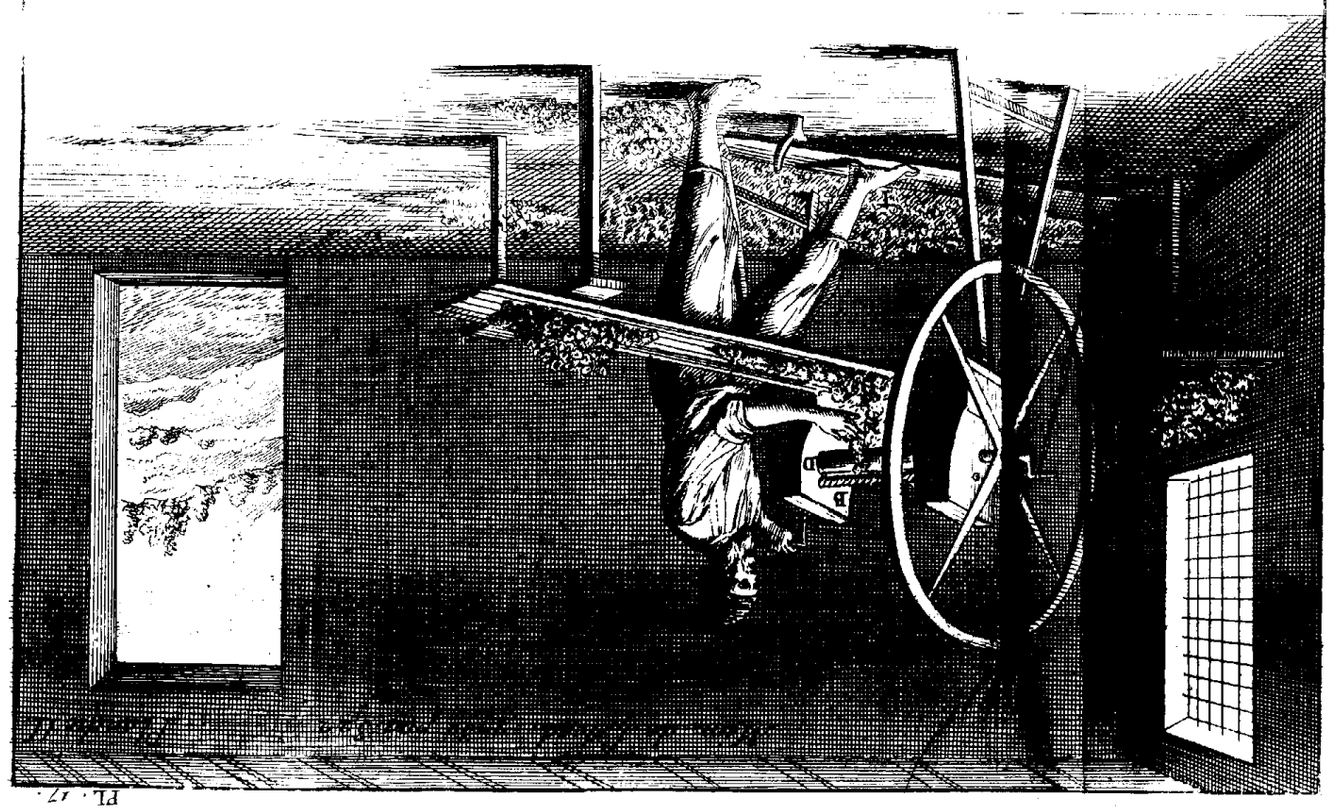


Fig. 2

Fig. 3.

Fig. 4



Pl. 17.

Mem. de l'Acad. 1732 pag. 322.
Planche III.

Fig. 1.



Fig. 2.

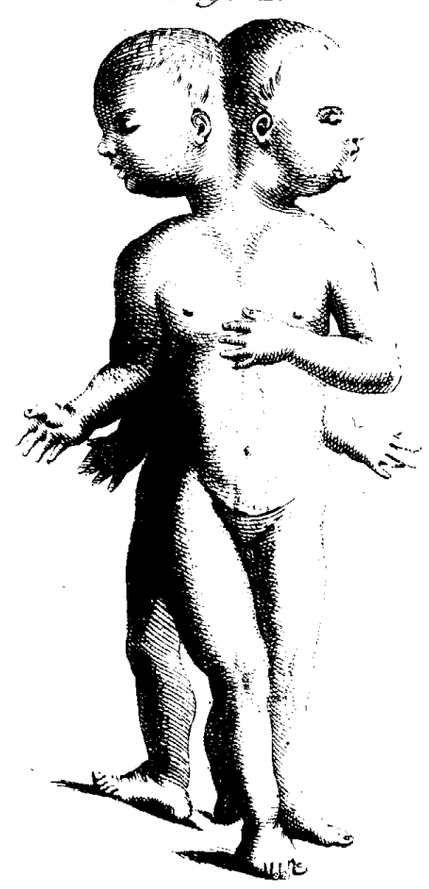
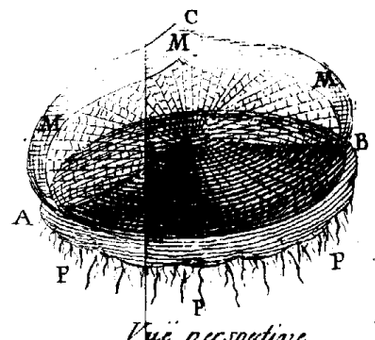
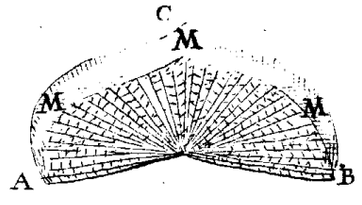


Fig. 3.



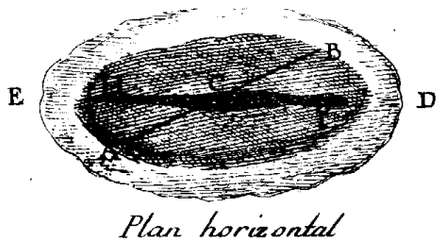
Vuë perspective de la Velette flotante.

Fig. 4.



Plan Vertical de la Voile.

Fig. 5.



Plan horizontal du Corps de l'Animal.

Simonneau del. et Sc.

DES DIFFE'RENTES MANIE'RES
de rendre le Tartre ſoluble.

Par M.rs DU HAMEL & GROSSE.

LE champ de la Chimie a tant d'étenduë & de fécondité, & les recherches curieuſes, dont il eſt ſuſceptible, y ſont variées par tant de circonſtances inopinées & d'accidents ſinguliers, qu'il eſt très-rare que ceux qui y travaillent ſe trouvent ſans s'être communiqués & comme par hazard avoir choiſi le même objet, l'avoir ſuivi par les mêmes voyes, & être ainſi parvenus au même but. 23 Avril 1732.

C'eſt néantmoins ce qui nous eſt arrivé, à M. Groſſe & à moi, dans un travail que nous avons l'un & l'autre entrepris ſur le Tartre, où nous étant, chacun en notre particulier, propoſé d'abord des vûës différentes, nous nous ſommes cependant réunis ſans le ſçavoir, & nous avons ſuivi aſſés long-temps le même chemin.

L'objet principal de M. Groſſe étoit de rendre le Tartre ſoluble par le mêlange des terres alkalines, & pour cela il a combiné ce ſel avec la Chaux, pluſieurs ſortes de Crayes, & d'autres terres.

Pour moi, je m'étois propoſé de purifier le Tartre pour le rendre auſſi beau que celui qu'on prépare à Montpellier, & de rechercher dans différentes terres celles qu'on pourroit ſubſtituer à la terre qu'on employe ſi utilement à cet uſage aux environs de cette Ville.

C'étoit pour y parvenir que j'ai traité le Tartre avec les mêmes matiéres que M. Groſſe a employées, & ayant remarqué que pluſieurs de ces terres décompoſoient le Tartre & le rendoient ſoluble, j'ai preſque abandonné mon premier objet, & ai embraſſé celui que j'ai ſçû depuis être celui de M. Groſſe.

J'avoue que je me ſerois trouvé amplement récompenſé

de mes peines, ſi, comme j'en ai prié M. Groſſe, il eût bien voulu faire quelque uſage de mes expériences, quand on ne les auroit regardées que comme des preuves ſurabondantes des ſiennes. Mais il a jugé à propos de réunir nos obſervations, & même de nous communiquer nos idées de recherches, afin que nous puſſions les ſuivre de concert pour n'en faire qu'un ſeul & même ouvrage.

J'ai accepté avec plaiſir cette propoſition; ainſi le Mémoire qui ſuit, eſt celui de M. Groſſe comme le mien.

Tout le monde ſçait que le Tartre, ou, ce qui eſt à peu-près la même choſe, le Criſtal de Tartre, n'eſt preſque pas ſoluble dans l'eau froide, & ne l'eſt que difficilement dans beaucoup d'eau bouillante, encore ne s'y ſoûtient-il que tant qu'elle eſt chaude, & il l'abandonne & ſe précipite preſque entiérement à meſure qu'elle ſe refroidit.

Le Sel lixiviel de Tartre au contraire eſt ſi acceſſible à l'eau, que l'humidité de l'air ſuffit pour le réſoudre en liqueur, & quand on le mêle avec le Criſtal de Tartre, il donne entrée aux parties d'eau ſur ce ſel eſſentiel, & le rend ſoluble dans l'eau froide.

M. le Févre, Médecin d'Uzès, & Correſpondant de l'Académie, eſt parvenu à rendre le Tartre ſoluble par le mêlange du Borax, qui eſt un autre ſel alkali; je dis qu'il eſt un ſel alkali, parce que M. Lémery a démontré une qualité alkaline dans le Borax.

Enfin M. Boulduc, dans le Mémoire qu'il a donné ſur le Sel de la Rochelle, en nous dévoilant la nature de ce fameux Remede, vient de nous faire voir que le Sel de la Soude peut produire le même effet ſur le Criſtal de Tartre.

Voilà donc le Criſtal de Tartre rendu également ſoluble par trois différents Sels alkalis; mais ſuivant les Sels dont on s'eſt ſervi, il en eſt réſulté des phénomenes particuliers, puiſqu'avec le Borax l'on n'a qu'une matiére gommeuſe & encore fort acide, & qu'avec la Soude on retire un ſel un peu différent du ſel végétal tant par ſa criſtalliſation que par ſon goût. Mais puiſque le Criſtal de Tartre mêlé avec différents ſels

alkalis prend tant de métamorphoſes, ne pourroit-on pas eſpérer quelque choſe d'avantageux de l'alliage des terres alkalines avec ce même ſel eſſentiel ? M. Stahl nous invite à y travailler, dans ſon Commentaire ſur la *Phyſica ſubterranea* de Becher, en s'étonnant qu'on n'ait pas aſſés examiné les effets du mêlange du Tartre avec la Chaux, ſans dire ce qui l'a engagé à faire cette remarque. Quoi qu'il en ſoit, c'eſt à quoi nous nous ſommes principalement appliqués ; ainſi le Criſtal de Tartre, traité avec la Chaux & beaucoup d'autres terres, fournira la matiére de ce Mémoire. Mais comme nous avons fait un aſſés grand nombre d'expériences, nous avons crû devoir les ranger ſous trois claſſes différentes qui formeront autant d'articles de ce Mémoire.

Le premier renfermera les expériences que nous avons faites avec les différentes Chaux.

Le ſecond, celles que nous avons faites avec les Crayes.

Et nous rapporterons enfin dans le troiſiéme les eſſais que nous avons faits ſur pluſieurs eſpeces de Terres bolaires, argilleuſes, ſablonneuſes, &c.

ARTICLE PREMIER.

Ce qu'a produit le Criſtal de Tartre avec les Chaux.

Nous avons mis une certaine quantité de crême de tartre, ou plûtôt de tartre ſimplement purifié par quelques filtrations dans une baſſine, & nous avons jetté deſſus de l'eau de chaux bien concentrée, mais exactement filtrée, claire & tranſparente comme de l'eau ; il ne nous a paru aucune effervescence ſenſible, & même la liqueur a été en partie évaporée, ſans que nous nous ſoyons apperçûs de rien de remarquable, ſi ce n'eſt que la crême de tartre paroiſſoit ſe diſſoudre en plus grande quantité que dans l'eau ſimple. Nous avons verſé de nouvelle eau de chaux ſur cette même crême de tartre, & après l'avoir évaporée, nous avons réïtéré la projection d'eau de chaux, pour une troiſiéme fois, & enſuite l'évaporation, ſans que nous ayons remarqué d'effervescence ſenſible. Enfin,

nous y avons remis de nouvelle eau de chaux, pour une quatriéme fois, & en l'évaporant, il s'eſt excité une effervescence ſi conſidérable qu'on a été obligé de retirer pluſieurs fois la baſſine de deſſus le feu; la liqueur eſt devenuë blancheâtre, ſur-tout à la ſurface où elle étoit comme du lait, elle s'eſt troublée conſidérablement, & une livre & demie de crême de tartre s'eſt fonduë entiérement dans une petite quantité d'eau, qui étoit, à la vérité, le reſte de la leſſive de deux livres de chaux. Il falloit apparemment que l'eau de chaux eût pris par l'évaporation, un certain degré de concentration, pour qu'elle pût produire quelque effet avec la crême de tartre.

Mais voilà déja une preuve bien marquée de l'effet de la chaux, puiſqu'environ trois livres d'eau de chaux, tiennent en diſſolution, une livre & demie de crême de tartre, pendant que la même quantité d'eau commune pourroit à peine diſſoudre dans le plus fort bouillon, deux onces & demie de ce ſel.

Tout notre tartre étant parfaitement diſſous, nous avons filtré la liqueur, qui, bien loin d'avoir conſervé quelque choſe de l'acide du tartre, avoit pris un goût alkalin; il s'eſt beaucoup dépoſé de terre ſur le filtre, mais cette terre étoit inſipide, graſſe au toucher, & preſque indiſſoluble par les acides, ce qui nous l'a fait regarder comme une partie de la terre du tartre, parce que nous ſçavons que la chaux ſe diſſout très-aiſément par tous les acides; & d'ailleurs comment l'eau de chaux, qui étoit bien filtrée & très-claire, auroit-elle pû dépoſer tant de terre, ſur-tout étant obligée d'en fournir à la crême de tartre, comme nous le verrons dans la ſuite?

Nous avons évaporé lentement une partie de l'humidité, juſqu'à ce que la liqueur nous ait paru aſſés ſalée pour donner des criſtaux; car il n'y a point ici à compter ſur la pellicule, on l'évaporeroit bien entiérement, ſans qu'il s'en formât aucun; l'ayant enſuite laiſſé quelque temps dans un lieu frais, il s'eſt formé de beaux criſtaux clairs, tranſparents, &

qui ont donné quelque marque d'alkalicité, tant avec la teinture de violette, qu'avec la ſolution du ſublimé corroſif. Ils étoient aſſés gros pour qu'on en pût diſtinguer la figure; nous les avons cependant diſſous juſqu'à trois fois, pour les avoir en plus gros criſtaux, & il nous a paru que leur figure la plus ordinaire étoit celle des priſmes quarrés, terminés par deux ſurfaces plattes; preſque toûjours un, & quelquefois deux des angles ſont abattus, & pour lors les ſurfaces des deux bouts ſont échancrées aux endroits qui répondent à ces angles abattus.

Ces criſtaux brûlent ſur la pêle, comme les autres tartres ſolubles, & ſe réduiſent en charbon, ils ſe fondent aiſément dans l'eau froide, & quoiqu'ils contiennent la crême de tartre, ſans s'être décompoſés (comme nous le ferons voir), mais ſeulement étendus par une terre inſipide, ils n'en conſervent cependant aucune acidité, & prennent un goût ſalé un peu amer, mais moins que le ſel de la Rochelle, auquel ils reſſemblent fort.

Après ces criſtalliſations réitérées, notre ſel n'a plus donné de marque ni d'acidité ni d'alkalicité; ainſi ſi les premiers criſtaux nous ont d'abord paru alkalins, ce n'a été qu'à l'occaſion d'un peu de la terre de la chaux qui étoit ſurabondante, & n'étoit pas bien unie à l'acide du tartre, ou plûtôt parce que les criſtaux étoient encore mouillés de l'eau-mere qui ſurnageoit, laquelle eſt certainement alkaline, puiſqu'elle contient beaucoup de la terre de la chaux, qui eſt plûtôt ſoûtenuë par la graiſſe du tartre que par aucune union qu'elle ait avec les acides, comme nous l'examinerons dans la ſuite.

L'on obtient de pareils criſtaux avec le lait de chaux comme avec ſon eau, il paroît même que le tartre s'y diſſout plus promptement; mais pour cela il faut faire bouillir le mêlange, comme nous avons dit en parlant de l'eau de chaux, ſans quoi la crême de tartre, qui n'eſt point ſoluble dans l'eau froide, n'agiroit que très-lentement ſur la chaux, & reſteroit preſque dans ſon entier précipitée avec la terre de la chaux; & ayant fait une fois ce mêlange, le lait de chaux n'étant que

tiéde, la plus grande partie de la crême de tartre reſta au fond du vaiſſeau confonduë avec beaucoup de la terre de la chaux, & il ne paſſa par le filtre qu'une liqueur alkaline, qui par l'évaporation ne donnoit point de criſtaux, mais qui avoit formé aux parois de la capſule de verre une croûte tartareuſe indiſſoluble dans l'eau & dans le vinaigre diſtillé.

Il s'étoit auſſi précipité un ſédiment terreux, mais qui fermentoit violemment avec le vinaigre diſtillé, & l'en ayant entiérement ſaoulé, j'en ai retiré des criſtaux pareils à ceux que nous venons de décrire.

Ainſi cette terre, qui commençoit à être diſſoute par un acide, & qui avoit pris un peu du phlogiſtique du tartre, étoit ainſi devenuë à peu-près ſemblable aux ſels alkalis.

Avec le lait de chaux, on ne peut s'aſſûrer préciſément de la quantité de tartre qui a été diſſous, puiſque la terre qui ſe précipite tant de la part de la chaux que de celle du tartre, ne le permet pas. Nous avons fait les mêmes expériences avec le tartre crud que nous avions faites avec le tartre purifié, mais la liqueur eſt ſi graſſe & ſi noire, qu'on a bien de la peine à en retirer des criſtaux un peu parfaits; nous ſommes cependant parvenus à en avoir d'aſſés beaux.

Tout le monde connoît une eſpece de peau qui s'éleve ſur l'eau de chaux, & qui y forme une crême d'une nature ſinguliére. Nous en avons ramaſſé une petite quantité que nous avons traitée avec la crême de Tartre, & qui nous a fourni des criſtaux ſemblables à ceux dont nous venons de parler. Il eſt ſeulement bon de remarquer que cette crême de chaux, auſſi-bien que celle de tartre, ne ſe diſſout que difficilement dans l'eau, & cependant ces deux matiéres ſe communiquent mutuellement cette propriété, & étant mêlées enſemble, elles font un tartre très-ſoluble.

Nous avons pareillement examiné la chaux d'écailles d'huîtres, & pour cela nous avons empli un creuſet avec les écailles, & nous les avons calcinées à un grand feu de charbon pendant plus de ſix heures, & ne les ayant pas trouvées encore aſſés calcinées, nous les avons encore calcinées pendant

un pareil temps, & nous avons mêlé cinq onces de cette chaux dans de l'eau bouillante, & par ſon moyen nous ſommes parvenus à diſſoudre 15 onces de tartre, ce qui eſt encore plus que la chaux n'avoit pû faire ; cependant la chaux d'écailles d'huîtres paroît alliée d'une aſſés bonne quantité de ſel marin, qui ne peut rien faire avec la crême de tartre, comme nous l'avons eſſayé en traitant le ſel marin tout pur avec le tartre, ce qui d'ailleurs eſt très-naturel ; car comment la terre du ſel marin abandonneroit-elle ſon acide, qui eſt très-puiſſant pour ſe joindre à celui du vin, qui lui eſt fort inférieur ? Ce qui fait voir que l'alkali de la chaux d'huîtres eſt très-puiſſant, puiſqu'étant en ſi petite quantité, il abſorbe tant d'acide. Cette chaux étant ainſi ſaoulée de crême de tartre, nous avons filtré & évaporé la liqueur, qui nous a donné des criſtaux de tartre ſoluble *.

La ſtalactite calcinée, & les crayes réduites en chaux ont produit le même effet.

Le gyp calciné & le plâtre, pouvant être regardés comme des eſpeces de chaux, nous les avons examinés, mais leur effet a été bien différent : car ayant fait calciner à feu ouvert, un morceau de ce qu'on appelle *Speculum aſinum*, & l'ayant enſuite mis en poudre, & fait bouillir aſſés long-temps dans de l'eau avec du criſtal de tartre, il ne s'eſt excité aucune fermentation ; le criſtal de tartre ne s'eſt fondu qu'en très-petite quantité, & la liqueur filtrée, au lieu d'avoir acquis le goût alkalin ou ſalé, dont nous avons parlé, avoit conſervé, après être refroidie, une acidité conſidérable, elle étoit jaunâtre, & en l'expoſant au Soleil, elle paroiſſoit d'abord chargée de petites paillettes très-brillantes ; par l'évaporation, nous n'avons pû en obtenir de criſtaux ; ſeulement le tour de la capſule étoit enduit d'une incruſtation légérement ſaline, & le criſtal de tartre s'eſt précipité pêle-mêle avec une terre gypſeuſe ; ainſi il nous paroît que l'acidité de la liqueur venoit de ce que la partie la plus tenuë de la terre du gyp nageoit dans la liqueur chargée, & comme hériſſée de l'acide du tartre.

* *Voyés la ſuite de cette expérience dans la ſeconde partie de ce Memoire.*

Nous avons fait les mêmes expériences avec le plâtre ordinaire, & tel qu'on l'employe dans les bâtiments, & il a produit le même effet, à cela près, que la liqueur avoit un petit goût ſalé, très-foible, ce qui vient, ſans doute, de ce que la pierre à plâtre eſt alliée d'un peu de craye, ou d'une terre ſemblable à celle de la chaux.

Nous avons auſſi mis tout ſimplement de ce gyp légérement calciné, dans un verre, avec de la crême de tartre & un peu d'eau, & l'ayant laiſſé pendant plus d'un mois au Soleil, il s'eſt élevé au haut du verre une végétation imparfaite, rouge & extrêmement acide, & dans laquelle on appercevoit quelques petits criſtaux mal formés, & en petite quantité.

Quoi qu'il en ſoit, il reſte toûjours pour conſtant, que le criſtal de tartre eſt rendu ſoluble par la chaux, & que ſi l'on ne ſaoule pas entiérement l'eau de chaux avec l'acide du tartre, elle prend néantmoins un goût alkalin & lixiviel, & devient en état de fermenter plus aiſément, même à froid avec tous les acides.

Maintenant eſt-ce à l'occaſion de ce ſel fixe, que quelques Chimiſtes y ont imaginé, ou ne doit-on avoir égard qu'à la terre de la chaux? cette terre alkaline peut-elle ſeule produire ſur le criſtal de tartre, tous les effets des ſels fixes, ou la matiére du feu & le phlogiſtique y entrent-ils pour quelque chole? c'eſt pour ſatisfaire à ces queſtions que nous nous ſommes engagés à travailler ſur les crayes, & nous ſuſpendons notre jugement juſqu'à ce que nous ayons rapporté quelques expériences aſſés curieuſes, que nous avons faites à ce ſujet.

ARTICLE II.

Ce que produit le Criſtal de Tartre traité avec les Crayes & d'autres matieres terreuſes à peu-près ſemblables.

Nous avons mis dans une baſſine, avec une certaine quantité d'eau, une demi-livre de craye de Champagne pul-

vérifée, & après l'avoir fait bouillir affés pour que la craye ſe mêlât parfaitement avec l'eau, nous y avons jetté à différentes repriſes, une livre de notre tartre préparé comme dans les précédentes expériences; il s'eſt formé par ces projections une effervescence conſidérable, dans laquelle le tartre s'eſt fondu entiérement, & toute la craye a diſparu, de ſorte que la liqueur ayant été filtrée, il n'eſt reſté ſur le filtre qu'une très-petite quantité de terre, comme environ une once, peut-être encore venoit-elle en bonne partie du tartre.

Ainſi dans la premiére expérience, où nous avons employé l'eau de chaux, il eſt reſté ſur le filtre beaucoup plus de terre que dans celle-ci, où nous avons cependant employé la craye toute entiére.

Ce fait paroît affés extraordinaire, cependant il ne ſera pas difficile d'en imaginer une raiſon affés probable, ſi l'on fait attention que dans les grandes effervescences, il s'évapore une quantité d'eſprits acides; & plus il s'échappera de ces eſprits, plus il ſe précipitera de terre du tartre: or l'effervescence étant plus conſidérable avec l'eau de chaux, & y ayant moins de terre alkaline, pour brider en quelque maniére & retenir les acides, que dans l'expérience de la craye, il peut s'échapper une plus grande quantité d'eſprits acides, qui étant en pure perte, laiſſeront précipiter beaucoup plus de terre que dans le cas où les acides ſe trouveront tout de ſuite engagés dans beaucoup de terre alkaline, ce qui a fait auſſi que notre tartre diſſous par la craye, a dépoſé dans le temps de la criſtalliſation, une terre griſe que nous n'avons preſque point apperçûë dans l'expérience faite avec la chaux.

Peut-être cependant un acide que nous ſoupçonnons dans la chaux, pourroit-il auſſi avoir part à la précipitation de cette terre; mais comme le raiſonnement, quand il n'eſt pas ſoûtenu par l'expérience, ne produit ſouvent que des préjugés ſans fondement, incapables de rien établir de réel & de ſolide, ce n'eſt pas ici le lieu de faire uſage de cet acide, il faut auparavant l'avoir démontré d'une maniére inconteſtable; c'eſt pourquoi je reviens à mon expérience.

Nous avons évaporé à une lente chaleur, la liqueur filtrée, & nous l'avons miſe criſtalliſer, comme dans l'expérience de la chaux. Nous avons auſſi diſſous & criſtalliſé pluſieurs fois notre ſel, & tant par la figure de nos criſtaux, que par leur goût, & les autres eſſais que nous en avons faits, ils nous ont paru tout-à-fait ſemblables à ceux que nous avions obtenus par le moyen de la chaux.

Les mêmes expériences ont été faites avec cette craye qu'on trouve auprès de Meudon, & qu'on rafine pour en faire ce blanc que les Peintres en impreſſion appellent le *blanc de Meudon*, & cette craye a produit le même effet que la craye de Champagne, à cela près qu'elle a dépoſé plus de terre & de ſable ſur le filtre, ce qui vient, ſans doute, de ce qu'elle n'eſt pas ſi pure craye que celle de Champagne. Nous avons auſſi eſſayé une craye fort groſſiére qu'on fouille aux environs d'Orleans, & que les Tonneliers employent pour en frotter les douves & les cercles des Poinçons, & elle a produit le même effet que celle de Meudon. Mais une remarque générale qu'on peut faire, c'eſt que l'eau-mere qui ſurnage les criſtaux de tartre ſoluble par la craye, eſt plus graſſe & plus rouſſe que celle qui recouvre le tartre ſoluble par la chaux; peut-être cela vient-il de ce que la craye eſt un peu alliée de terre graſſe, qui, comme nous le dirons dans la ſuite, ſe charge de la matiére graſſe du tartre ſans diſſoudre la partie ſaline.

Il eſt encore bon de remarquer ici que dans le mêlange du criſtal de tartre, tant avec les crayes qu'avec les chaux, il s'eſt élevé des vapeurs urineuſes très-ſenſibles. On pourroit donc, quoique le préjugé commun s'y oppoſe, employer les crayes pour la diſtillation de l'eſprit volatil du ſel ammoniac; auſſi dans l'expérience que M. Groſſe en a faite, lui a-t-elle également ſervi comme la chaux.

Encore une petite circonſtance qu'il ne faut pas obmettre, c'eſt que quand on fait bouillir de la craye dans de l'eau, il s'excite des vapeurs pareilles à celles qu'on remarque quand on éteint de la chaux.

Après tant de conformité d'effets, n'eſt-on pas naturellement porté à conclure que les crayes ſont de vrayes chaux faciles & naturelles ? Nous en conviendrons volontiers pour le préſent, parce que ces deux matiéres agiſſent à peu-près de la même maniére dans toutes les expériences que nous rapporterons dans ce Mémoire ; cependant nous réſervons pour un autre temps à faire voir des différences que nous croyons avoir remarquées entre les deux matiéres.

Mais dès-à-préſent l'on peut conclure que ce n'eſt ni au phlogiſtique que quelques-uns admettent dans la chaux, ni aux parties de feu que d'autres y reconnoiſſent, qu'on peut légitimement attribuer les effets qu'elle produit ſur le criſtal de tartre, puiſque la craye, qui probablement ne contient ni l'un ni l'autre de ces principes, en produit cependant de pareils. Reſte donc à examiner ſi ces matiéres renferment un ſel alkali capable de produire ces effets ſur le tartre ; cela ne paroît pas probable, mais voici une expérience qui prouve le contraire. Nous avons pris ſix livres de bonne craye, nous l'avons miſe en poudre, & nous l'avons diviſée en ſix paquets d'une livre chacun ; nous avons mis enſuite un de ces paquets dans une baſſine de cuivre, & nous avons verſé deſſus quatre pintes d'eau, que nous avons fait bouillir pendant une demi-heure, ayant ſoin de remuer de temps en temps avec une ſpatule ; nous l'avons enſuite ôtée de deſſus le feu pour laiſſer précipiter le plus gros avant que de décanter la liqueur, & après avoir jetté le marc, nous avons remis dans la baſſine un autre paquet de craye que nous avons couvert de l'eau que nous avions retirée de deſſus le premier, & après y avoir ajoûté aſſés de nouvelle eau pour qu'il y en eût encore quatre pintes, nous avons réitéré cette même opération ſix fois, ou autant qu'il y avoit de paquets de craye. Certainement par ces cohobations on pourroit eſpérer d'avoir une leſſive extrêmement chargée du ſel de la craye ; cependant après l'avoir filtrée encore chaude, elle n'a donné aucune marque d'alkalicité ni avec la teinture de violettes, ni avec la ſolution du ſublimé corroſif ; elle n'a point non plus fermenté ni avec

les acides, ni avec les alkalis, & quoiqu'elle eût une couleur jaune, elle n'a preſque point agi ſur la crême de tartre, ce qui s'en eſt fondu par l'ébullition a conſervé ſon acidité, & s'eſt précipité à meſure que la liqueur s'eſt refroidie. D'un autre côté la craye qui avoit été lavée, & qui étoit reſtée ſur le filtre, a diſſout la crême de tartre ; donc la craye agit ici comme terre, & non pas par une ſubſtance ſaline qu'elle contienne.

Mais, nous dira-t-on, d'où vient cette différence entre la craye & la chaux ? pourquoi ces deux leſſives ne produiſent-elles pas les mêmes effets ? ne ſeroit-ce pas parce que l'altération que ces deux matiéres cauſent au tartre, quoique pareilles dans ces effets, ſeroit cependant produite par des cauſes différentes, & que la craye agiroit par ſa terre pendant que la chaux agiroit par ſon ſel alkali, ce qui doit produire à peu-près les mêmes effets, puiſqu'ils ſont à peu-près ſemblables à ceux que produiſent le ſel de tartre & d'autres ſels alkalis ? A cela je réponds, que ſi la chaux agiſſoit ſi différemment de la craye, il eſt probable que le tartre ſoluble par la chaux & celui qui l'eſt par la craye ne ſeroient pas ſi ſemblables que nous les avons reconnus par les expériences que nous venons de rapporter ; on eſt, à la vérité, tenté d'avoir recours à un ſel alkali dans la chaux, mais pourquoi admettre un ſel qu'on ne connoît point, pendant qu'on peut expliquer ce fait par un raiſonnement bien ſimple & bien naturel ? La chaux étant une pierre calcinée par un feu des plus violents & continu, on conçoit déja que l'air & l'eau qui ſont dans ces pierres, venant à ſe rarefier, doivent faire un effort conſidérable, qui tend à diviſer les parties des pierres qu'on employe pour faire la chaux ; de plus, les torrents des parties de feu qui traverſent ces pierres pendant long-temps, tendent à ſéparer les parties de ces pierres les unes des autres ; de-là cette légereté & cette augmentation de volume qu'on remarque dans ces pierres après leur calcination. N'eſt-ce pas cette grande deſunion des parties qui fait que la chaux ſe réſout en une pouſſiére très-ſubtile, quand on la laiſſe expoſée

à l'air, & qu'elle forme une pâte très-fine, quand on l'éteint dans l'eau ? or c'eſt cette même diviſion qui fait qu'une partie de la terre de la chaux paſſe à travers le filtre, pendant que celle de la craye reſte deſſus. Nous entrevoyons bien encore une cauſe qui peut contribuer à faire paſſer les parties terreuſes de la chaux par le filtre, & à les ſoûtenir dans l'eau ſans la troubler, mais nous ne pouvons l'expliquer ſans rapporter des expériences que nous réſervons pour une autre occaſion. Ainſi pour nous renfermer étroitement dans notre objet, nous nous contenterons de démontrer (ce qui ſuffit pour le préſent) que cette terre exiſte même en bonne quantité dans l'eau de chaux la plus claire. Pour s'aſſûrer de la préſence de cette terre, il n'y a qu'à conſerver quelque temps de l'eau de chaux dans une bouteille ; car quelque bien bouchée qu'elle ſoit, elle ſe troublera, & dépoſera une terre blanche qui s'attachera aux parois & au fond de la bouteille ; mais pour s'en convaincre plus promptement, il ne faut que verſer ſur cette eau de chaux une forte diſſolution de borax ou d'huile de tartre par défaillance, & quelque claires que ſoient toutes ces liqueurs, on verra précipiter une bonne quantité de terre d'une blancheur & d'une fineſſe merveilleuſe. Nous croyons donc pouvoir conclure que l'eau de chaux n'agit dans l'occaſion préſente que par ſa partie terreuſe, de même que la craye ; ce qui ſera encore confirmé par les expériences que nous rapporterons dans la ſuite ſur la décompoſition, tant de notre tartre ſoluble par la chaux, que de celui qui l'eſt par la craye. Et après tout ſi l'on veut prendre la choſe du côté de la phyſique, pourquoi une ſimple terre alkaline ne pourroit-elle pas produire ſur le tartre les mêmes effets que les ſels lixiviels ? puiſque nous ſçavons par l'opération de la terre foliée comparée à celle du ſel de perle, de corail, &c. ou ſimplement par ce qui ſe paſſe dans la diſtillation du ſel ammoniac qui réuſſit également, ſoit qu'on employe les ſels fixes ou les crayes ; puis donc que nous ſçavons par toutes ces expériences que les terres alkalines ſe chargent des acides preſque avec autant d'avidité que les ſels

fixes, nous concevrons aiſément comment elles peuvent produire ſur le criſtal de tartre les mêmes effets que les ſels fixes : car ſi c'eſt la graiſſe du tartre qui empêche le criſtal de tartre de ſe diſſoudre dans l'eau, ces terres abſorbantes peuvent bien ſe ſaiſir de cette graiſſe, & former une eſpece de ſavon ; & ſi d'un autre côté l'on veut que ce ſoit l'union trop intime des parties de la crême de tartre qui empêche l'eau de les diſſoudre, les acides du tartre s'appropriant ces terres abſorbantes, les parties du tartre ne pourront ſe réunir auſſi intimement qu'elles l'étoient auparavant, ce qui donnera ingrès aux parties de l'eau, & produira par conſéquent la ſolubilité du tartre ; ces acides chargés de cette terre alkaline ne pourront plus ſe joindre & s'unir de la même maniére, ce qui changera le mode de leur criſtalliſation.

Enfin ces acides ainſi empâtés ne pourront plus agir ſi immédiatement ſur la langue, mais ſeront plus en état de ſe développer dans l'eſtomac, ce qui produira le changement de ſaveur & d'effet par rapport à la médecine, s'il eſt vrai qu'ils ſoient très-différents, car la crême de tartre toute ſeule eſt purgative à la doſe de deux à trois gros, & dans une once de ſel de la Rochelle il y a plus de cinq gros de crême de tartre, ainſi l'on conçoit comment le mêlange d'une terre ſimplement alkaline nous donne tout ce que nous pourrions eſperer des ſels fixes. Il convient à préſent d'examiner ſi toutes les terres peuvent indifféremment produire ces effets ſur le tartre, c'eſt ce qui nous a engagé à étendre notre travail ſur pluſieurs autres terres argileuſes, bolaires, ſablonneuſes & autres.

Mais il eſt bon de remarquer auparavant que la ſtalactite non calcinée, & quantité d'autres matiéres comme les yeux d'écreviſſe & les écailles d'huître non-calcinées, produiſent le même effet, & rendent pareillement le tartre ſoluble, & donnent des criſtaux aſſés ſemblables à ceux que nous avons décrits en parlant de la chaux.

ARTICLE

ARTICLE III.

Ce que produit la Crême de Tartre traitée avec différentes Terres argilleuſes, bolaires, ſablonneuſes, & autres.

Nous avons commencé ces expériences par cette terre de Rouen, qu'on employe avec tant de ſuccès pour terrer le Sucre, non-ſeulement dans toutes les Rafineries du Royaume, mais encore dans beaucoup de Rafineries des Iſles de l'Amérique; mais le criſtal de tartre n'a point agi ſur elle, non plus que ſur cette terre qu'on employe à Montpellier, pour rafiner le criſtal de tartre, ni ſur le tripoli.

Le criſtal de tartre qui s'étoit diſſout pendant l'ébullition, donnoit un goût acide à la liqueur, & il s'en eſt ſéparé preſque entiérement, à meſure qu'elle s'eſt refroidie; je dis, preſque entiérement, parce que ces terres n'étant pas ſimples ou homogénes, mais plus ou moins alliées de craye, il y en a une partie qui ſe diſſout, & qui peut donner quelques criſtaux, pendant que la plus grande partie étant inaltérable par l'acide du tartre, ſe joint à ſon huile groſſiére, ce qui fait qu'on employe ſi utilement ces terres à Montpellier, pour rafiner le tartre, & le réduire en beaux criſtaux.

Auſſi dans les eſſais que nous avons faits de ces terres avec le tartre crud, la leſſive étoit-elle fort peu ſalée, mais très-noire par la quantité d'huile dont elle s'étoit chargée. Nous avons évaporé juſqu'en conſiſtance de ſirop, un peu de la leſſive faite avec le tripoli, que nous avons enſuite eſſayé avec l'huile de tartre, qui n'a rien produit, mais avec l'huile de vitriol, il s'eſt précipité pas mal de vraïe crême de tartre, qui étoit apparemment reſtée engagée avec la graiſſe du tartre, & foiblement unie à un peu de la terre du tripoli.

Voilà donc des terres qui ne forment aucune union intime avec le tartre, pendant qu'il s'incorpore, pour ainſi dire, avec d'autres, au point que la terre & le tartre paroiſſent anéantis, pour former, en quelque maniére, un être nouveau; j'inſiſte ſur cette union intime, parce qu'il eſt inconteſtable

qu'une portion de la terre de Montpellier ſe trouve dans les criſtaux qu'on nous envoye de cette Province; mais cette union n'eſt que ſuperficielle, ou plûtôt, ce n'eſt pas une vraye union, ou une aſſociation, ce n'eſt qu'un engagement d'une portion de cette terre entre les criſtaux du tartre, ce qui fait que l'un & l'autre ne changent point de nature, la terre reſte terre, & le tartre vrai tartre auſſi indiſſoluble qu'il avoit jamais été. Nous avons réfléchi ſur ces bizarreries, & il nous a paru que pour qu'une terre pût contracter cette union intime avec le tartre, il falloit qu'elle pût être très-diviſée, & réduite en parties extrêmement tenuës. La grande fineſſe de ces terres, quand on les précipite par un alkali plus puiſſant, en eſt bien une preuve, & d'ailleurs comment une terre pourroit-elle faire une partie conſidérable d'un ſel très-diaphane & limpide, ſi elle n'étoit pas infiniment diviſée ? or qu'y a-t-il de plus propre à faire cette extrême diviſion, que la diſſolution par les acides. M. de Reaumur, dans la premiére partie de ſon Mémoire ſur les terres, remarque qu'il y a des terres indiſſolubles par les acides, pendant qu'il y en a d'autres qui ſont très-aiſées à diſſoudre. Or le tartre contient des acides en abondance; & de plus, voici des expériences qui prouvent que l'acide du tartre eſt aſſés puiſſant, pour diſſoudre ces ſortes de terres.

L'acide du tartre eſt celui du vin, & par conſéquent le même que celui du vinaigre, donc l'acide du tartre diſſoudra ce que le vinaigre diſſout : or il eſt certain que le vinaigre diſſout la chaux & les crayes, & par les épreuves que nous en avons faites, nous nous ſommes perſuadés qu'on pouvoit employer le vinaigre, comme une pierre de touche, pour diſtinguer les terres qui peuvent rendre le tartre ſoluble d'avec les autres, puiſque cet acide n'agit point ſur la terre de rafinerie, celle de Montpellier, le tripoli, le gyp crud, le crayon rouge, le bole, la craye de Briançon, la terre graſſe ordinaire, la terre ſigillée, & les autres terres qui n'ont rien produit avec le tartre; au lieu que le vinaigre diſſout la chaux, les crayes, les écailles d'huîtres calcinées, & non-calcinées,

avec cette différence cependant, qu'il agit bien plus vivement ſur elles, lorſqu'elles ont été calcinées, qu'auparavant, & qu'il y a dans l'écaille d'huître, un diploé qui ſe diſſout beaucoup plus aiſément que les deux tables cartilagineuſes qui le recouvrent. Le vinaigre diſſout auſſi en partie les cendres leſſivées, les yeux d'écreviſſes, & toutes les autres matiéres qui ont rendu le tartre ſoluble, & après les avoir diſſouts, au lieu de former des criſtaux, ces diſſolutions s'élevent en végétations fort jolies, principalement la ſtalactite, l'écaille d'huître, & la crême de chaux qui ont un œil ſoyeux comme le talc de Veniſe.

Ainſi cette pierre de touche peut être utilement employée par ceux qui voudront purifier le tartre, ou d'autres ſels eſſentiels-acides, pour ne point employer les chaux, les crayes, & les autres terres qui pourroient décompoſer leurs ſels, ce qui eſt un inconvénient dans lequel ont donné pluſieurs auteurs.

Nous venons de prouver dans cet article, que le tartre diſſolvoit la chaux, la craye, &c. Mais nous avons avancé, outre cela, qu'il s'approprioit ces terres, après les avoir diſſoutes, & que c'étoit cette aſſociation qui métamorphoſoit ce ſel, tant dans ſa criſtalliſation, que dans ſa ſaveur, & ſes autres qualités; cela a beſoin d'être prouvé, & pour cela il n'y a qu'à décompoſer notre ſel, & nous verrons que par un acide plus puiſſant, on peut ravir à notre ſel, ſa terre alkaline, & ainſi régénérer la crême de tartre dans ſon entier, pendant que d'un autre côté, avec un alkali plus puiſſant, on peut précipiter cette terre, & la retirer à peu-près telle qu'elle étoit avant que d'avoir été employée; & comme les expériences que nous avons faites ſur cela, ſont aſſés ſinguliéres, il eſt bon de les rapporter.

Lorſqu'on verſe ſur la diſſolution du tartre ſoluble par la chaux, un peu d'eſprit de nitre, il ſe fait ſur le champ, un coagulum blanc très-conſidérable.

Si l'on édulcore ce coagulum avec de l'eau froide, il paroîtra preſque inſipide, mais ſi on le met dans un matras,

qu'on verſe de l'eau deſſus, & qu'on la faſſe bouillir quelque temps, ce coagulum ſe diſſoudra entiérement, & cependant l'eau deviendra d'une tranſparence merveilleuſe. Alors en la verſant dans une capſule de verre, le criſtal de tartre ſe précipitera, à meſure que l'eau ſe refroidira.

Or qu'eſt-il arrivé dans cette opération? l'acide du nitre eſt plus puiſſant que celui du tartre, il doit donc ſe ſubſtituer à cet acide, & s'unir à ſa baſe.

Mais il prendra par préférence, celle qui n'eſt pas ſi intimement unie à cet acide, c'eſt-à-dire, la terre que le tartre a empruntée de la chaux, & le criſtal de tartre étant dépouillé de ſa nouvelle terre, tombera au fond du vaiſſeau pêle-mêle avec un ſel imparfait, ou un eſprit de nitre incorporé dans un alkali terreux, voilà le coagulum.

Quand on verſe de l'eau deſſus pour l'édulcorer, on emporte les acides nitreux qui ne ſont pas bien unis à la craye, ce qui fait paroître le précipité preſque inſipide; mais ſi on le fait bouillir avec de l'eau, la crême de tartre ſe fondra dans l'eau bouillante, & les acides nitreux agiſſant avec plus d'activité ſur la craye, ils la diſſoudront, & cette terre ſe ſoûtiendra dans l'eau, à l'aide de cet acide, comme cela arrive, quand on fait diſſoudre de la craye ou de la chaux par l'eſprit de nitre, ou quelques autres acides; ainſi le coagulum ſe fondra entiérement, ſans troubler la limpidité de l'eau, & cela tant qu'elle ſera chaude, car le criſtal de tartre étant dépouillé de ſa terre, ſe trouvera dans ſon état naturel indiſſoluble dans l'eau froide, & ainſi il ſe précipitera à meſure que l'eau ſe réfroidira; la terre de la chaux, au contraire, ſe ſoûtiendra, & pour l'appercevoir, il faudra donner à l'eſprit de nitre, un alkali plus puiſſant, tel que l'huile de tartre, & ces terres alkalines ſe précipiteront.

Mais pour prendre notre expérience d'un autre côté, ſi au lieu d'édulcorer le précipité, on jette deſſus plus d'eſprit de nitre, & qu'on tienne le tout quelque temps en digeſtion ſur un bain de ſable, l'acide nitreux, après s'être emparé de la craye, agira enſuite ſur le tartre même, & s'étant uni à

ſa baſe, formera un vrai nitre regénéré, comme quand on verſe l'acide du nitre ſur le ſel de tartre; on obtiendra auſſi ces criſtaux de nitre, ſi on traite la crême de tartre, comme nous avons traité notre tartre ſoluble. Si au lieu de l'eſprit de nitre, on employe l'eſprit de ſel, on précipite pareillement la crême de tartre, mais elle eſt un peu rouſſe, au lieu qu'avec l'eſprit de nitre, elle eſt d'une beauté charmante.

L'huile de vitriol produit encore le même effet, mais on a bien de la peine à ſéparer le criſtal de tartre, & le tout fait une eſpece de gomme, comme quand on diſſout la crême de tartre dans l'huile de vitriol.

Mais ce qu'il y a de ſurprenant, c'eſt de voir le vinaigre concentré par la gelée, faire la même précipitation, car enfin c'eſt le même acide que celui du tartre; ainſi il ne doit point avoir de pouvoir ſur lui : cela eſt vrai, c'eſt pourquoi le vinaigre concentré ne touchera point à la terre propre du tartre, mais cet acide étant, pour ainſi dire, à nud, pourra dérober au tartre, une terre qui lui eſt étrangere, & dont il eſt ſurchargé.

Maintenant, on peut conclurre de ce que nous venons de dire, qu'il y a des terres que l'acide du tartre diſſout, & qui contractent avec le criſtal de tartre une telle union, qu'elles changent non-ſeulement le caractere extérieur de ce ſel, c'eſt-à-dire, ſa criſtalliſation, & le rendent acceſſible à l'eau froide, mais elles lui changent encore entiérement ſon goût, ſa ſaveur, & ſes autres qualités : en un mot, ces terres produiſent ſur ce ſel, tous les effets des ſels alkalis; donc on peut employer ces ſortes de terres pour rendre le tartre ſoluble; donc la diſſolubilité par les acides eſt une condition eſſentielle aux terres, pour entrer dans la compoſition des ſels; donc (ne pourroit-on pas auſſi le dire) les ſels fixes n'agiſſent ici que par leur terre, c'eſt ce qui eſt démontré par les expériences du premier & du ſecond article.

Il y a d'autres terres, au contraire, qui ſont, pour ainſi dire, inacceſſibles à l'acide de ce ſel, qui ſe chargent bien, à la vérité, d'une huile très-groſſiére & ſurabondante du tartre, mais ſans altérer en aucune maniére, la partie ſaline,

& ſi l'on remarque que ces terres forment quelque union avec les criſtaux du tartre, comme cela n'arrive que trop à celui qu'on prépare auprès de Montpellier, cette union n'eſt pas intime, elle n'eſt que ſuperficielle, ce qui fait qu'elle ne change aucun des caracteres de ce ſel; ces terres ſont donc celles qu'il faut employer pour purifier & blanchir le tartre, c'eſt un fait démontré par les expériences du troiſiéme article. Mais ſur quelles regles pourrons-nous compter pour établir des différences entre des terres qui produiſent des effets ſi différents, afin de ne point employer, pour purifier la crême de tartre, celles qui peuvent la rendre ſoluble? Nous avons propoſé pour cela d'en faire l'eſſai avec du vinaigre, afin de ne choiſir que celles qui ne ſont point diſſoutes par cet acide. On juge bien que nous comptons que les expériences que nous avons rapportées dans ce Mémoire nous fourniront quelques lumiéres pour mieux connoître les ſels fixes, & nous ſentons bien qu'il conviendroit de rapporter, avant que de le finir, les différences eſſentielles que nous avons remarquées entre la chaux éteinte & la craye, mais ces détails ſeroient trop longs, & exigent que nous ſuivions encore des expériences que nous avons commencées, ainſi nous en ferons un Mémoire particulier, que nous eſperons qui jettera un jour ſur cette queſtion.

SUR LES LOIX DE L'ATTRACTION.

Par M. DE MAUPERTUIS.

I. LE Mémoire ſuivant contient une explication ou un commentaire des Sections XII & XIII du 1er Livre de la Philoſophie Naturelle. Je me ſuis d'autant plus volontiers déterminé à éclaircir ces Sections qui contiennent la Théorie de M. Newton ſur l'Attraction, qu'outre qu'elles ſont très-belles & très-ſinguliéres, elles ſont preſque les ſeules auſquelles ni M. Varignon, ni M. Herman, qui nous ont commenté différents endroits du Livre de M. Newton, n'ont point touché; & que les commentateurs qui en ont parlé, n'en ont pris que quelques Propoſitions particuliéres, & celles-là ſeulement qui étoient néceſſaires pour l'expoſition du ſyſteme de M. Newton.

Je n'examine point ſi l'Attraction répugne ou s'accorde avec la ſaine Philoſophie. Je ne la traite ici qu'en Géometre; c'eſt-à-dire, comme une qualité, quelle qu'elle ſoit, dont les phénomenes ſont calculables, puiſqu'on la conſidere comme répanduë uniformément dans toutes les parties de la matiére, & agiſſant à proportion de ſa quantité.

II. Quelle que ſoit la loi en général ſuivant laquelle les parties de la matiére s'attirent, tout amas de matiére homogene & fluide, ou dont les parties pourront s'arranger ſuivant les forces qui les tirent, ſi l'on ne ſuppoſe d'ailleurs dans toute la maſſe aucun mouvement de révolution, prendra néceſſairement la figure ſphérique; car il eſt facile de voir qu'il n'y a que cette figure dans laquelle toutes les parties puiſſent demeurer en équilibre.

Tous les corps céleſtes que nous connoiſſons ont cette figure ſphérique, ou à peu-près ſphérique. Ce ſont ces conſidérations ſans doute qui ont porté M. Newton à entrer dans un plus grand détail des loix de l'Attraction dans cette figure

que dans les autres. A ſon exemple (s'il m'eſt permis de parler ainſi) je ſuis entré dans un examen particulier des phénomenes de l'Attraction des corps ou des ſurfaces ſphériques.

L'Attraction qu'on ſuppoſe ici répanduë dans la matiére, ne dépend point de la figure des corps. Chaque partie ayant cette force attractive, la ſomme de toutes ces forces demeure toûjours la même dans la même maſſe, quelque changement qui arrive dans ſa figure. Cependant comme dans l'exercice de ces forces ſur quelque corps extérieur, leur énergie pour le tirer, réſulte de la compoſition de toutes ces forces dont les lieux, les quantités & les directions varient dans différentes figures du corps attirant, les différentes figures varient les effets de l'Attraction d'une même quantité de matiére.

Ce principe donc, que l'expérience paroît ſi bien confirmer, que les mêmes quantités de matiére peſent également à la même diſtance de la Terre, indépendemment de leurs figures; ce principe, dis-je, n'eſt pas vrai à la rigueur; car la peſanteur des corps vers la Terre dépendant non-ſeulement de l'Attraction que la Terre exerce ſur eux, mais auſſi de celle qu'ils exercent ſur la Terre, ces attractions dépendent de la figure particuliére des corps; quoique dans les figures les plus variées des corps ſur leſquels nous pouvons faire l'expérience, la différence qui réſulte dans ces forces, de ce que quelques parties ſont plus reculées ou plus avancées, plus d'un côté ou plus de l'autre, ne ſoit pas ſenſible.

Si l'on conçoit un Atome ou un très-petit corps placé ſur l'axe prolongé d'une maſſe ſphérique, & qu'on conçoive enſuite cette maſſe, ſans que ſa quantité de matiére change, s'applatir juſqu'à devenir un plan circulaire (dont le centre demeure le même que celui de la ſphere), & qui ſe préſente perpendiculairement à l'axe ſur lequel eſt placé le corpuſcule; le corpuſcule dans ces deux cas éprouvera de la même quantité de matiére, deux attractions qui peuvent infiniment différer.

On verra par la ſeule inſpection de nos expreſſions générales de l'Attraction de la ſphere & de la ſuperficie ſphérique, que ſi la diſtance du corpuſcule eſt infiniment grande par rapport

rapport au diametre de la ſphere, les Attractions que les ſpheres exercent ſur un corpuſcule, ſuivent les mêmes proportions que l'attraction générale des parties de la matiére. Ce que l'on verroit d'ailleurs, en conſidérant que par rapport à des diſtances infinies, toutes les parties d'une ſphere finie ſont comme réunies dans un point. Mais lorſque les diſtances du corpuſcule ne ſont pas infiniment plus grandes que le diametre des ſpheres, il n'eſt plus vrai en général que l'attraction que les ſpheres ou les ſuperficies ſphériques exercent, ſuive la même proportion que l'attraction de la matiére dont elles ſont formées.

Il y a cependant quelques loix d'Attraction qui ſont, pour ainſi dire, privilégiées à cet égard; c'eſt-à-dire que ces loix poſées, les ſpheres & les ſuperficies ſphériques exercent une attraction qui ſuit la même proportion que celle de la matiére qui les compoſe.

C'eſt une choſe remarquable, que ſuivant la loi d'attraction en raiſon inverſe du quarré de la diſtance établie dans la matiére, les ſpheres ſolides & les ſuperficies ſphériques exercent ſur les corps placés au dehors, une attraction qui ſuit encore la même proportion. Mais ſi cette loi s'obſerve à l'égard des corps placés au dehors, elle n'a plus lieu pour ceux qui ſont placés au dedans. Une ſphere ſolide exerce ſur un corpuſcule placé au dedans une attraction qui eſt en raiſon directe de la ſimple diſtance du corpuſcule au centre, & dans une ſurface ſphérique, l'attraction pour un corpuſcule placé au dedans eſt nulle.

Cependant cette loi ne donne point des phénomenes ſi ſinguliers qu'une autre que la Géométrie peut conſidérer, & dans laquelle l'attraction des ſpheres tant ſolides que creuſes ſuit bien plus conſtamment la loi de l'attraction générale de la matiére. La loi dont je parle eſt celle d'une attraction en raiſon directe de la ſimple diſtance des parties de la matiére. Cette loi poſée, un corpuſcule non-ſeulement placé au dehors, mais encore au dedans d'une ſphere creuſe ou ſolide, y éprouvera toûjours une attraction vers le centre, proportionnelle à ſa diſtance au centre.

Ainſi une ſphere formée d'une telle matiére, ſoit qu'elle fût creuſe, ſoit qu'elle fût ſolide, feroit mouvoir autour d'elle les corps placés au dehors dans des ellipſes dont le centre ſeroit au centre de la ſphere ; & les temps périodiques des révolutions de tous ces corps, à quelque diſtance qu'ils fuſſent placés, ſeroient égaux. Mais cette ſphere auroit encore la même propriété pour les corps placés au dedans. Quand il n'y auroit aucun corps qui fût le centre de la force dans le ſyſteme ſolaire, ſi tout le ſyſteme étoit renfermé ſous une ſuperficie ſphérique formée d'une matiére dont les parties attiraſſent en raiſon de leur diſtance, toutes les planetes ſe mouvroient dans des ellipſes, & leurs temps périodiques ſeroient égaux. Ce ſeroit préciſément les mêmes phénomenes au dehors & au dedans d'une pareille ſphere. Enfin quand la ſphere même ſeroit pleine, pourvû que ce fût d'une matiére qui n'apportât au mouvement aucune réſiſtance ſenſible, tout ſe paſſeroit encore de la même maniére.

Je ferai encore remarquer une propriété de la force centrale en raiſon directe de la diſtance ; c'eſt qu'une matiére homogene & fluide, dont les parties peſent vers un centre ſuivant cette proportion, forme en tournant autour d'un axe, un ſphéroïde dont les méridiens ſont des ellipſes. Et ſi elle circule autour d'un axe pris au dehors d'elle, elle forme un anneau dont les ſections ſont encore des ellipſes.

III. Si l'Attraction dépend de quelque émanation du corps attirant qui ſe faſſe de tous côtés par des lignes droites, on peut voir qu'elle doit ſuivre la proportion inverſe du quarré de la diſtance ; ſi elle eſt l'effet de quelque matiére étrangere qui pouſſe les corps les uns vers les autres, on pourroit peut-être encore trouver pourquoi elle ſuit cette proportion. Mais ſi l'on abandonne les cauſes phyſiques ; ſi Dieu avoit voulu établir une loi d'Attraction dans la Nature, pourquoi cette loi ſuivroit-elle la proportion qu'elle ſemble ſuivre? pourquoi l'Attraction ſeroit-elle en raiſon inverſe du quarré de la diſtance? Dans cette infinité de proportions différentes qui paroiſſent avoir un droit égal à être employées

dans la nature, y avoit-il quelque raiſon de préférence pour l'une ſur l'autre ?

Eſt-il permis de donner ici quelques idées, pour la nouveauté deſquelles je demande grace ?

Je dis que, *Suppoſé que Dieu eût voulu établir dans la matiére quelque loi d'Attraction, toutes ces loix ne devoient pas lui paroître égales.*

Les ſeuls corps autour deſquels l'Attraction, quelle qu'elle fût, pouvoit ſe faire également de tous côtés, étoient les corps ſphériques ; & le ſeul point de ces corps auquel on doit rapporter les diſtances, eſt le centre. Si donc on ſuppoſe que Dieu ait voulu que quelque corps conſervât la même propriété qui devoit être répanduë dans la matiére, d'attirer de tous côtés également les corps, ſuivant la même proportion ; il falloit que l'Attraction des parties de la matiére ſuivît une loi, telle que les corps ſphériques qui en ſeroient formés la ſuiviſſent encore. Cette uniformité pouvoit être une raiſon de préférence pour la loi où elle ſe trouvoit, & alors tous les ſyſtemes poſſibles d'Attraction n'étoient plus égaux. La raiſon métaphyſique de préférence une fois poſée, la néceſſité mathématique excluoit d'abord une infinité de ſyſtemes dans leſquels l'accord de la même loi dans les parties, & dans le tout, ne pouvoit avoir lieu.

Selon la loi d'une Attraction en raiſon inverſe du quarré de la diſtance dans les parties de la matiére, les ſpheres exercent de tous côtés ſur les corps placés au dehors une attraction qui ſuit la même proportion de la diſtance à leur centre.

Il eſt vrai que lorſqu'un corps eſt placé au dedans d'une ſphere ſolide, l'attraction ne ſuit plus la même loi, elle ſe fait alors en raiſon directe de la diſtance au centre ; mais ce qui arrive par rapport à l'attraction des ſpheres ſur des corps placés au dedans, ne doit point avoir d'analogie avec l'attraction des derniéres parties de la matiére, dont l'attraction ne peut jamais avoir lieu que ſur les corps placés hors d'elles, puiſqu'elles ſont les derniéres parties de la matiére.

Ainſi l'avantage d'uniformité que ſembleroient avoir ſur cette loi d'attraction, d'autres loix, comme celle qui ſuivroit

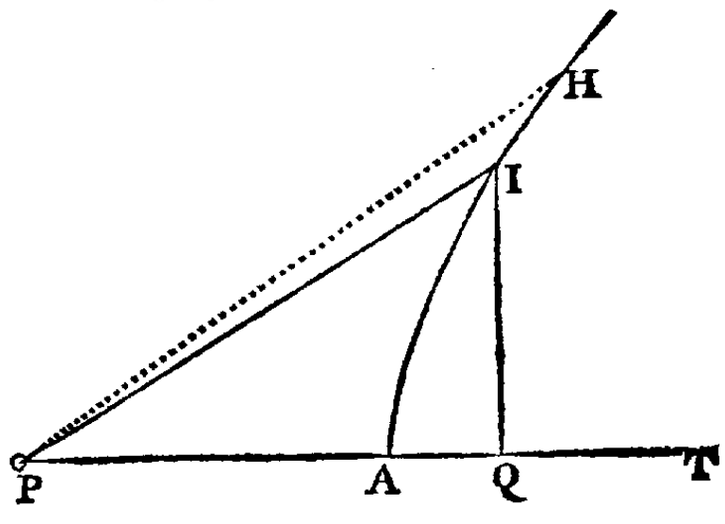
la proportion ſimple directe de la diſtance, loi qui ſe conſerve dans les ſpheres tant par rapport aux corps placés au dehors qu'aux corps placés au dedans ; cet avantage, dis-je, n'eſt point un avantage réel par rapport à l'analogie ou à l'accord de la même loi dans les parties & dans le tout. Outre qu'une loi d'attraction qui diminuë lorſque les diſtances augmentent, paroît plus conforme à l'ordre des choſes où il ſemble que les effets doivent diminuer avec l'éloignement des cauſes.

Si donc le Créateur & l'Ordonnateur des choſes avoit voulu établir quelque loi d'attraction dans la matiére, on voit & l'on va voir encore mieux par la théorie ſuivante, que toutes les loix n'auroient pas dû lui paroître égales. En effet, s'il avoit fait un choix, il y auroit eu ſans doute des raiſons pour ce choix. Je ſens la témérité qu'il y auroit à croire pouvoir pénétrer de tels myſteres; mais tout peut être propoſé, pourvû qu'on ne lui donne pas plus de poids qu'il n'en a.

PROBLEME I.

IV. *Trouver l'Attraction de la ſurface formée par la révolution de la courbe* AI, *autour de l'axe* PT, *ſur un corpuſcule placé en* P, *ſelon quelque puiſſance de la diſtance que ſe faſſe l'Attraction des parties de la ſurface !*

Solut. Concevant la ſurface ſphéroïdique compoſée d'une infinité de petites zones HI, l'attraction de chacune de ces zones eſt comme ſa quantité de matiére multipliée par une puiſſance n de ſa diſtance; & la partie de cette attraction qui tire ſuivant PT, eſt comme $\frac{PQ}{PI}$. L'on a donc l'attraction de chaque zone ſuivant PT, comme $HI \times IQ \times PI^n \times \frac{PQ}{PI}$ ou $HI \times IQ \times PI^{n-1} \times PQ$.



Soit $PA = a$, $AQ = x$, $IQ = y$; & l'on aura pour la différentielle de l'attraction, $(a + x)\ [(a + x)^2 + yy]^{\frac{n-1}{2}}$ $y\ \sqrt{(dx^2 + dy^2)}$.

V. *Scholie.* C'eſt-là la formule générale pour trouver l'attraction des ſurfaces ſphéroïdiques. Cependant comme elle eſt fort compoſée, l'on peut quelquefois, par les propriétés particuliéres des courbes, trouver des ſolutions plus abrégées & plus faciles. Si, par exemple, on cherche l'attraction d'une ſurface ſphérique, par la formule générale, on tombe dans des calculs embarraſſants, & dans des intégrations pénibles.

On trouve pour l'attraction de la ſuperficie ſphérique (le rayon étant r) $(a + x) \times (aa + 2ax + xx + 2rx - xx)^{\frac{n-1}{2}} \times \sqrt{(2rx - xx)} \times r\,dx : \sqrt{(2rx - xx)}$; ou $(a + x) \times (aa + 2ax + 2rx)^{\frac{n-1}{2}} \times r\,dx$; dont l'intégration n'eſt pas ſimple.

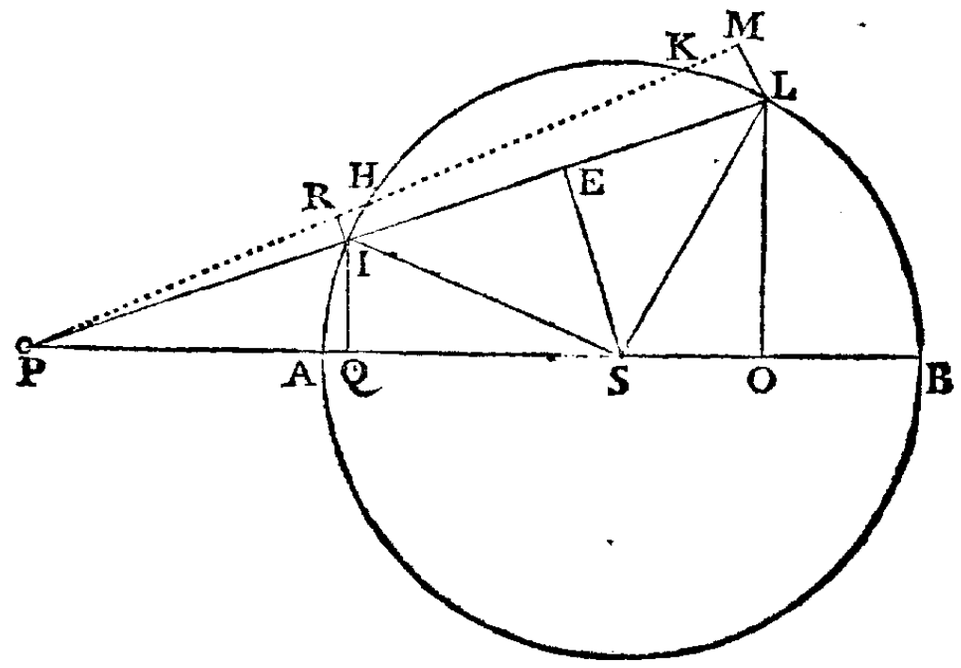
Mais ſi l'on ſe ſert de la propriété du cercle; que ſi d'un point donné, on tire des lignes quelconques, terminées à la circonférence, les rectangles des parties de ces lignes, priſes depuis le point donné, & terminées à la circonférence, ſont tous égaux; on trouve pour l'attraction de la ſuperficie ſphérique, une expreſſion plus ſimple & plus commode, qui n'a point d'involution de termes.

Voici cette maniére de trouver l'attraction d'une ſurface ſphérique.

PROBLEME II.

VI. *Trouver l'Attraction d'une ſurface ſphérique ſur un corpuſcule placé en* P, *ſelon quelque puiſſance de la diſtance que ſe faſſe l'Attraction!* *Voyés la Figure ſuivante.*

Solut. Soit $PA = a$, $PB = b$, $PI = z$, $PL = x$; &



l'équation du cercle $zx = ab$. L'on aura $AS = \frac{b-a}{2}$, $PS = \frac{a+b}{2}$, $PE = \frac{z+x}{2} = \frac{zz+ab}{2z}$.

A cauſe des Δ ESI, RHI, l'on a $SE . SI :: dz . \frac{(b-a)dz}{2SE} = HI$.

A cauſe des Δ PSE, PIQ, l'on a $PS . SE :: z . \frac{2SEz}{a+b} = IQ$.

La petite zone HI eſt proportionnelle à $HI \times IQ$, c'eſt-à-dire, $\frac{(b-a)zdz}{a+b}$. Et l'attraction ſe faiſant comme PI^n, l'on a pour l'attraction de la petite zone, $HI \times IQ \times PI^n = \frac{(b-a)z^{n+1}dz}{a+b}$. Et pour la partie de cette attraction qui s'exerce ſuivant PS; $HI \times IQ \times PI^n \times \frac{PE}{PS} = \frac{(b-a)z^{n+1}dz}{(a+b)} \times \frac{zz+ab}{z(a+b)} = \frac{b-a}{(a+b)^2} \times (z^{n+2}dz + abz^n dz)$.

L'on trouve de la même maniére pour l'attraction de la zone KL, qui accompagne toûjours la zone HI; $KL \times LO \times PL^n \times \frac{PE}{PS} = \frac{b-a}{(a+b)^2} \times (x^{n+2}dx + abx^n dx)$.

On a donc pour l'attraction des deux zones HI, KL, $\frac{b-a}{(a+b)^2} \times (z^{n+2}dz + abz^n dz + x^{n+2}dx + abx^n dx)$.

Et pour l'attraction de la ſurface formée par la révolution de l'arc IL, l'intégrale de cette quantité.

Mais il faut obſerver que z diminuant lorſque x croît, il faut faire, en intégrant, les termes où eſt z négatifs; & l'on a pour l'intégrale $\frac{b-a}{(a+b)^2} \times \left(-\frac{1}{n+3} z^{n+3} - \frac{ab}{n+1} z^{n+1} + \frac{1}{n+3} x^{n+3} + \frac{ab}{n+1} x^{n+1}\right)$.

Lorſque $z = x = \sqrt{ab}$, tout s'évanouit. D'où l'on voit qu'il n'y a point de correction à faire.

Lorſque $z = a$, $x = b$, l'on a pour l'attraction de la ſurface ſphérique entiére $\frac{b-a}{(n+3)(n+1)(a+b)^2} \times \left[\overline{n+1}(b^{n+3} - a^{n+3}) + \overline{n+3}(ab^{n+2} - a^{n+2}b)\right]$.

On peut toûjours avoir l'attraction algébriquement, excepté les deux cas d'une attraction en raiſon renverſée, ſimple, ou triplée de la diſtance; on n'a alors l'attraction que par logarithmes.

Coroll. 1. L'Attraction ſe faiſant dans la matiére en raiſon inverſe du quarré de la diſtance; l'on a $n = -2$, & pour l'Attraction de la ſurface ſphérique entiere $\frac{2(b-a)^2}{(a+b)^2}$. C'eſt-à-dire, l'attraction en raiſon directe du quarré du diametre, & en raiſon renverſée du quarré de la diſtance au centre, conformément à la propoſition 71 de M. Newton.

Coroll. 2. Concevant la ſphere compoſée d'une infinité de ſurfaces ſphériques, d'une épaiſſeur phyſique, dont les rayons diminuënt depuis $\frac{b-a}{2}$ juſqu'à 0, l'on aura pour l'attraction de chacune, ſur le corps placé en P, $\frac{2(b-a)^2}{(a+b)^2} \times d(b-a)$; & $a+b$ demeurant conſtant, l'on aura pour l'attraction de la ſphere ſolide $\frac{2}{3}\frac{(b-a)^3}{(a+b)^2}$, c'eſt-à-dire, l'attraction de la ſphere ſur le corpuſcule placé au dehors, en raiſon directe triplée du diametre, & en raiſon inverſe double de la diſtance au centre, conformément à la prop. 74.

Coroll. 3. Dans l'hypotheſe d'une attraction uniforme,

l'on a $n = 0$; & pour l'attraction de la ſurface ſphérique $\frac{(b-a)^2\,(bb+4ab+aa)}{3\,(a+b)^2}$.

Coroll. 4. Dans l'hypotheſe d'une attraction en raiſon renverſée de la quatriéme puiſſance de la diſtance; l'on a $\frac{(b-a)^2\,(bb+4ab+aa)}{3aabb\,(a+b)^2}$. D'où l'on voit que l'attraction qu'une ſurface ſphérique exerceroit dans cette hypotheſe ſur un corpuſcule, eſt à l'attraction que la même ſurface ſqhérique exerceroit dans l'hypotheſe d'une attraction uniforme, comme 1 à $aabb$.

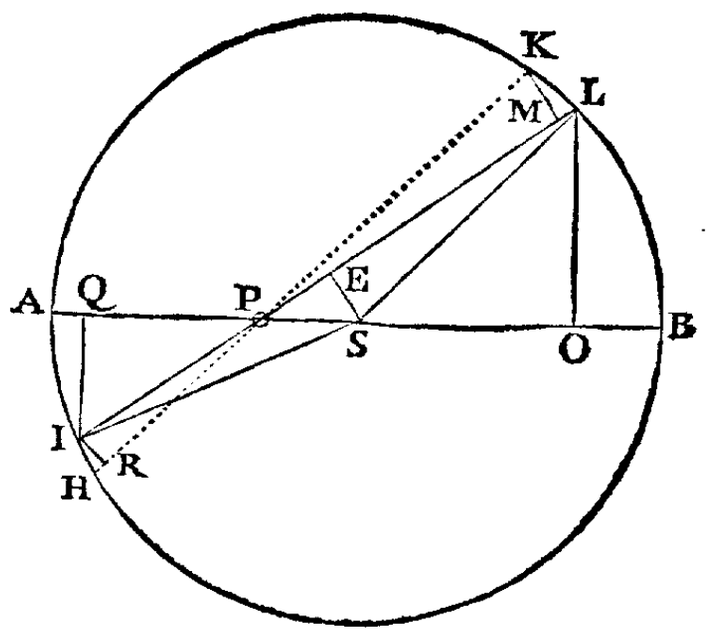
Coroll. 5. Si $n = -5$, l'on a $\frac{(b-a)^2\,(b^3+3abb+3aab+a^3)}{4a^3b^3(a+b)^2}$.

Coroll. 6. Si $n = 1$, l'on a $\frac{(b-a)^2 \cdot b+a}{4}$.

Coroll. 7. Dans l'hypotheſe d'une attraction en raiſon ſimple inverſe de la diſtance; l'on trouve pour l'attraction de la ſurface ſphérique $\frac{b-a}{2(a+b)^2} \times (bb-aa+2ab\,l\frac{b}{a})$.

Coroll. 8. Dans l'hypotheſe d'une attraction en raiſon triplée inverſe de la diſtance; l'on trouve $\frac{b-a}{2ab\,(a+b)^2} \times (bb-aa-2ab\,l\frac{b}{a})$.

VII. Lorſque le corpuſcule eſt placé au dedans de la ſurface, la même Solution ſubſiſte, en y faiſant les changements convenables.



On a alors $AP = a$, $PB = b$, $SI = \frac{a+b}{2}$, $PS = \frac{b-a}{2}$, $PE = \frac{x-z}{2} = \frac{ab-zz}{2z}$; $HI = \frac{(a+b)\,dz}{2SE}$, $IQ = \frac{2SE.z}{b-a}$. L'on aura donc l'attraction de la zone HI, $= HI \times IQ \times PI^n \times \frac{PE}{PS} = (\frac{a+b}{b-a})\,z^{n+1}\,dz$

×

$\times \frac{ab-zz}{z(b-a)}$; & l'attraction de la zone $KL = (\frac{a+b}{b-a})\, x^{n+1}\, dx \times \frac{xx-ab}{2x}$.

Mais ici ces deux forces s'oppoſent l'une à l'autre; retranchant donc la premiére de la ſeconde, l'on a pour la différence de l'attraction de la ſurface ſphérique vers S; $(\frac{a+b}{(b-a)^2})(x^{n+2}\,dx - abx^n\,dx - abz^n\,dz + z^{n+2}\,dz)$; dont l'intégrale (obſervant que x croiſſant, z diminuë) eſt $\frac{a+b}{(b-a)^2}(\frac{x^{n+3}}{n+3} - \frac{ab}{n+1}x^{n+1} + \frac{ab}{n+1}z^{n+1} - \frac{z^{n+3}}{n+3})$, qui n'a point beſoin de correction. Et pour l'attraction de la ſurface ſphérique entiére, l'on a $\frac{(a+b)}{(n+3)(n+1)(b-a)^2}[(n+1)b^{n+3} - a^{n+1}) + (n+3)a^{n+2}b - ab^{n+2})]$.

Coroll. 1. L'attraction de la matiére étant en raiſon inverſe du quarré de la diſtance; l'on a $\frac{a+b}{-(b-a)^2} \times (-b+a+b-a) = 0$. D'où l'on voit que l'attraction d'un corpuſcule placé au dedans d'une ſurface ſphérique eſt nulle. (c'eſt la propoſition 70 de M. Newton.) Dans une Planete creuſe, les animaux pourroient aller librement de tous côtés, ſans recevoir aucune impreſſion de la peſanteur. Dans toute autre hypotheſe, le corpuſcule placé au dedans de la ſurface ſphérique peſera.

On a toûjours la peſanteur algébriquement, excepté les deux hypotheſes qui dépendent de la quadrature de l'hyperbole, ſoit que le corpuſcule ſoit placé au dehors ou au dedans. On peut parcourir les différentes hypotheſes, comme on a fait pour le cas du corpuſcule extérieur, & en tirer autant de Théoremes.

Coroll. 2. Dans une ſphere ſolide, le corpuſcule placé en P, n'éprouvera aucune attraction de la ſphere creuſe, dont l'épaiſſeur eſt AP. Car il n'en éprouve aucune de chaque ſurface ſphérique, dont la multitude compoſe la ſphere creuſe. Le corpuſcule n'eſt donc attiré que par la ſphere décrite du rayon SP. Or nous avons vû ci-deſſus (Probleme préced.

Coroll. 2.) que l'attraction d'une ſphere ſur un corpuſcule extérieur étoit comme le cube du rayon diviſé par le quarré de la diſtance au centre; & dans le cas où le corpuſcule eſt placé ſur la ſuperficie, comme le rayon ou la diſtance au centre. D'où l'on voit que l'attraction d'une ſphere homogene ſur un corpuſcule placé au dedans, eſt en raiſon directe de la diſtance au centre. C'eſt la prop. 73 de M. Newton.

Coroll. 3. Si l'attraction de la matiére ſe faiſoit en raiſon directe de la diſtance; l'on auroit $n = 1$; & pour l'attraction $\frac{(a+b)}{4 \cdot 2(b-a)^2}(2b^4 - 2a^4 + 4a^3b - 4ab^3)$, ou $\frac{(a+b)}{4(b-a)^2}$ $[(b-a)^3 \times (b+a)] = \frac{(b+a)^2 \times b-a}{4}$. D'où l'on voit que dans cette hypotheſe d'une attraction proportionnelle à la diſtance, l'attraction d'un corpuſcule placé au dedans d'une ſurface ſphérique, eſt auſſi proportionnelle à ſa diſtance au centre de la ſphere.

VIII. De ce que, dans l'hypotheſe d'une attraction dans la matiére, proportionnelle à la diſtance, l'attraction de la ſuperficie ſphérique ſur un corpuſcule, ſoit qu'il ſoit placé au dehors, ſoit au dedans, eſt (en nommant le rayon R, & la diſtance D) comme $RR \times D$; on a l'attraction de chaque calotte ſphérique, comme $RRdR \cdot D$; & la ſomme de ces attractions, comme $R^3 \cdot D$. D'où l'on voit que l'attraction qu'une ſphere ſolide exerce ſur un corpuſcule placé, ſoit au dedans, ſoit au dehors, eſt proportionnelle à la ſimple diſtance au centre.

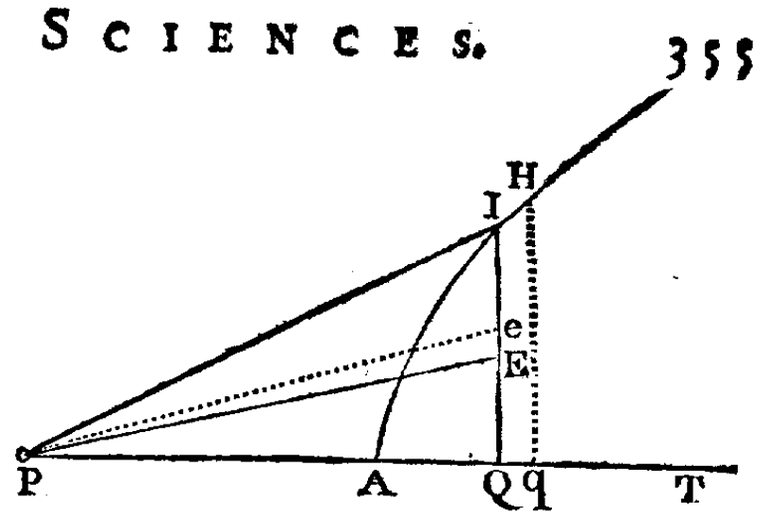
PROBLEME III.

Voy. la Figure ſuivante.

IX. *Trouver l'Attraction du ſolide formé par la révolution de la courbe* AI, *autour de l'axe* AT, *& terminé par la révolution de l'ordonnée* IQ, *ſur un corpuſcule placé en* P; *ſelon quelque puiſſance de la diſtance que ſe faſſe l'Attraction?*

Solution. Concevant le ſolide compoſé d'une infinité de tranches circulaires IQ; je cherche d'abord l'attraction de

chaque plan IQ, en ſuppoſant PQ & IQ conſtants. Le plan IQ eſt compoſé d'une infinité d'anneaux circulaires Ee; & l'attraction de chacun de ces anneaux eſt comme



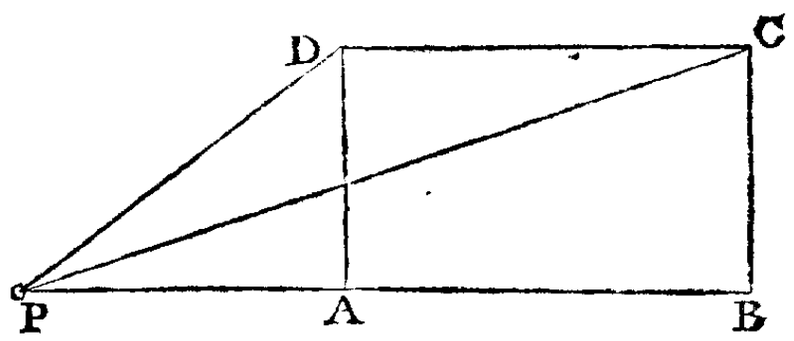
$Ee \times EQ \times PE^n \times \frac{PQ}{PE} = dQE \times QE \times PE^{n-1} \times PQ$. Mais à cauſe de $PE^2 = PQ^2 + QE^2$, l'on a $dQE \times QE = dPE \times PE$. Et ſubſtituant cette valeur dans l'expreſſion précédente, l'on a pour l'attraction du petit anneau Ee, $PQ \times PE^n\, dPE$. Et pour l'attraction du plan QE, $\frac{PQ}{n+1} \times PE^{n+1} + A$.

Pour corriger cette attraction, il faut que lorſque $PE = PQ$, elle ſoit zero. L'on a donc $A = -\frac{PQ^{n+2}}{n+1}$. L'attraction du plan QE eſt donc $\frac{PQ}{n+1}\,(PE^{n+1} - PQ^{n+1})$. Et l'attraction du plan entier QI eſt $\frac{PQ.\,PI^{n+1}}{n+1} - \frac{PQ^{n+2}}{n+1} =$ (faiſant $PA = a$, $AQ = x$, $QI = y$) $\frac{1}{n+1}\,[(a+x)\,(aa+2ax+xx+yy)^{\frac{n+1}{2}} - (a+x)^{n+2}]$. Et le ſphéroïde étant compoſé de la multitude des tranches $IQqH$, l'on a pour la différentielle de ſon attraction, $\frac{1}{n+1}\,[(a+x)\,(aa+2ax+xx+yy)^{\frac{n+1}{2}}\,dx - (a+x)^{n+2}\,dx]$.

X. Cette Solution n'eſt que la 90 & 91me propoſition de M. Newton.

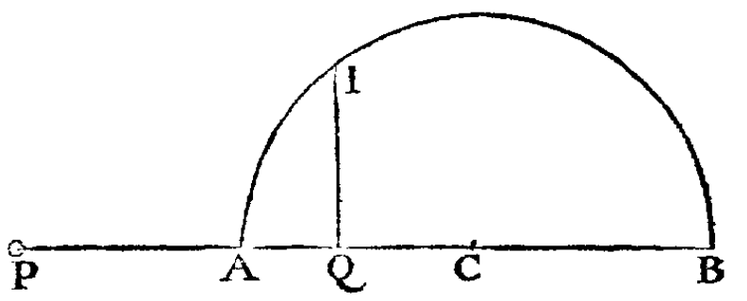
Exemple 1. Soit le ſolide un cylindre formé par la révolution du parallelogramme $ABCD$ autour de l'axe PB, $AB = b$, & $AD = c$; l'on aura pour la différentielle de ſon attraction, $\frac{1}{n+1}[(adx + xdx)\,(aa + cc + 2ax + xx)^{\frac{n+1}{2}}$ *Voyés la Figure ſuivante.*

$-(a+x)^{n+2}dx]$, dont l'intégrale eſt $\frac{1}{n+1.n+3}[(aa+cc+2ax+xx)^{\frac{n+3}{2}} - (a+x)^{n+3}] + A$. Pour déterminer A, il faut que lorſque $x=0$, l'attraction ſoit nulle; l'on a donc $\frac{-1}{n+1.n+3}(aa+cc)^{\frac{n+3}{2}} + a^{n+3} = A$. Et pour l'attraction corrigée $\frac{1}{n+1.n+3}$ $[(aa+cc+2ax+xx)^{\frac{n+3}{2}} - (aa+cc)^{\frac{n+3}{2}} - (a+x)^{n+3} + a^{n+3}]$. Et pour l'attraction du ſolide entier, $\frac{1}{n+1.n+3}[(aa+cc+2ab+bb)^{\frac{n+3}{2}} - (aa+cc^{\frac{n+3}{2}} - (a+b)^{n+3} + a^{n+3}]$.



L'attraction ſe faiſant en raiſon inverſe du quarré de la diſtance; l'attraction du cylindre ſera comme $b - \sqrt{(aa+bb+2ab+cc)} + \sqrt{(aa+cc)}$ c'eſt-à-dire comme $AB - PC + ID$, conformément à la propoſition 91.

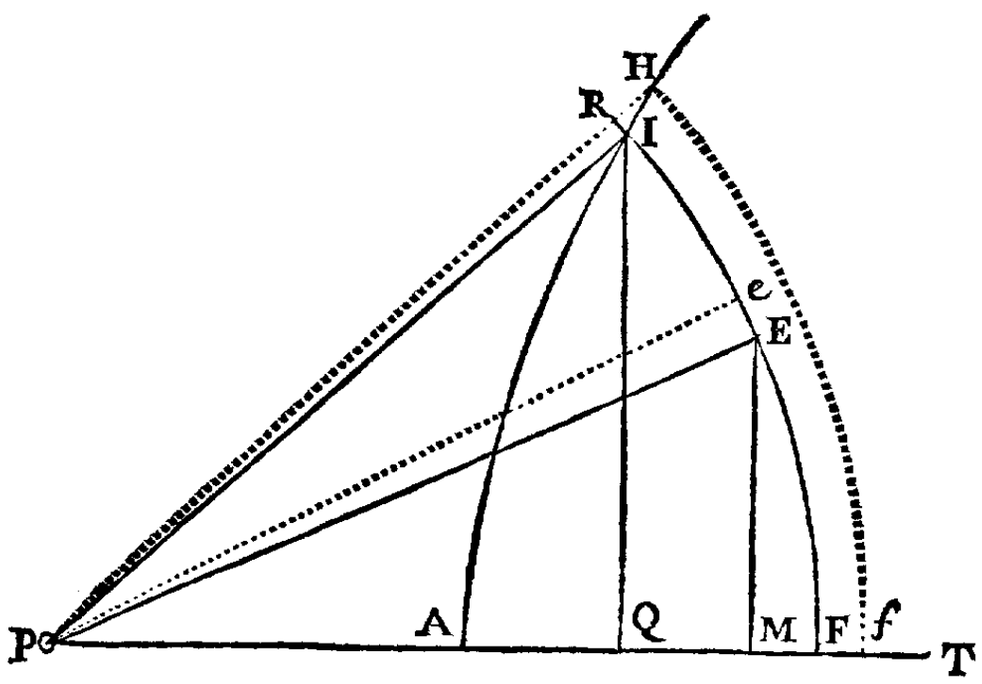
Exemple 2. Soit le ſolide une ſphere formée par la révolution du demi-cercle AIB, dont le rayon $= r$; On a pour la différentielle de l'attraction, $\frac{1}{n+1}[(adx+xdx)(aa+2ax+2rx)^{\frac{n+1}{2}} - (a+x)^{n+2}dx]$, dont l'intégration demanderoit des transformations que je ne fais point, parce que la ſolution eſt plus élégante par une autre méthode. On voit cependant ici facilement que dans l'hypotheſe d'une attraction en raiſon inverſe triplée ou quintuplée de la diſtance, l'attraction de la ſphere dépend de la quadrature de l'hyperbole.



Mais dans l'hypotheſe d'une attraction en raiſon ſimple inverſe, elle en dépend encore plus, pour ainſi dire, par cette méthode. Car on ne peut pas parvenir à la différentielle même de l'attraction ſans logarithmes, auſquels il faudroit avoir recours, dès en cherchant l'attraction des plans *IQ*.

PROBLEME IV.

XI. *Trouver l'Attraction du ſolide formé par la révolution de la courbe* AI *autour de l'axe* PT, *& terminé par la révolution de l'arc de cercle* IF *décrit du centre* P, *ſur un corpuſcule placé en* P, *ſelon quelque puiſſance de la diſtance que ſe faſſe l'Attraction?*

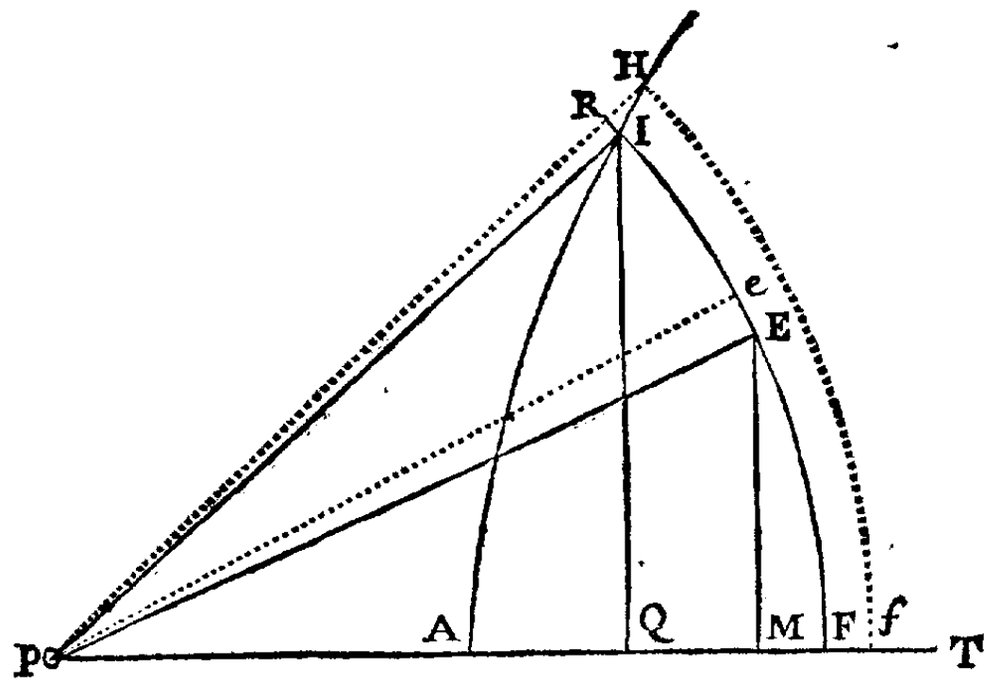


Solut. Concevant le ſphéroïde compoſé d'une infinité de calottes ſphériques *IFfH*, je cherche l'attraction de chacune, en ſuppoſant *PF* & *IQ* conſtants.

La calotte *IF* eſt compoſée d'une infinité d'anneaux circulaires *Ee*; & l'attraction de chacun de ces anneaux eſt comme $Ee \times EM \times PE^n \times \frac{PM}{PE} = Ee \times EM \times PE^{n-1}.PM$.

Mais par la propriété du cercle $Ee \times EM = PE \times dPM$; & ſubſtituant cette valeur dans l'expreſſion précédente, l'on a pour l'attraction de l'anneau *Ee*, $PE^n \times PM \times dPM$; & pour l'attraction de la calotte *FE*, $A - \frac{PE^n \times PM^2}{2}$.

Pour corriger cette intégrale, il faut que lorſque *PM*



$= PE$, elle ſoit $=$ o, l'on a donc $A = \frac{PE^{n+2}}{2}$; & pour l'attraction de la calotte entiére FI, $\frac{1}{2}(PI^{n+2} - PQ^2 \times PI^n)$ $= \frac{1}{2} PI^n \times (PI^2 - PQ^2) = \frac{1}{2} PI^n \times IQ^2 =$ (faiſant $PA = a$, $AQ = x$, $IQ = y$) $\frac{1}{2}[(a+x)^2 + yy]^{\frac{n}{2}} \times yy$.

Et le ſphéroïde étant formé par la multitude des calottes $IFfH$, l'on a pour la différentielle de ſon attraction, $\frac{1}{2}[(a+x)^2+yy]^{\frac{n-1}{2}} yy \times (adx + xdx + ydy)$.

XII. *Schol.* Si le ſolide eſt une ſphere dont le rayon $= r$, la différentielle de l'attraction ſera $\frac{1}{2}(aa+2ax+2rx)^{\frac{n-1}{2}}$ $(2rx - xx)\,(adx + rdx)$, dont l'intégration ſeroit embarraſſante ; mais ſans avoir recours à cette intégration ni aux quadratures dont M. Newton ſe ſert, prop. 80 & 81, on peut avoir cette attraction plus élégamment de la maniére ſuivante.

Lorſqu'on eſt parvenu à la différentielle de l'attraction, $\frac{1}{2} PI^n \times IQ^2 \times dPI$, on cherchera par la propriété du cercle AI la relation entre $PI\,(z)$ & $IQ\,(y)$, & l'on a

$$yy = \frac{-z^4 + 4rrzz + 4arzz + 2aazz - 4aarr - 4a^3r - a^4}{4(a+r)^2} ;$$

& ſubſtituant cette valeur dans la différentielle de l'attraction, $\frac{1}{2} z^n \times yy\,dz$, l'on a

$\frac{1}{2}\left(\frac{-z^{n+4}+4rrz^{n+2}+4arz^{n+2}+2aaz^{n+2}-4aarrz^{n}-4a^{3}rz^{n}-a^{4}z^{n}}{4(a+r)^{2}}\right)dz;$

& cette expreſſion eſt la même lorſque le corpuſcule eſt ſitué au dedans de la ſphere, avec cette ſeule différence que les termes où ſe trouvent les puiſſances impaires de a ont des ſignes différents.

Cette différentielle n'ayant aucune involution de termes, s'intégrera toûjours facilement, excepté non-ſeulement les deux cas que M. Newton a remarqués de l'attraction en raiſon inverſe ſimple, ou triplée de la diſtance, mais le cas auſſi de l'attraction en raiſon inverſe de la cinquiéme puiſſance. Ces trois cas dépendent de la quadrature de l'hyperbole, & s'intégrent facilement par logarithmes.

XIII. L'attraction de la ſphere ſera en général

$$\frac{1}{8(r+a)^{2}}\left(-\frac{z^{n+5}}{n+5}+\frac{4rrz^{n+3}}{n+3}+\frac{4arz^{n+3}}{n+3}+\frac{2aaz^{n+3}}{n+3}-\frac{4aarrz^{n+1}}{n+1}-\frac{4a^{3}rz^{n+1}}{n+1}-\frac{a^{4}z^{n+1}}{n+1}+A\right).$$

Pour avoir cette intégrale complette, il faut que lorſque $z=a$, elle s'évanouiſſe. On a donc

$$\frac{1}{8(r+a)^{2}}\left(-\frac{z^{n+5}}{n+5}+\frac{4rrz^{n+3}}{n+3}+\frac{4arz^{n+3}}{n+3}+\frac{2aaz^{n+3}}{n+3}-\frac{4aarrz^{n+1}}{n+1}-\frac{4a^{3}rz^{n+1}}{n+1}-\frac{a^{4}z^{n+1}}{n+1}+\frac{a^{n+5}}{n+5}-\frac{4rra^{n+3}}{n+3}-\frac{4ra^{n+4}}{n+3}-\frac{2a^{n+5}}{n+3}+\frac{4rra^{n+3}}{n+1}+\frac{4ra^{n+4}}{n+1}+\frac{a^{n+5}}{n+1}\right).$$

Et pour l'attraction de la ſphere entiére, lorſque $z=a+2r$,

$$\frac{1}{8(r+a)^{2}}\left[-\frac{(a+2r)^{n+5}}{n+5}+\frac{4rr(a+2r)^{n+3}}{n+3}+\frac{4ar(a+2r)^{n+3}}{n+3}+\frac{2aa(a+2r)^{n+3}}{n+3}-\frac{4aarr(a+2r)^{n+1}}{n+1}-\frac{4a^{3}r(a+2r)^{n+1}}{n+1}-\frac{a^{4}(a+2r)^{n+1}}{n+1}+\frac{a^{n+5}}{n+5}-\frac{4rra^{n+3}}{n+3}-\frac{4ra^{n+4}}{n+3}-\frac{2a^{n+5}}{n+3}+\frac{4rra^{n+3}}{n+1}+\frac{4ra^{n+4}}{n+1}+\frac{a^{n+5}}{n+1}\right].$$

Scholie. L'attraction de la matiére ſe faiſant en raiſon inverſe du quarré de la diſtance; on a $n=-2$, & l'on trouvera, ſi l'on ſe donne la peine de faire le calcul, que l'attraction qu'éprouve un corpuſcule placé au dehors de la ſphere, eſt

en raiſon renverſée du quarré de ſa diſtance au centre, & que l'attraction d'un corpuſcule placé au dedans, eſt en raiſon ſimple directe de ſa diſtance, conformément à ce que nous avons vû (§. VI. Cor. 1. & §. VII. Cor. 2.)

Si l'attraction de la matiére ſe faiſoit en raiſon ſimple directe de la diſtance; on auroit $n = 1$, & l'on trouveroit l'attraction de la ſphere, ſur un corpuſcule placé tant au dehors qu'au dedans, proportionnelle à la ſimple diſtance au centre, conformément à l'art. VIII.

Lorſque $n = -1$, on a pour l'attraction de la ſphere entiére $\frac{1}{8(a+r)^2}\left[-\frac{(a+2r)^4}{4} + (2rr+2ar+aa)(a+2r)^2 + \frac{a^4}{4} - (2rraa+2ra^3+a^4) - (4rraa+4ra^3+a^4)l\left(\frac{a+2r}{a}\right)\right]$.

Lorſque $n = -3$, on a $\frac{1}{8(a+r)^2} \times \left[-\frac{(a+2r)^2}{2} + \frac{(4rraa+4ra^3+a^4)}{2(a+2r)^2} - (2rr+2ra) + (4rr+4ar+2aa)\, l\left(\frac{a+2r}{a}\right)\right]$.

Lorſque $n = -5$, on a $\frac{1}{8(a+r)^2}\left[l\left(\frac{a}{a+2r}\right) - \frac{(2rr+2ar+aa)}{(a+2r)^2} + \frac{4aarr+4a^3r+a^4}{4(a+2r)^4} + \frac{rr+ra}{aa} + \frac{3}{4}\right]$.

Voilà les trois cas dans leſquels l'attraction de la ſphere dépend des logarithmes.

Dans le premier; la diſtance du corpuſcule qui eſt a, ne ſe trouve ſeule que dans le numérateur des termes algébriques. Ainſi lorſque cette diſtance eſt nulle, elle n'augmente point l'attraction. Quant au terme logarithmique $l\left(\frac{a+2r}{a}\right)$, il eſt vrai qu'il devient infini, lorſque $a = 0$, mais ſon coëfficient devient alors $= 0$. Et par cette deſtruction, ce terme n'apporte pas de différence à l'attraction.

Dans le cas $n = -3$; a ne ſe trouve ſeul que dans le numérateur des termes algébriques, & par-là n'augmente point l'attraction ; mais le terme logarithmique $l\left(\frac{a+2r}{a}\right)$ ou $l\left(\frac{2r}{0}\right)$ eſt alors infini, & ſon coëfficient $4rr$ ne détruit

point

point ſon infinité. Ainſi l'attraction augmente infiniment, lorſque le corpuſcule touche la ſphere.

Enfin dans le cas $n = -5$, & dans tous les cas où n eſt au deſſous de -3, on voit par l'inſpection de notre expreſſion générale, que a ſe trouve ſeul au dénominateur, & augmente infiniment l'attraction par ſa nullité.

D'où l'on tire cette propoſition ſinguliére.

XIV. *Si l'Attraction qu'un corps éprouve, lorſqu'il touche le corps attirant, eſt beaucoup plus forte que celle qu'il éprouve au moindre éloignement ; l'attraction des parties du corps attirant, décroît en raiſon plus que doublée des diſtances.*

Et ſi l'attraction des parties du corps attirant décroît en raiſon triplée ou plus que triplée des diſtances, l'attraction ſera beaucoup plus forte dans le contact que dans le plus petit éloignement des deux corps.

Cette propoſition, qui ſe trouve démontrée pour les ſpheres dans les articles précédents, s'étend ici aux corps, de quelque figure qu'ils ſoient; car cela ſe trouvant vrai à l'égard des ſpheres, quelque matiére qu'on leur ôte ou qu'on leur ajoûte hors du point d'attouchement, on ne changera pas conſidérablement l'attraction produite par le contact.

Scholie. La peſanteur ſe faiſant en raiſon inverſe du quarré de la diſtance, les corps n'éprouvent pas une peſanteur ſenſiblement différente, ſoit qu'ils ſoient proches de la Terre, ſoit qu'ils la touchent.

Il n'en ſeroit pas ainſi, ſi la peſanteur décroiſſoit comme les cubes, ou dans quelque raiſon plus grande ; les corps éprouveroient une peſanteur extrêmement plus grande, lorſqu'ils toucheroient la Terre que lorſqu'ils en ſeroient à la plus petite diſtance; & ayant une fois touché la Terre, il eût fallu une force extrême pour les en ſéparer.

XV. *Scholie.* Cette propoſition eſt la ſource d'où M. Keil a tiré toutes ces loix d'attraction qui forment un petit Traité de trente propoſitions qui ſe trouvent à la fin de la dernière édition de ſes ouvrages, & dont il avoit promis les démonſtrations & une plus grande explication, que je ne ſçache pas qu'il ait données.

M. Keil & pluſieurs philoſophes Anglois, après M. Newton, ont crû trouver dans les corps, outre cette attraction qui, à des diſtances immenſes, regle le mouvement des Planetes, une autre eſpece d'attraction inſenſible dans l'éloignement, mais très-puiſſante dans le contact, capable de produire les précipitations, les coagulations, les criſtalliſations, & une infinité d'autres phénomenes qu'on attribuë aux adhéſions & aux affinités, dont les noms ſont plus doux. Enfin M. Friend a donné une Chimie, toute déduite de ce principe.

On explique par cette attraction, l'élevation des liqueurs entre deux lames de verre, & dans des tuyaux où il ne paroît pas que ce que nous ſçavons du poids de l'Atmoſphere, les puiſſe tenir ſuſpenduës. La rondeur des gouttes des fluides, la difficulté de ſéparer deux Marbres polis qui ſe joignent; enfin la dureté des corps.

L'Attraction dont il eſt ici queſtion, puiſqu'elle ſeroit inſenſible dans l'éloignement, & ſi forte dans le contact, ſuivroit néceſſairement une autre loi que celle du quarré de la diſtance; & l'on voit, par ce que nous venons de dire, qu'elle ſeroit au moins en raiſon inverſe du cube de la diſtance, ou de quelque puiſſance plus élevée que le cube.

XVI. *Scholie.* Après avoir déterminé en général, l'attraction d'une ſphere, ou de tel corps qu'on voudra, pour une puiſſance quelconque n de ſa diſtance, ſelon laquelle on ſuppoſe que ſe faſſe l'attraction des parties de la matiére; on peut réſoudre ce Probleme curieux : *découvrir ſelon quelle loi ſe fait l'Attraction d'une matiére donnée!* Car ayant formé de cette matiére, un de ces corps, dont on a trouvé l'attraction en général, on cherchera par des expériences, la loi de l'attraction de ce corps, & faiſant l'attraction de ce corps pour un expoſant indéterminé n, proportionnelle ou égale à l'attraction découverte par expérience, on auroit une équation qui déterminéroit n, c'eſt-à-dire, qui détermineroit l'expoſant de la diſtance, ſelon lequel ſe fait l'attraction des parties de la matiére.

DESCRIPTION

D'une Machine pour meſurer la vîteſſe des Eaux courantes, & le ſillage des Vaiſſeaux.

Par M. PITOT.

12 Novemb. 1732.

LEs changements & toutes les variétés qui arrivent au courant des Fleuves & des Riviéres, demandent une étude particuliére & de grandes attentions, ſoit pour prévenir les ravages cauſés par leurs débordements & leurs changements de lit, ſoit pour les rendre navigables, lorſqu'elles ne le ſont pas, ou qu'elles ne le ſont que dans certains temps. Leurs différentes pentes, la chûte de leurs eaux, les contours & les coudes de leurs bords, les qualités de leurs lits, ſont les principales cauſes de ces variétés.

Les pentes différentes rendent le courant des eaux tantôt plus grand & tantôt plus petit ; les coudes & les ſinuoſités des bords en détournent le fil, les lits ſont ſouvent creuſés dans les endroits où la rapidité eſt plus grande pendant que les bords ſont rongés, minés & emportés par le courant & le fil de l'eau. D'un autre côté les eaux vont dépoſer les ſables, les limons enlevés du fond ou des bords, aux endroits où elles ont le moins de vîteſſe, où elles ſont preſque dormantes. Ces dépoſitions forment des atterriſſements & quelquefois des iſles ; les atterriſſements & les iſles détournent enſuite le fil de l'eau, ce qui cauſe de nouveaux changements. Comme ces variétés & ces changements ſont preſque toûjours dommageables, on y remedie le plus qu'on peut par des levées, des digues, des jettées ; mais ces ouvrages, en détournant le fil de l'eau, cauſent néceſſairement de nouveaux effets. Tous ces effets oppoſés ſe ſuccedent continuellement, ſe combinent, enſorte qu'il eſt très-difficile d'en connoître les produits ou les réſultats. Cette connoiſſance eſt cependant

abſolument néceſſaire pour prévenir les deſordres que cauſent la plûpart des Fleuves, & pour tirer de ces mêmes Fleuves le parti le plus avantageux ; il arrive même que les ouvrages que l'on conſtruit d'un côté pour ſe mettre à l'abri & ſe garantir, nuiſent ailleurs en détournant le fil de l'eau, ce qui donne ſouvent lieu à de grandes conteſtations.

Quoiqu'on ait beſoin de bien des connoiſſances, & de faire bien des obſervations pour prévenir les ravages cauſés par la rapidité des eaux des Fleuves, il eſt certain que les plus importantes ſont de connoître leurs degrés de vîteſſe, de voir les endroits où la rapidité eſt la plus grande, & de déterminer par ce moyen la direction du fil de l'eau.

Il y a un grand nombre d'autres occaſions où l'on a beſoin de connoître la vîteſſe des eaux des Riviéres, des Aqueducs, des Ruiſſeaux, des Fontaines, ſoit pour la meſure & la jauge des mêmes eaux, ce qui arrive fort ſouvent pour des projets de Canaux de navigation, ſoit pour connoître la force de l'eau ſur les aubes des roues de Moulin, ou de toute autre machine, mues par des courants d'eau, & calculer l'effet de ces mêmes machines, ſoit enfin pour connoître l'endroit le plus avantageux d'une Riviére, pour placer un Moulin, une Pompe, ou autre machine.

Le ſeul moyen dont on s'eſt ſervi juſqu'à préſent pour meſurer la vîteſſe des eaux courantes, eſt de jetter dans le courant un morceau de bois ou une boule de cire, & de meſurer le chemin parcouru par le morceau de bois ou la boule de cire dans une ou pluſieurs minutes. Cette méthode eſt fort imparfaite, car 1.° ſi l'on ſe ſert d'un morceau de bois, la réſiſtance de l'air l'empêche de deſcendre auſſi vîte que le courant, & ſi l'on ſe ſert d'une boule de cire, on la perd preſque toûjours de vûë. 2.° Il n'eſt pas poſſible, à moins que de prendre des ſoins très-pénibles, de meſurer exactement le chemin parcouru. 3.° Deux expériences faites au même endroit d'une Riviére, donnent ſouvent des vîteſſes fort différentes, parce que le morceau de bois ou la boule de cire ne prennent pas toûjours le même fil de l'eau.

Mais les inconvenients les plus conſidérables de cette méthode ſont de ne pouvoir pas connoître la vîteſſe de l'eau dans les endroits où il importe le plus de la connoître, comme à l'entrée ou à la ſortie d'une Arche de Pont, ou enfin à quelque autre endroit où l'on a deſſein de placer une rouë de Moulin, ou quelque autre machine.

La queſtion de ſçavoir ſi la vîteſſe des eaux vers le fond des Riviéres eſt plus grande ou plus petite qu'à leur ſurface, eſt curieuſe, & a ſouvent partagé les ſentiments des ſçavants; car d'un côté les eaux inférieures étant preſſées par les ſupérieures, il ſemble qu'elles doivent être forcées à couler plus vîte; de plus la chûte des eaux depuis leurs ſources juſqu'au fond des Riviéres étant plus grande que depuis les mêmes ſources juſqu'à la ſurface, & les vîteſſes étant par le principe fondamental des Hydrauliques en raiſon ſouſdoublée des hauteurs ou des chûtes, la vîteſſe des eaux vers le fond devroit être plus grande que vers la ſurface. M.rs Guglielmini & Varignon ont donné ſur ce principe une regle pour connoître la hauteur de la chûte d'une Source ou la pente totale d'une Riviére, en connoiſſant ſeulement deux vîteſſes différentes priſes à deux degrés de profondeur, mais cette regle eſt de pure ſpéculation.

D'un autre côté on oppoſe à toutes ces raiſons la quantité du frottement des eaux contre le fond ou le lit & les bords des Fleuves : il eſt vrai, comme je crois l'avoir démontré dans un Mémoire en 1730, que cette quantité de frottements eſt prodigieuſe, & il eſt heureux qu'elle le ſoit, car ſans les frottements, les Fleuves & les Riviéres ne ſeroient pas navigables, en voici une preuve bien ſenſible. Si l'on calcule par les principes du mouvement des eaux la vîteſſe que celles des Fleuves doivent prendre par leur chûte de la hauteur de leur ſource, en faiſant abſtraction des frottements, on trouvera toûjours cette vîteſſe vingt fois & ſouvent plus de trente fois plus grande que celle que les eaux des mêmes Fleuves ont réellement ; ainſi ſans les frottements preſque toutes les eaux courantes ſeroient des torrents affreux dont on ne tireroit aucun avantage.

Puiſque les eaux ſont rallenties ſi conſidérablement par les frottements de leurs lits & des bords, il eſt naturel de penſer que celles qui ſont près du fond ſont plus rallenties que celles qui ſont à la ſurface. Toutes ces queſtions également utiles & curieuſes, peuvent être éclaircies ſur le champ avec une grande facilité au moyen de l'inſtrument que je propoſe, puiſque l'opération en eſt auſſi ſimple que celle de plonger un bâton dans l'eau & de le retirer. Par cette machine on meſurera la juſte quantité de la vîteſſe des eaux à telle profondeur qu'on voudra, & cela auſſi aiſément qu'à leur ſurface. On meſurera auſſi la vîteſſe de l'eau à l'entrée & à la ſortie des Arches de Pont, & il ſera toûjours aiſé de trouver l'endroit du courant où elle eſt la plus grande.

Deſcription de la Machine.

A B eſt une Tringle de bois taillée en forme de priſme triangulaire ; ſur le milieu d'une des trois faces de cette Tringle on a creuſé une rainure capable de loger deux Tuyaux de verre blanc ; l'un de ces Tuyaux eſt courbé à angle droit en *D,* & le bout *DE* paſſe par un trou fait à la Tringle.

La face *C D,* dans laquelle les Tuyaux ſont logés, eſt diviſée en pieds & pouces. *FGIL* eſt une Regle mobile de cuivre refenduë dans le milieu ſur preſque toute ſa longueur de la quantité de la ſomme des diametres des Tuyaux, enſorte qu'elle ne couvre les Tuyaux qu'à ſes extrémités & un peu à ſon milieu. Un des côtés de cette Regle eſt diviſé en pieds & pouces pour les hauteurs des chûtes d'eau, & l'autre côté en pieds & pouces de vîteſſe de l'eau relative aux hauteurs, ainſi que nous l'expliquerons bientôt. Elle eſt retenuë par des petites plaques de cuivre qui embraſſent la Tringle, & qui la ſerrent au moyen de trois vis *K,* enſorte qu'on peut arrêter la Regle à telle hauteur qu'on veut de la Tringle.

A l'égard des meſures ou des dimenſions de la Machine, on pourra prendre la vîteſſe de l'eau à une profondeur d'autant plus grande que la Tringle & les Tuyaux ſeront plus longs, en obſervant d'augmenter la groſſeur ou la force de

la Tringle à proportion de ſa longueur, on lui donnera environ 1 pouce $\frac{1}{2}$ de largeur à chaque face ſur une longueur de 6 pieds, & on la fera du bois le plus fort qu'on trouvera. Comme les plus grandes vîteſſes des Fleuves ne vont gueres au de-là de 10 pieds par ſeconde, il ſuffit de donner à la Regle mobile de cuivre 18 ou 20 pouces de longueur.

Le premier Tuyau étant recourbé à angle droit, & le ſecond étant tout droit, ſi l'on met la Machine dans une eau dormante, l'eau s'élevera à la hauteur de ſon niveau dans les deux Tuyaux. Mais dans une eau courante, elle s'élevera dans le premier Tuyau à la hauteur relative à la force du courant, pendant qu'elle reſtera à ſon niveau dans le ſecond Tuyau.

Nous ajoûterons encore que pour rendre le niveau de l'eau plus apparent dans les Tubes de verre, nous avons paſſé un blanc de céruſe broyé à l'huile dans la rainure.

Rien n'eſt plus ſimple que l'uſage & la maniére de ſe ſervir de cette Machine. Si l'on veut, par exemple, meſurer la vîteſſe de l'eau à ſa ſurface, on arrêtera par le moyen des vis la Regle de cuivre ſur la premiére diviſion de la Tringle, & on préſentera l'ouverture du Tuyau recourbé au courant, alors le niveau de l'eau du ſecond Tuyau étant ſur la premiére diviſion de la Regle, on verra monter l'eau dans le premier juſqu'à une certaine hauteur; cette hauteur ſera marquée en pouces & lignes ſur le côté droit de la Regle, & on aura les pieds & pouces de vîteſſe du courant marqués ſur ſon côté gauche.

Si on veut avoir la vîteſſe du courant à un, deux ou trois pieds de profondeur, on arrêtera ſimplement la Regle mobile ſur ces mêmes diviſions de la Tringle, & on operera comme ci-deſſus.

Il eſt aiſé de diriger l'ouverture du Tuyau vis-à-vis le fil de l'eau, car en tournant doucement la Machine, on verra le point où l'eau s'éleve le plus dans le premier Tuyau. Que ſi on tourne l'ouverture du côté oppoſé au courant, dès qu'on aura paſſé la perpendiculaire à ſa direction, l'eau reſtera à la même hauteur dans les deux Tuyaux.

Il arrive aſſés ſouvent que le courant des eaux dans un même endroit d'une Riviére varie plus ou moins, c'eſt-à-dire, que la vîteſſe eſt tantôt plus grande & tantôt plus petite, principalement aux endroits où il y a peu de profondeur d'eau, & où le fond eſt plus raboteux ; alors on voit l'élévation de l'eau dans le premier tuyau tantôt plus grande, tantôt plus petite, & dans des balancements preſque continuels. Il faut dans ce cas prendre le milieu entre ces balancements, ou entre la plus grande & la moindre élévation pour avoir la vîteſſe moyenne.

Les vagues cauſées par le vent occaſionnent auſſi de ces balancements, c'eſt pourquoi il faut éviter de faire ces expériences lorſqu'il fait beaucoup de vent.

On pourra faire par le moyen de cette Machine un grand nombre d'obſervations ſur les eaux courantes, utiles & curieuſes ; pour connoître, par exemple, la vîteſſe moyenne du total des eaux d'une Riviére ; pour ſçavoir ſi les augmentations de vîteſſe ſont proportionnelles aux accroiſſements des eaux, ou dans quel rapport ; pour voir quelle eſt la relation entre les volumes d'eau & la quantité des frottements, &c. Toutes ces expériences demandent du temps, nous en avons commencé quelques-unes, & nous nous propoſons de les ſuivre. Nous en rapporterons ſeulement deux ou trois des principales que nous avons faites ſous les Ponts de Paris.

Comme on peut faire au Pont-Royal très-commodément des obſervations ſur les augmentations de vîteſſe des eaux de la Seine relatives à leurs accroiſſements, à cauſe des diviſions qu'on a eu ſoin de marquer ſur les arriéres-becs des deux premiéres piles de chaque côté de la Riviére ; j'ai été le 19 Août dernier au Pont-Royal, la Riviére étoit fort baſſe, ſa ſurface répondoit à 14 pouces au deſſus du chiffre 4 ; je meſurai en même temps la vîteſſe de l'eau ſous la grande Arche avec ma machine, & je trouvai qu'elle n'avoit qu'un pied & demi de vîteſſe par ſeconde, tant à ſa ſurface qu'à 1, 2 & 3 pieds de profondeur. Il me parut ſingulier que l'eau fût plus lente ſous le Pont qu'au deſſus & au deſſous, mais

j'en

j'en remarquai la cauſe ſur le champ, c'eſt que ſous le Pont ſa profondeur eſt beaucoup plus grande, qu'ainſi le volume d'eau qui y paſſe eſt réciproque à ſa vîteſſe.

Depuis le 19 Août juſqu'à la fin de Septembre la Riviére eſt reſtée à peu-près dans le même état, mais enfin les pluyes du 25 au 30 la firent augmenter de 6 pouces, je trouvai ſon niveau à 8 pouces au deſſus de la même marque ou du chiffre 4 dont je viens de parler ; je trouvai enſuite la vîteſſe de l'eau ſous la grande Arche de 2 pieds par ſeconde, tant à ſa ſurface qu'à 4 pieds de profondeur.

La Riviére étant dans le même état que le 19 Août, je meſurai le 10 Septembre la vîteſſe de l'eau ſous la cinquiéme Arche du Pont-Neuf, à compter du Quai de l'Ecole, je la trouvai à ſa ſurface de 4 pieds 3 pouces, à un pied de profondeur de 4 pieds, à deux pieds de profondeur de 3 pieds 9 pouces, & à trois pieds de profondeur de 3 pieds 6 pouces.

Je pris en même temps la vîteſſe de l'eau à 30 toiſes au deſſus du Pont, & je trouvai 3 pieds de vîteſſe à ſa ſurface, 2 pieds 8 pouces à 1 pied de profondeur, 2 pieds 6 pouces à 2 pieds de profondeur, & 2 pieds à 2 pieds & demi de profondeur.

J'ai fait de ſemblables expériences au Pont au Change, au Pont Nôtre-Dame & dans pluſieurs autres endroits de la Riviére, mais je n'entre pas ici dans un plus grand détail : je dirai ſeulement en général que j'ai preſque toûjours trouvé que la vîteſſe de l'eau alloit en diminuant vers le fond. Il y a même des endroits où l'eau eſt preſque dormante vers le fond, ſur-tout aux endroits où l'eau eſt fort rapide à la ſurface, & où il y a peu de profondeur.

Il n'y a perſonne qui avec une legere connoiſſance de la théorie du mouvement des eaux ne conçoive ſur le champ l'effet de cette Machine ; car, ſuivant les premiers principes de cette ſcience, on doit conſidérer la vîteſſe des eaux courantes comme une vîteſſe acquiſe par leurs chûtes d'une certaine hauteur, & que ſi l'eau ſe meut de bas en haut avec une vîteſſe toute acquiſe, elle montera préciſément à la même

hauteur, ou à une hauteur égale à celle de la chûte, d'où elle auroit dû tomber pour acquérir cette vîteſſe.

De plus la force de l'impulſion de l'eau par ſa vîteſſe eſt toûjours égale au poids d'un ſolide d'eau qui auroit pour baſe la ſurface choquée, & pour hauteur celle d'où l'eau auroit dû tomber pour acquérir cette vîteſſe. Donc l'eau doit monter dans le Tuyau de notre Machine par la force d'un courant, préciſément à la hauteur d'où elle auroit dû tomber pour former ce courant.

Pour ſçavoir maintenant la quantité de vîteſſe des eaux courantes relative à leur aſcenſion dans le Tuyau recourbé de la Machine, il faut ſe rappeller le principe fondamental de preſque toute la théorie du mouvement des eaux, qui eſt, que les vîteſſes des eaux ſont en raiſon ſouſdoublée de la hauteur de leur chûte. M. Varignon a eu le premier la gloire de démontrer ce principe, ſans aucune ſuppoſition que celle des loix les plus ſimples & les plus inconteſtables du mouvement.

Mais les élévations ou aſcenſions de l'eau dans notre Tube étant égales aux chûtes, il s'enſuit que les vîteſſes des courants ſeront en raiſon ſouſdoublée des élévations de l'eau, & que par conſéquent les élévations ſont en raiſon doublée, ou comme les quarrés des vîteſſes.

Il eſt heureux pour l'exactitude & la préciſion avec laquelle on connoîtra par cette Machine la juſte quantité des vîteſſes des courants, que les élévations de l'eau ſoient entr'elles comme les quarrés des vîteſſes; car, par exemple, une vîteſſe double fera élever l'eau dans le Tube à une hauteur quatre fois plus grande, une vîteſſe triple la fera élever à une hauteur neuf fois plus grande, &c.

Une chûte ou une élévation de l'eau étant connuë ou donnée, pour avoir ſa vîteſſe en pieds par ſeconde, il faut obſerver d'abord que de même qu'un corps en tombant parcourt un eſpace de 14 pieds dans la premiére ſeconde de ſa chûte, & que ſi ce même corps ſe meut avec la vîteſſe toute acquiſe à la fin de la premiére ſeconde de ſa chûte, il parcourra

d'une vîteſſe uniforme un eſpace de 28 pieds par ſeconde, de même auſſi l'eau ſort par une ouverture faite au bas d'un réſervoir de 14 pieds de hauteur avec une vîteſſe de 28 pieds par ſeconde; d'où il ſuit que la chûte ou l'élévation de l'eau étant connuë, pour avoir ſa vîteſſe en pieds par ſeconde, on dira, ſuivant le principe, comme la racine quarrée de 14 eſt à 28, ainſi la racine quarrée de la hauteur donnée ſera la vîteſſe qu'on cherche. Si au contraire la vîteſſe eſt donnée, & qu'on veuille trouver la hauteur, on dira, comme 28 eſt à la racine quarrée de 14, ainſi la vîteſſe donnée ſera à la racine quarrée de la hauteur qu'on cherche, ou bien comme le quarré de 28 eſt à 14, ainſi le quarré de la vîteſſe donnée ſera à la hauteur qu'on cherche. C'eſt par cette méthode que nous avons calculé la Table ſuivante de toutes les chûtes ou élévations de l'eau, correſpondantes à toutes les vîteſſes en pieds par ſeconde de temps de pouces en pouces depuis un pouce juſqu'à 12 pieds de vîteſſe, & nous avons dreſſé la Regle des vîteſſes de la Machine par le moyen de cette Table.

L'idée de cette Machine eſt ſi ſimple & ſi naturelle, que dès qu'elle me fut venuë, je courus ſur le champ à la Riviére pour en faire un premier eſſai avec un Tube de verre ſimple, & l'effet répondit parfaitement à mon attente. Après ce premier eſſai, je ne pouvois pas m'imaginer qu'une choſe auſſi ſimple, & en même temps très-utile, eût pû échapper à tant d'habiles gens qui ont écrit & travaillé ſur le mouvement des eaux. J'ai fait depuis toutes les recherches qu'il m'a été poſſible dans les Traités que j'ai pû trouver ſur les Hydrauliques & le mouvement des eaux, pour voir ſi abſolument perſonne n'en avoit parlé, & ſi mon idée étoit nouvelle.

L'application de cette idée pour connoître le ſillage des Vaiſſeaux m'eſt venuë dans le moment même que j'en avois fait la premiére expérience ſur la Riviére : & en effet, cette application importante étoit trop naturelle pour qu'elle ne ſe préſentât pas d'elle-même, & avant que de préſenter ma Machine à l'Académie, j'avois ſouvent médité aux moyens d'en rendre les applications commodes pour la Mer, &

capables de ſauver toutes les irrégularités qui pourroient ſurvenir, ſoit de la part des différents mouvements du Vaiſſeau, ſoit de celle des vagues.

Voici au moins juſqu'à préſent, la meilleure méthode que je crois qu'on peut ſuivre.

On placera dans le milieu du Vaiſſeau, ſoit ſous le maître bau, ou enfin le plus près de ſon centre de balancement, deux tuyaux de métal, ſoit de cuivre, d'étain ou de plomb, de 3 ou 4 lignes de diametre. Ces tuyaux doivent ſe toucher, leurs bouts inférieurs doivent pénétrer juſqu'à l'eau au deſſous du Vaiſſeau, ce qui ſe peut faire, ſans le moindre riſque de la part des trous néceſſaires pour le paſſage des tuyaux, à cauſe de leur petiteſſe : leur longueur viendra depuis le fond du Vaiſſeau juſqu'à environ 4 ou 5 pieds au deſſus du niveau de l'eau de la Mer, ou de la ligne de l'eau du Vaiſſeau. Le bout inférieur d'un des tuyaux ſera recourbé à angle droit, & en entonnoir, comme à notre Machine, & ſon ouverture ſera tournée dans la direction de la quille, vis-à-vis la prouë, enfin on refendra les deux tuyaux depuis environ un pied au deſſus de la ligne de l'eau juſqu'à leur bout ſupérieur, pour enchâſſer dans chacun un tube de verre de 5 à 6 pieds de long; ces tuyaux de verre ſeront bien arrêtés & maſtiqués dans ceux de métal, de façon qu'on puiſſe voir aiſément l'endroit où l'eau s'élevera dans chacun. Cela fait, il eſt évident que lorſque le Vaiſſeau ſera arrêté, l'eau ſera à la même hauteur dans les deux Tuyaux, mais dès que le Vaiſſeau fera route, le Tuyau recourbé ſera dans le même cas que celui de notre Machine dans une eau courante, ainſi l'eau s'élevera dans le Tuyau, & ſa hauteur au deſſus de celle de l'autre Tuyau marquera la vîteſſe ou le ſillage du Vaiſſeau avec beaucoup de juſteſſe, car les moindres augmentations & diminutions de vîteſſe du Vaiſſeau ſe feront connoître par des différences très-marquées des élévations de l'eau dans le Tuyau.

Par exemple, lorſque le Vaiſſeau fera trois lieuës par heure, l'eau s'élevera dans le Tuyau d'environ 41 pouces, & lorſqu'il

ne fera que deux lieuës & demie par heure, l'eau s'élévera de près de 31 pouces. En général, on prendra la hauteur de l'eau dans le Tuyau en pouces & lignes par le moyen d'une Regle comme à notre Machine ; avec cette hauteur, on trouvera dans la Table la vîteſſe du Vaiſſeau en pieds & pouces par ſeconde, & chaque pouce de vîteſſe donne 50 toiſes de chemin par heure.

On pourra même, ſi l'on veut, marquer ſur la Regle le nombre des toiſes par heure & par minute de chemin du Vaiſſeau, correſpondantes aux aſcenſions de l'eau dans le Tube, & enfin on réduira les toiſes de chemin en lieuës ſuivant la longueur de la lieuë marine qui eſt de 2855 toiſes, ou de 20 au degré.

Pour faire une expérience qui eût rapport au ſillage des Vaiſſeaux, je me fis remonter dans un petit Bateau à la voile ſur la Seine entre Poiſſy & le confluant de l'Oiſe, le vent étoit aſſés fort & les vagues fort groſſes pour la Seine. L'eau monta dans le Tuyau recourbé de la Machine depuis 18 juſqu'à 24 pouces, ainſi la vîteſſe reſpective qui étoit égale à la ſomme de celle du Bateau en montant, & de celle de la Riviére en deſcendant, fut depuis 9 pieds 2 pouces juſqu'à 10 pieds 7 pouces par ſeconde ; cette différence provenoit de ce que nous paſſions dans des endroits plus ou moins à l'abri du vent. J'obſervai auſſi que le Bateau nous avoit remonté d'environ 2300 toiſes en 30 minutes ; & comme les eaux, quoique retenuës par le vent, pouvoient faire alors 2 pieds & demi par ſeconde, ce qui donne 750 toiſes en 30 minutes, il s'enſuit que le chemin ou le ſillage du Bateau auroit été ſans le courant de la Riviére de 3050 toiſes en 30 minutes, ou de 6100 toiſes par heure, ce qui donne 10 pieds 2 pouces par ſeconde, cette vîteſſe eſt à peu-près moyenne entre celle de 9 pieds 2 pouces & 10 pieds 7 pouces trouvée par la Machine.

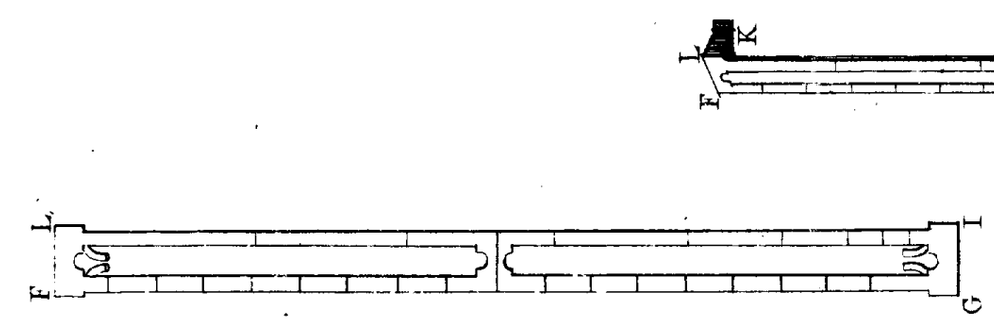
TABLE de Viteſſe de l'Eau en pieds & pouces,

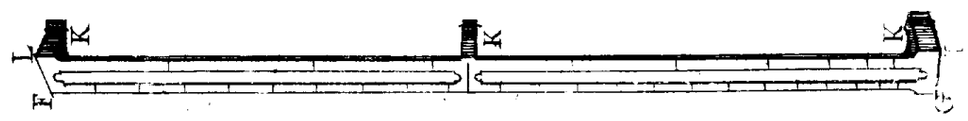
Vitesse de l'Eau.		Hauteur des Chutes.			Vitesse de l'Eau.		Hauteur des Chutes.		
Pieds.	Pouces.	Pouces.	Lignes.	Points.	Pieds.	Pouces.	Pouces.	Lignes.	Points.
	1			$\frac{3}{14}$	3	1	2	0	5 $\frac{5}{14}$
	2			$\frac{6}{7}$	3	2	2	1	9 $\frac{3}{7}$
	3		2		3	3	2	3	1 $\frac{13}{14}$
	4		3	$\frac{3}{7}$	3	4	2	4	6 $\frac{6}{7}$
	5		5	$\frac{5}{14}$	3	5	2	6	0 $\frac{13}{14}$
	6		6	$\frac{5}{7}$	3	6	2	7	6
	7		10	$\frac{1}{2}$	3	7	2	9	0 $\frac{13}{14}$
	8	1	1	$\frac{5}{7}$	3	8	2	10	6 $\frac{6}{7}$
	9	1	5	$\frac{5}{14}$	3	9	3	0	1 $\frac{13}{14}$
	10	1	9	$\frac{3}{7}$	3	10	3	1	9 $\frac{6}{7}$
	11	2	2		3	11	3	3	5 $\frac{5}{14}$
1	0	2	7		4	0	3	5	1 $\frac{5}{7}$
1	1	3	0	$\frac{3}{14}$	4	1	3	6	10 $\frac{1}{2}$
1	2	3	6		4	2	3	8	5 $\frac{5}{7}$
1	3	4	0	$\frac{3}{13}$	4	3	3	10	5 $\frac{5}{14}$
1	4	4	6	$\frac{6}{7}$	4	4	4	0	3 $\frac{3}{7}$
1	5	5	1	$\frac{13}{14}$	4	5	4	2	1 $\frac{13}{14}$
1	6	5	9	$\frac{3}{7}$	4	6	4	4	0 $\frac{6}{7}$
1	7	6	5	$\frac{5}{14}$	4	7	4	6	0 $\frac{3}{14}$
1	8	7	1	$\frac{5}{7}$	4	8	4	8	0
1	9	7	10	$\frac{1}{2}$	4	9	4	10	0 $\frac{3}{14}$
1	10	8	7	$\frac{5}{7}$	4	10	5	0	0 $\frac{6}{7}$
1	11	9	5	$\frac{5}{14}$	4	11	5	2	1 $\frac{13}{14}$
2	0	10	3	$\frac{3}{7}$	5	0	5	4	3 $\frac{3}{7}$
2	1	11	1	$\frac{13}{14}$	5	1	5	6	5 $\frac{5}{14}$
2	2	1	0	$\frac{6}{7}$	5	2	5	8	7 $\frac{10}{14}$
2	3	1	1	$\frac{3}{14}$	5	3	5	10	10 $\frac{1}{2}$
2	4	1	2		5	4	6	1	1 $\frac{5}{7}$
2	5	1	3	$\frac{3}{14}$	5	5	6	3	5 $\frac{5}{14}$
2	6	1	4	$\frac{6}{7}$	5	6	6	4	1 $\frac{3}{7}$
2	7	1	5	1 $\frac{13}{14}$	5	7	6	8	1 $\frac{13}{14}$
2	8	1	6	3 $\frac{3}{7}$	5	8	6	10	6 $\frac{6}{7}$
2	9	1	7	5 $\frac{5}{14}$	5	9	7	1	0 $\frac{3}{14}$
2	10	1	8	7 $\frac{5}{7}$	5	10	7	3	6
2	11	1	9	10 $\frac{1}{2}$	5	11	7	6	0 $\frac{3}{14}$
3	0	1	11	1 $\frac{5}{7}$	6	0	7	8	6 $\frac{6}{7}$

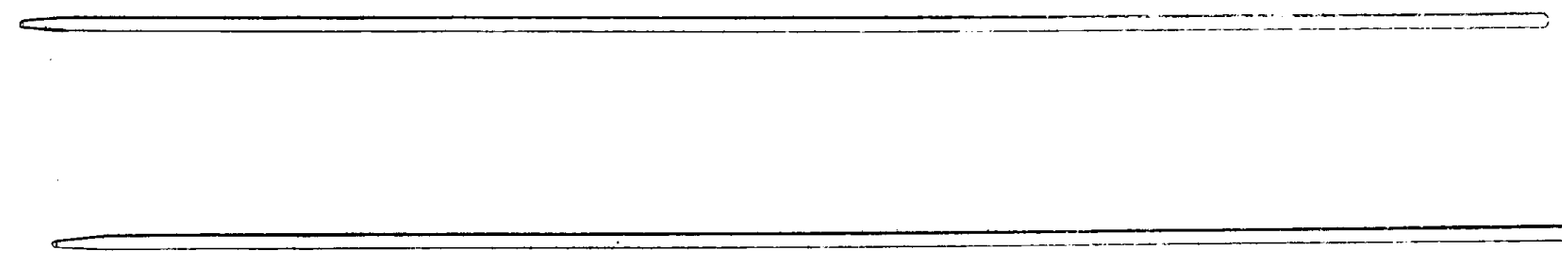
par ſeconde de temps, avec la hauteur de leur chûte.

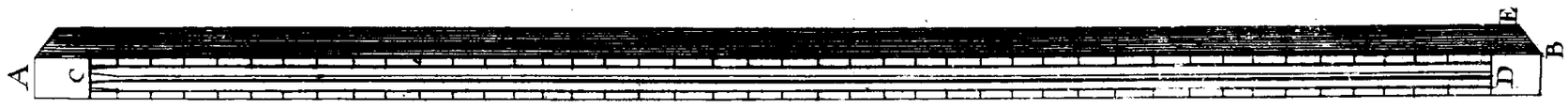
VITESSE DE L'EAU.		HAUTEUR DES CHUTES.				VITESSE DE L'EAU.		HAUTEUR DES CHUTES.			
Pieds.	Pouces.	Pieds.	Pouces.	Lignes.	Points.	Pieds.	Pouces.	Pieds.	Pouces.	Lignes.	Points.
6	1	...	7	11	1 $\frac{13}{14}$	9	1	1	5	8	1 $\frac{13}{14}$
6	2	...	8	1	7 $\frac{3}{7}$	9	2	1	6	0	0 $\frac{6}{7}$
6	3	...	8	4	5 $\frac{5}{14}$	9	3	1	6	4	0 $\frac{3}{14}$
6	4	...	8	7	1 $\frac{5}{7}$	9	4	1	6	8	0
6	5	...	8	9	10 $\frac{1}{2}$	9	5	1	7	0	0 $\frac{3}{14}$
6	6	...	9	0	7 $\frac{5}{7}$	9	6	1	7	4	0 $\frac{6}{7}$
6	7	...	9	3	5 $\frac{5}{14}$	9	7	1	7	8	1 $\frac{13}{14}$
6	8	...	9	6	3 $\frac{3}{7}$	9	8	1	8	4	3 $\frac{3}{14}$
6	9	...	9	9	1 $\frac{13}{14}$	9	9	1	8	4	5 $\frac{5}{14}$
6	10	...	10	0	0 $\frac{6}{7}$	9	10	1	8	8	7 $\frac{5}{7}$
6	11	...	10	3	0 $\frac{13}{14}$	9	11	1	9	0	10 $\frac{1}{2}$
7	0	...	10	6	0	10	0	1	9	5	1 $\frac{5}{7}$
7	1	...	10	9	0 $\frac{3}{14}$	10	1	1	9	9	5 $\frac{5}{14}$
7	2	...	11	0	0 $\frac{6}{7}$	10	2	1	10	1	9 $\frac{3}{7}$
7	3	...	11	3	1 $\frac{13}{14}$	10	3	1	10	6	1 $\frac{13}{14}$
7	4	...	11	6	3 $\frac{3}{7}$	10	4	1	10	10	6 $\frac{6}{7}$
7	5	...	11	9	5 $\frac{5}{14}$	10	5	1	11	3	0 $\frac{3}{14}$
7	6	1	0	0	7 $\frac{5}{7}$	10	6	1	11	6	8
7	7	1	0	3	10 $\frac{1}{2}$	10	7	2	0	0	0 $\frac{3}{14}$
7	8	1	0	7	1 $\frac{5}{7}$	10	8	2	0	4	6 $\frac{6}{7}$
7	9	1	0	10	5 $\frac{5}{14}$	10	9	2	0	9	1 $\frac{13}{14}$
7	10	1	1	1	9 $\frac{3}{7}$	10	10	2	1	1	9 $\frac{3}{14}$
7	11	1	1	5	1 $\frac{13}{14}$	10	11	2	1	6	5 $\frac{5}{14}$
8	0	1	1	8	6 $\frac{6}{7}$	11	0	2	2	2	8 $\frac{4}{7}$
8	1	1	2	0	0 $\frac{3}{14}$	11	1	2	2	3	10 $\frac{1}{2}$
8	2	1	2	3	6	11	2	2	2	8	7 $\frac{5}{7}$
8	3	1	2	7	0 $\frac{3}{14}$	11	3	2	3	1	5 $\frac{5}{14}$
8	4	1	2	10	6 $\frac{6}{7}$	11	4	2	3	6	3 $\frac{5}{14}$
8	5	1	3	2	1 $\frac{13}{14}$	11	5	2	3	11	1 $\frac{13}{14}$
8	6	1	3	5	9 $\frac{13}{14}$	11	6	2	4	4	0 $\frac{6}{7}$
8	7	1	3	9	5 $\frac{5}{14}$	11	7	2	4	9	0 $\frac{3}{14}$
8	8	1	4	1	1 $\frac{5}{7}$	11	8	2	5	2	0
8	9	1	4	3	10 $\frac{1}{2}$	11	9	2	5	7	0 $\frac{3}{14}$
8	10	1	4	8	7 $\frac{10}{14}$	11	10	2	6	0	0 $\frac{6}{7}$
8	11	1	5	0	5 $\frac{5}{14}$	11	11	2	6	5	1 $\frac{13}{14}$
9	0	1	5	4	3 $\frac{3}{7}$	12	0	2	6	10	3 $\frac{3}{14}$

CONSTRUCTION


L
F
G
I


K
K
K
L
F
G


D
E


A
C
E
B
D

CONSTRUCTION
D'UNE NOUVELLE BOUSSOLE,

Dont l'Aiguille donne par une ſeule & même opération, l'Inclinaiſon & la Déclinaiſon de l'Aimant, avec plus de préciſion, & plus de facilité que ne font les Inſtruments employés juſqu'à préſent.

Par M. BUACHE.

ON ſçait aujourd'hui que l'Aiguille aimantée n'eſt preſque jamais exactement dirigée vers les Poles du Monde, & qu'elle forme preſque toûjours un angle avec la ligne méridienne. On ſçait encore que la quantité de cet angle n'eſt fixe dans aucun endroit de la Terre, & que l'Aiguille aimantée eſt dans une eſpece de balancement perpétuel, par lequel elle s'écarte de la ligne méridienne, tantôt vers l'Eſt, tantôt vers l'Oueſt, d'un certain nombre de degrés plus ou moins grand, ſuivant les différents endroits de la Terre. L'on n'a, je crois, aucune obſervation qui puiſſe faire croire qu'il ait été de plus de 15 degrés à Paris, en d'autres endroits il va juſqu'à 25, & même juſqu'à plus de 30 degrés. L'Aiguille de la Bouſſole parcourt ainſi continuellement un arc de l'horiſon, de 30, de 50, ou même de plus de 60 degrés, pris de l'Eſt à l'Oueſt, & diviſé en deux parties égales, par le Pole du Monde, ou du mouvement diurne. 23 Avril 1732.

Lorſque l'on commença à s'appercevoir de ce phénomene, ou de la déclinaiſon de l'Aiguille aimantée, on remarqua quelques endroits de la Terre où cette Aiguille ſe dirigeoit exactement vers le Pole. On crût d'abord que la cauſe de cette direction de l'Aiguille étant conſtante, la connoiſſance de ſa ſituation, par rapport à la ligne méridienne, dans les différents endroits de la Terre, pourroit donner celle des Longitudes. On avoit remarqué entre les lieux où l'Aiguille

n'avoit point de déclinaiſon, que ſon éloignement du Pole vers l'Eſt ou vers l'Oueſt, ſuivoit une certaine progreſſion, & l'on crût que ce rapport demeureroit toûjours le même.

De nouvelles obſervations montrérent que l'on s'étoit trompé, & que la ſituation de l'Aiguille aimantée, ou de la ligne de direction, repréſentée par cette Aiguille, changeoit perpétuellement par rapport aux Méridiens du monde. On s'apperçut que dans les lieux où l'on n'avoit trouvé aucune déclinaiſon, on en remarquoit au bout de quelques années, & que dans ceux où l'on avoit obſervé une variation d'une certaine quantité, cette quantité augmentoit ou diminuoit.

Par-là, on reconnut que le retour du même angle ou de la direction de l'Aiguille avec le Méridien, ne ſe devoit faire qu'au bout d'un certain nombre d'années, & qu'ainſi il ſeroit très-important de s'aſſûrer du temps de ce retour périodique, parce que ſi ce temps étoit une fois bien connu, on pourroit ſe ſervir des anciennes obſervations de la déclinaiſon de l'Aiguille, pour déterminer la longitude avec preſque autant de certitude, que ſi cette déclinaiſon étoit fixe.

L'utilité, dont l'exécution de ce projet ſeroit dans la Navigation, a engagé de très-habiles gens à s'y appliquer. Mais peut-être, comme l'a remarqué feu M. Deliſle, mon beaupere, ſe ſont-ils un peu trop hâtés de former des ſyſtemes généraux ſur la ſituation des prétendus Méridiens magnétiques de notre globe, & ſur le mouvement de ces Méridiens autour des Poles du mouvement diurne.

M. Deliſle, qui a beaucoup travaillé ſur cette matiére, & qui a même propoſé autrefois à la Compagnie, les vûës générales qu'il avoit ſur ce ſujet, a laiſſé dans ſes papiers un recueil de plus de huit à dix mille obſervations de la déclinaiſon de l'Aiguille aimantée, qu'il a tirées de différents auteurs. Cette collection immenſe, en comparaiſon de celle du P. Riccioli, qui ne contient que quatre cens obſervations ou environ, remonte quarante-ſix ans avant la plus ancienne de celles que M. Halley a publiées, c'eſt-à-dire, juſqu'à l'an 1534. On en trouve, à la vérité, une de l'an 1269, publiée

par M. Thevenot, Garde de la Bibliotheque du Roi, dans un recueil de divers morceaux de Géographie & de Phyſique; mais juſqu'à ce que les circonſtances du lieu & du temps de cette obſervation ſoient un peu mieux connuës, on ne peut en faire uſage.

M. Deliſle avoit réſolu de faire par lui-même une ſuite d'obſervations exactes ſur la variation de l'Aiguille aimantée; je ſuis perſuadé que ce travail lui faiſant connoître les erreurs & les mépriſes dans leſquelles les Voyageurs & les Navigateurs peuvent tomber, en obſervant la déclinaiſon, faute de prendre certaines précautions, l'auroit mis mieux en état de comparer les diverſes obſervations entr'elles, de voir celles qu'il falloit préférer, lorſqu'il s'en trouvoit de contraires, & par-là d'établir ſur la comparaiſon de toutes les obſervations qu'il avoit raſſemblées, des principes plus aſſûrés & plus capables de nous conduire un jour à la connoiſſance du ſyſteme général des variations, s'il eſt poſſible d'y parvenir. La mort qui l'a enlevé dans un âge peu avancé, ne lui ayant pas permis de pouſſer aſſés loin l'execution de ce projet, j'ai crû devoir m'y appliquer ſérieuſement pour remplir ſes vûës, & pour répondre à l'honneur que j'ai d'occuper ſa place dans l'Académie.

Je compte, Meſſieurs, vous mettre ſous les yeux, le réſultat de ſon immenſe collection, dans une ſuite chronologique de Cartes réduites qui repréſenteront pour chaque époque, le rapport des différentes lignes de direction magnétiques obſervées, ou l'angle qu'elles forment avec les Méridiens du Monde, afin que l'on puiſſe appercevoir d'un coup d'œil, la différence qui ſe trouve entre ces différentes lignes, dans une même année, & celle qui ſe trouve entre les mêmes lignes, après un certain nombre d'années.

Avant que de m'engager à ce travail qui demande du temps, j'ai crû devoir examiner la maniére dont on obſerve la variation. Cet examen m'ayant fait appercevoir l'imperfection des inſtruments que l'on employe pour ces obſervations, j'ai cherché le moyen d'y remédier, & je crois l'avoir

trouvé, par une Bouſſole d'une conſtruction ſimple & facile qui donnera par une ſeule opération, non-ſeulement la quantité de la variation de l'Aiguille aimantée, mais encore celle de l'inclinaiſon de cette Aiguille.

On ſçait que l'Aiguille de la Bouſſole qui étoit parfaitement de niveau, & parallele à la tangente du globe terreſtre, avant que d'être aimantée, ceſſe de l'être, après avoir été touchée par la Pierre d'Aimant. Le cours de la matiére magnétique qui commence alors à circuler autour de cette Aiguille, fait incliner une de ſes pointes vers la Terre. Il ſemble très-probable que la cauſe de cette inclinaiſon étant la même que celle de la direction magnétique, les changements qui arrivent à celle-ci doivent auſſi influer ſur l'autre; mais ce n'eſt encore là qu'une conjecture qui a beſoin d'être fondée ſur des expériences, & la conſtruction de toutes les Bouſſoles ordinaires, les rend incapables de ſervir à obſerver l'inclinaiſon : car les Aiguilles de ces Bouſſoles poſées ſur un pivot qui entre dans une chape, ſont chargées inégalement à leurs extrémités; ce que l'on fait pour les obliger à ſe tenir de niveau, & par conſéquent pour les empêcher de marquer l'inclinaiſon.

Le R. P. Feuillée paroît être un de ceux qui s'eſt appliqué plus ſérieuſement à obſerver la quantité de l'inclinaiſon, & il en a publié pluſieurs obſervations dans ſes Relations; mais comme il employoit un autre inſtrument que la Bouſſole, & que cet inſtrument avoit une Aiguille différente, on peut, malgré ſon exactitude à obſerver, avoir quelque doute ſi ſon obſervation donne le vrai rapport qui eſt entre la variation & l'inclinaiſon de l'Aiguille aimantée. Car outre l'embarras de la ſeconde opération, & la difficulté de mettre le ſecond inſtrument, préciſément dans le plan vertical de la ligne de direction magnétique de la Bouſſole; on n'eſt pas toûjours ſûr que les deux Aiguilles ayent exactement la même direction. On ſçait que, ſoit la différence de la matiére des Aiguilles, ſoit la différente maniére de les appliquer à la Pierre d'Aimant, ſoit même la différence des Pierres; il eſt aſſés rare de trouver deux Aiguilles aimantées qui donnent exactement la même

quantité préciſe de variation. Ainſi j'ai crû qu'il falloit chercher une conſtruction de Bouſſole, par laquelle une ſeule & même Aiguille pût donner en même temps l'inclinaiſon & la déclinaiſon. Cette Bouſſole eſt celle qui eſt repréſentée dans la premiére Figure.

Le corps de cet Inſtrument *A* eſt de figure quarrée, creuſé dans ſa partie du milieu en demi-ſphere concave. Cette demi-ſphere eſt traverſée par un axe *B (Fig. 2.)* poſé perpendiculairement d'une maniére très-fixe. L'extrémité ſupérieure, ou la pointe de cet axe deſtiné à porter l'Aiguille *C,* ſe trouve placée au centre du cercle que forme la coupe horiſontale de la demi-ſphere. J'ai diſpoſé ſur cette coupe horiſontale, & concentriquement à la partie concave, un cercle d'yvoire *D, E,* ſur lequel j'ai tracé pluſieurs cercles auſſi concentriques, qui, par le moyen des tranſverſales, peuvent donner la quantité de la variation, non-ſeulement en degrés, mais même en minutes. La pointe de l'axe deſtiné à porter l'Aiguille étant placée au centre de cette demi-ſphere, ſi l'Aiguille eſt ſuſpenduë librement, de maniére qu'elle puiſſe ſe lever & s'abbaiſſer, ſans trouver d'obſtacle de la part du pivot, la quantité de ſon inclinaiſon ſe trouvera marquée par la grandeur de l'arc compris dans la ſphere concave entre la pointe inférieure de l'Aiguille & le cercle horiſontal. J'avois penſé d'abord à tracer ſur la partie inférieure de la demi-ſphere, des cercles concentriques qui euſſent montré la quantité de l'arc d'inclinaiſon de l'Aiguille ; mais j'ai préféré un quart-de-cercle mobile, ſemblable à celui qui eſt repréſenté dans la Figure 2. par les lettres *F, G.* Ce quart-de-cercle tournant autour du pivot ou axe de la Bouſſole, a deux uſages. Le premier, de meſurer l'angle d'inclinaiſon de l'Aiguille, & le ſecond, de déterminer ſur le cercle horiſontal de la demi-ſphere qu'il embraſſe par une de ſes extrémités, & qu'il traverſe perpendiculairement, la quantité préciſe de la déclinaiſon de l'Aiguille, parce que le quart-de-cercle mobile ſe place facilement & exactement dans le plan vertical magnétique de l'Aiguille. Fig. 1.

Dans la conſtruction des Bouſſoles ordinaires de déclinaiſon *(Fig. 3.)*, l'Aiguille eſt ſuſpenduë, de façon qu'elle peut à la vérité, ſe mouvoir horiſontalement en tout ſens; mais ſi l'angle d'inclinaiſon eſt un peu grand, la chape de l'Aiguille s'applique à l'axe du pivot ſur lequel elle eſt poſée, & l'Aiguille ne peut plus baiſſer. Au contraire dans l'Inſtrument employé par le R. P. Feuillée *(Fig. 4.)*, l'Aiguille engagée entre deux axes horiſontaux & paralleles, peut, à la vérité, ſe balancer verticalement de bas en haut, & de haut en bas; mais les deux branches de l'axe dans leſquelles ſont les tourillons de l'Aiguille s'oppoſant à ſon mouvement horiſontal, il faut avoir déterminé la direction de l'Aiguille, par une opération précédente, & s'aſſûrer que l'on place l'Aiguille dans le plan de cette direction magnétique, comme il paroît par la diſpoſition de l'anneau d'inclinaiſon *(Fig. 4.)* placé verticalement dans le plan *H, I, L, M,* de la déclinaiſon *N, O,* & au deſſus du tourbillon de l'Aiguille de la Bouſſole ordinaire *(Fig. 3.)*

J'ai cherché une conſtruction d'Aiguille qui, réüniſſant les avantages de ces deux ſuſpenſions, évitât cependant les inconvénients de l'une & de l'autre, c'eſt-à-dire, qui permît également à l'Aiguille de ſe mouvoir horiſontalement & verticalement.

Pour cela, j'ai percé l'Aiguille *C* dans ſon milieu, de maniére qu'elle laiſſât un libre paſſage à la chape *P,* comme on le voit aux Figures 5 & 6. J'ai ajoûté aux deux côtés de l'Aiguille, deux aiſſieux *Q, R,* ou tourillons qui, poſant ſur les deux branches *S, T,* de la chape, entraînent cette chape avec eux, & l'obligent de ſuivre le mouvement horiſontal de l'Aiguille, tandis que tournant verticalement ſans aucun obſtacle, ſur ces mêmes branches, ils permettent à l'Aiguille de ſuivre l'inclinaiſon que lui donne le cours de la matiére magnétique. L'ouverture qui eſt au milieu de l'Aiguille, empêche qu'elle ne puiſſe rencontrer la chape.

La difficulté de s'aſſûrer que le Fer qui ſe trouve ſi ſouvent mêlé avec le Cuivre, n'a aucune part à la déclinaiſon

ou à l'inclinaiſon de l'Aiguille, m'a fait choiſir le bois, pour en compoſer le corps de la Bouſſole, & l'yvoire pour en former les cercles, auſſi-bien que l'axe dont l'extrémité qui porte la chape, eſt de fer. L'on peut y ſubſtituer le cuivre, pour éviter toûjours le fer, autant qu'il eſt poſſible. A l'égard de cette chape, on pourroit en faire le corps de criſtal; mais comme elle ſe trouve au centre de l'Aiguille, le peu de fer qui peut ſe trouver dans le cuivre dont elle eſt compoſée, ne ſçauroit produire d'effet ſenſible, & ſi c'eſt un inconvénient, il eſt commun à toutes les Bouſſoles.

On pourroit auſſi ſubſtituer le Marbre & l'Argent aux matiéres que j'ai employées dans le modele que j'ai fait exécuter, & cela afin d'éviter les changements que l'action de l'air peut produire ſur le bois & ſur l'yvoire. L'inſpection du modele, ou de la figure générale, fera comprendre les précautions que j'ai priſes dans la conſtruction du pied de cette Bouſſole, afin de la pouvoir placer facilement dans le plan du Méridien, & pour mettre le cercle horiſontal de niveau.

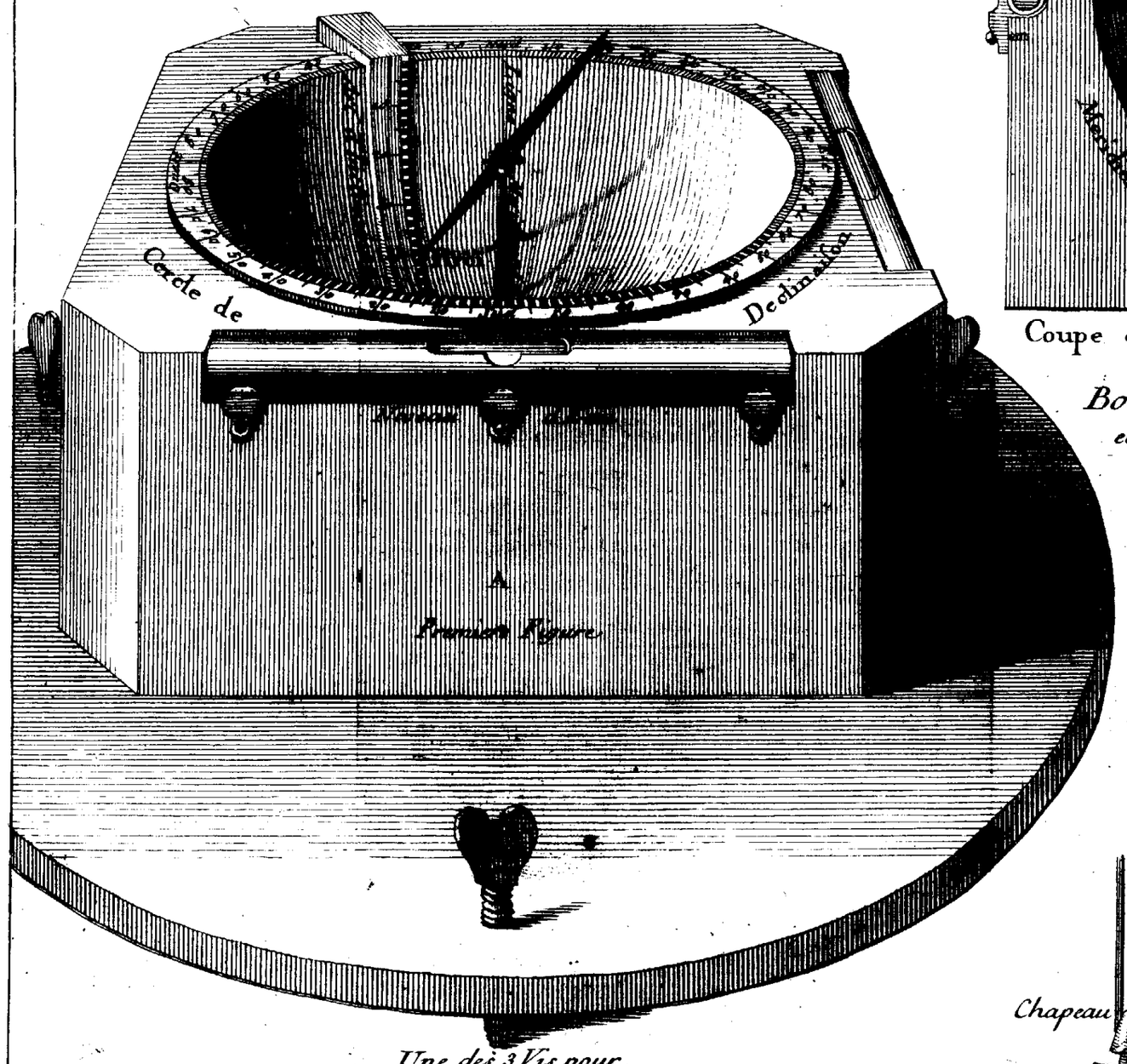
Je ne m'étendrai pas ſur les différents uſages dont pourroit être cette Bouſſole, & ſur la facilité qu'il y auroit de la ſubſtituer aux Bouſſoles marines ordinaires. La ſeule inſpection de la Figure 7, fait ſentir l'idée de ce que je me propoſe de détailler dans une autre occaſion : Et la Figure 8, eſt une repréſentation particuliére de la chape ſur ſon pivot, pour faire comprendre aiſément les moyens dont je me ſers, pour éviter que l'Aiguille ne quitte ſa chape, comme la chape ſon pivot. Je me ſuis propoſé ſeulement d'indiquer cette nouvelle conſtruction, me réſervant à vous rendre compte dans un autre temps, des obſervations que j'ai déja faites, & de celles que je compte faire encore ſur la déclinaiſon & ſur l'inclinaiſon, tant avec l'Aiguille que je viens de décrire, qu'avec d'autres Aiguilles d'une conſtruction différente, plus propres encore à nous faire connoître les changements qui peuvent arriver à l'inclinaiſon & à la déclinaiſon, par rapport aux différentes figures des Aiguilles.

Je me contenterai de remarquer qu'en général, j'ai trouvé

la déclinaiſon moins grande dans ma nouvelle Bouſſole; qu'elle n'eſt dans les Bouſſoles ordinaires ; cette différence vient-elle de la ſuſpenſion plus libre & plus dégagée de mes Aiguilles, & de ce qu'étant d'une égale épaiſſeur dans toute leur longueur, elles reçoivent une autre impreſſion du torrent de matiére magnétique qui les dirige? c'eſt ce que ne font pas les Aiguilles ordinaires, dont l'épaiſſeur n'eſt pas la même dans les deux parties ſéparées par la chape. Je compte examiner ceci, en repétant les expériences, & en les variant de toutes les façons poſſibles, pour me bien aſſûrer du fait, avant que d'en rien conclurre ; car on ne ſçauroit trop ſe tenir en garde contre les ſyſtemes précipités.

MANIE'RE

BOUSSOLE
Pour observer par une seule et même operation
l'Inclinaiſon et la Declinaiſon
de l'Aiguille Aimantée
Avril 1732.



Une des 3 Vis pour placer la Bouſsole horizontalement.

Châppe.

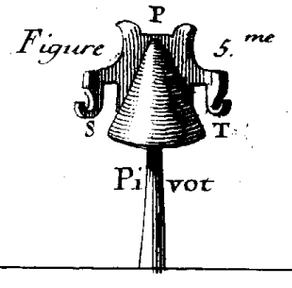


Figure 5.me
Pivot

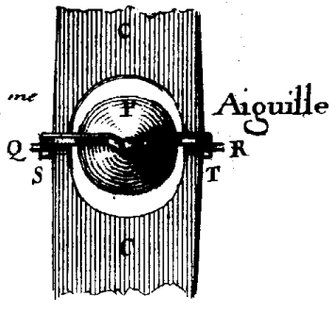
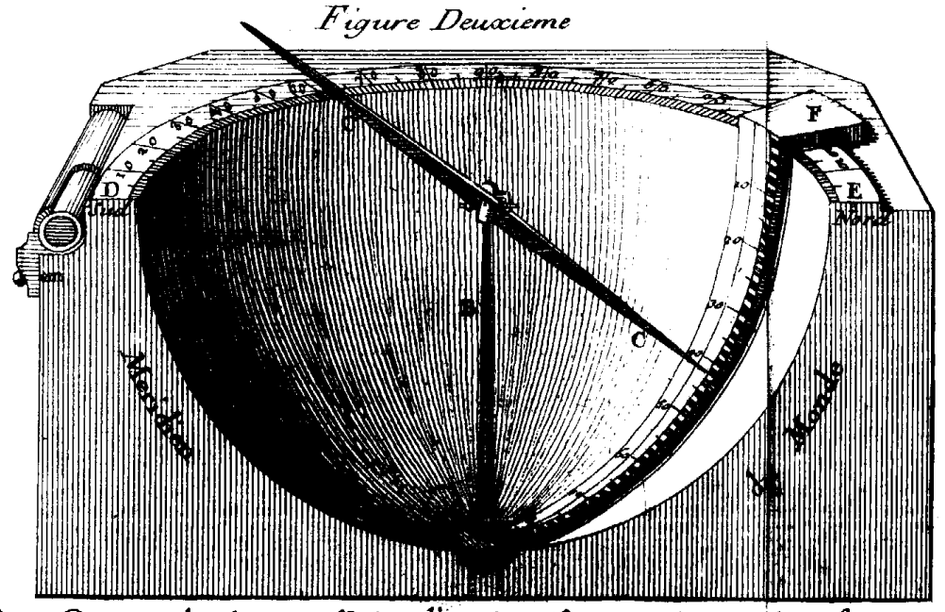


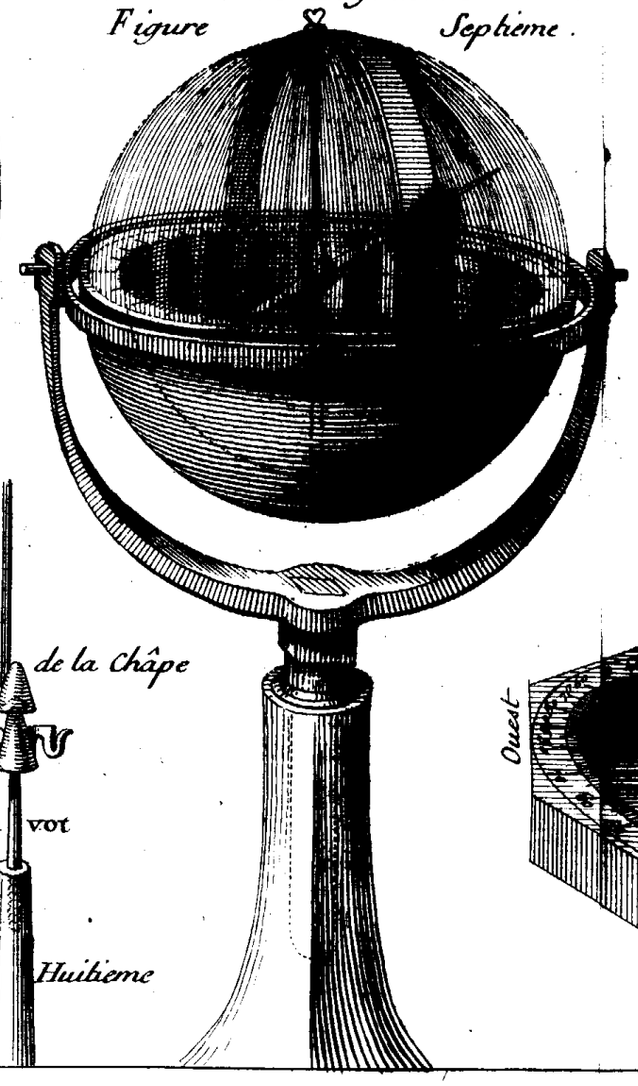
Figure 6.me Aiguille

Figure Deuxieme



Coupe de la Bouſſole d'Inclinaiſon et de Declinaiſon

Projet d'Une
BOUSSOLE MARINE qui donne l'Inclinaiſon
et la Declinaiſon *de l'Aiguille Aimantée*
Figure Sepheme.



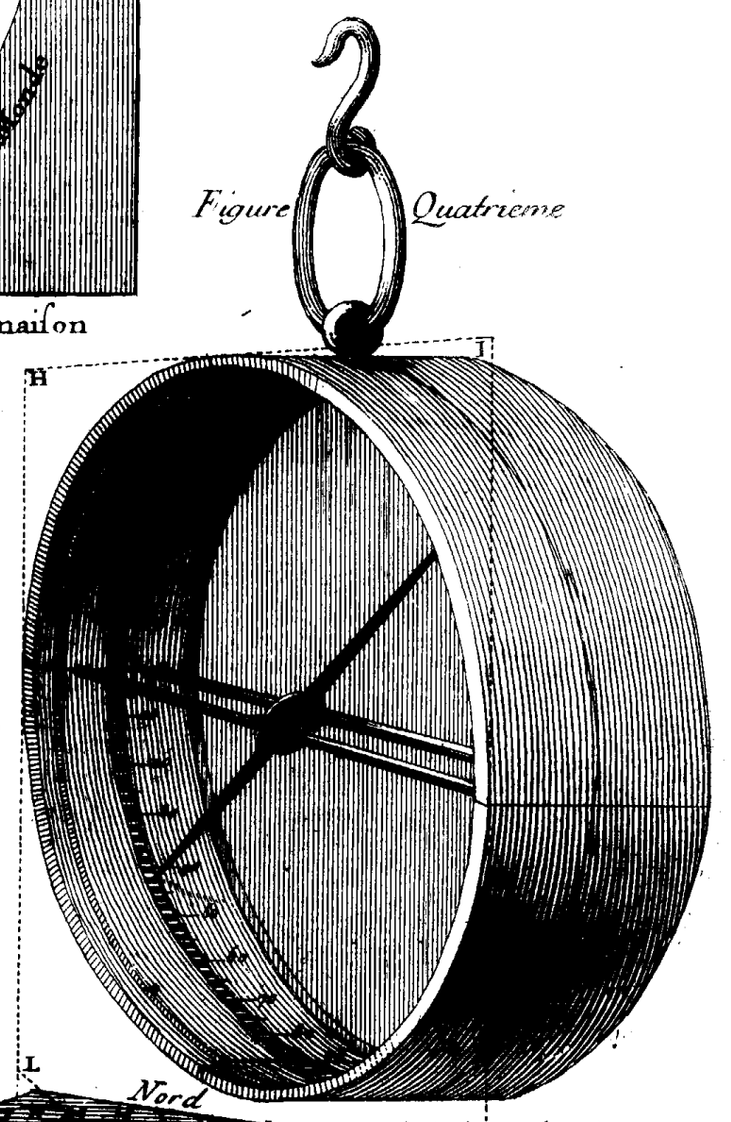
Chapeau de la Châpe

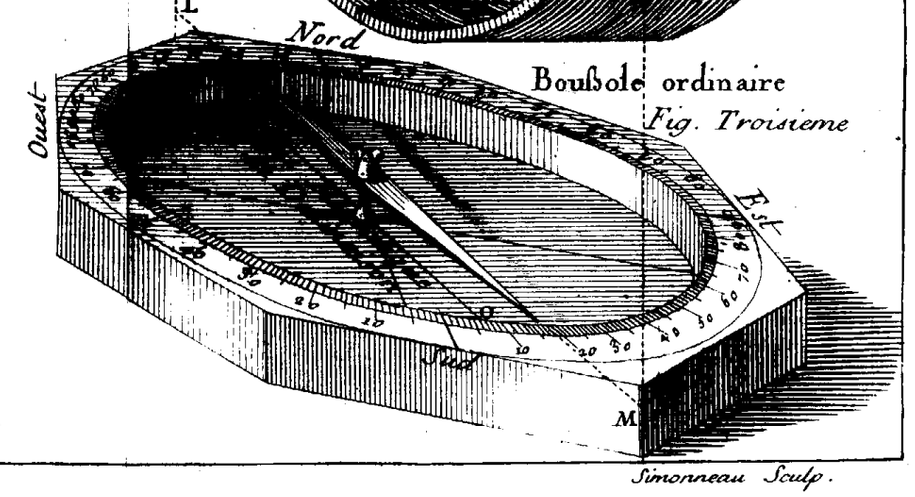
Pivot

Figure Huitieme

ANNEAU
Dont le R. P. Feuillée à fait uſage
pour observer l'Inclinaiſon *de l'Aimant*
Et duquel il à donné une deſcription
dans le journal de ſes Obſervations
Tom. I. de ſes Voyages pag.

Figure Quatrieme





Bouſsole ordinaire
Fig. Troiſieme

Simonneau Sculp.

MANIERE

De trouver des Courbes algébriques & rectifiables ſur la ſurface d'un Cone.

Par M. CLAIRAUT.

A L'occaſion du Probleme où il s'agit de trouver des courbes algébriques & rectifiables ſur une ſphere, dont on a pluſieurs Solutions dans ce Volume, je me propoſai d'en trouver ſur quelqu'autre ſurface courbe, par exemple, ſur celle d'un cone ordinaire. Voici quelques méthodes aſſés faciles pour réſoudre ce Probleme.

Je prends l'équation la plus ſimple d'un cone qui eſt $xx = nyz$, & je cherche une courbe de projection ſur le plan de la baſe, telle que le quarré de l'élement de ſa rectification, plus le quarré de la différence de z faſſe le quarré d'une différentielle intégrable, parce qu'alors on a $\sqrt{(dx^2 + dy^2 + dz^2)}$ qui eſt l'élement de la rectification des courbes à double courbure, égale à une quantité qui s'intégre.

Par exemple, pour l'équation de la courbe de projection ſur le plan de la baſe, je prends $axx = y^3$, qui donne pour l'élement de ſa rectification $dy\sqrt{(\frac{9y}{4a} + 1)}$, & qui étant ſubſtituée dans l'équation $xx = nyz$ donne $\frac{y^3}{a} = nyz$, ou bien $z = \frac{yy}{na}$, & par conſéquent $dz = \frac{2ydy}{na}$, & $dz^2 = \frac{4yydy^2}{nnaa}$. D'où l'on a $\sqrt{(dx^2 + dy^2 + dz^2)} = dy\sqrt{(\frac{9y}{4a} + 1 + \frac{4yy}{nnaa})}$. Pour que cette quantité ſoit intégrable, je donne à n une valeur, telle que la quantité qui eſt ſous le ſigne radical ſoit un quarré, c'eſt-à-dire, que je la fais $= \frac{16}{9}$, car l'élement devient alors $dy\sqrt{(\frac{9}{8}y + 1)}$ qui eſt intégrable.

On n'a par cette méthode qu'un ſeul cone, même oblique, ſur lequel on trouve une courbe algébrique & rectifiable; voici encore une façon de trouver de ces courbes ſur une infinité de cones, parmi leſquels il y en a de droits & d'obliques.

Je prends l'équation du cone $xx = nyz + ryy$, & la même courbe de projection $axx = y^3$, d'où l'on a $dx^2 + dy^2 = \frac{\frac{9}{4}ydy^2 + ady^2}{a}$, $z = \frac{yy}{an} - \frac{ry}{n}$, $dz = \frac{2ydy}{na} - \frac{rdy}{n}$, $dz^2 = \frac{4yydy^2}{nnaa} - \frac{4rydy^2}{nna} + \frac{r^2dy^2}{nn}$, & ainſi $\sqrt{(dx^2 + dy^2 + dz^2)} = dy\sqrt{(\frac{9}{4}y + 1 + \frac{4yy}{nnaa} - \frac{4r}{ma} + \frac{rr}{nn})}$ qui ſera intégrable, en donnant à n une valeur telle, que la quantité qui eſt ſous le ſigne radical, ſoit un quarré.

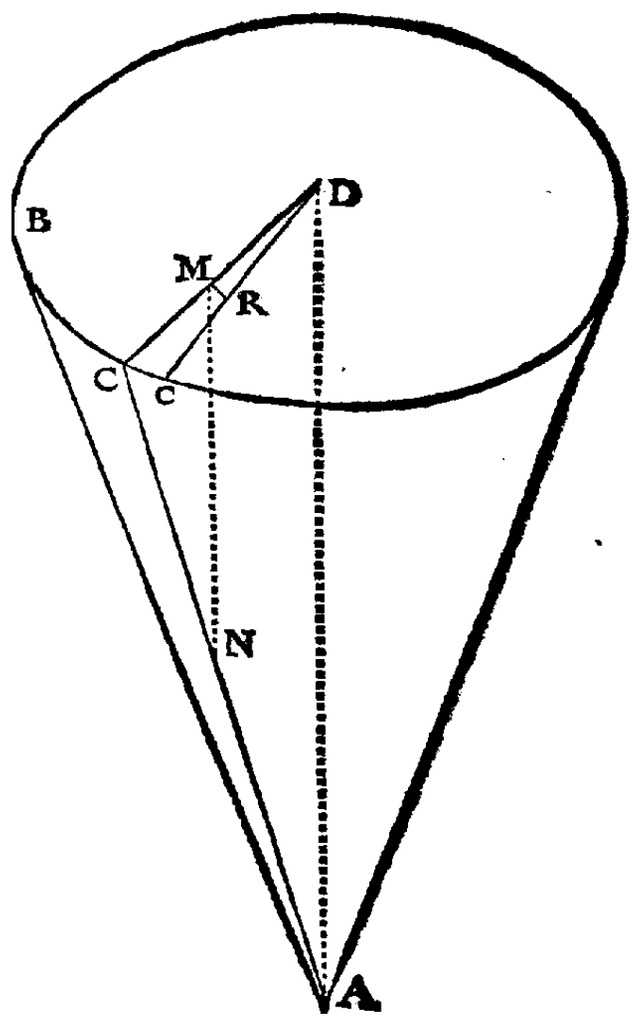
Je n'ai pas eſſayé de me ſervir d'autres courbes de projection, ce qui ſeroit cependant bien facile, à cauſe de la ſimplicité des équations des cones, & il y a grande apparence qu'on trouveroit de cette maniére beaucoup d'autres courbes algébriques & rectifiables.

On en peut trouver fort aiſément, ſans aucun calcul, ſur la ſurface d'une infinité de cones droits, pourvû que le rapport du côté du cone au rayon de ſa baſe, ſoit de nombre à nombre. Pour cela, on déployera la ſurface du cone, de façon qu'elle devienne un ſecteur, & on décrira ſur ce ſecteur, une courbe algébrique & rectifiable, ou même une ligne droite; on reployera enſuite ſur la ſurface du cone, le ſecteur qui l'avoit déja enveloppé, & la courbe algébrique & rectifiable qui n'étoit que plane deviendra à double courbure, & ſera décrite ſur la ſurface du cone.

Voyés la Figure ſuivante.

Je vais donner préſentement une méthode qui s'étend à tous les cones droits. Que BCA ſoit un de ces cones, dont BCD ſoit le cercle de la baſe, A le ſommet, DA l'axe, DCA un triangle quelconque par l'axe, N un des points de la courbe cherchée, & M celui de ſa courbe de projection

qui y répond : en nommant BC, x; DM, y; CD, r; Cc, dx; on aura $MR = \frac{y\,dx}{r}$, & $\sqrt{(\frac{yy\,dx^2}{rr} + dy^2)}$ pour l'élement de la courbe de projection.



Préſentement, ſi on nomme MN, z, & le rapport de CD à DA, m, ce qui donne $\frac{z}{m} + y = r$ pour l'équation de la droite CA, ou même du cone, on aura $dz = -m\,dy$, d'où l'élement de la rectification de la courbe à double courbure qui eſt $\sqrt{(\frac{yy\,dx^2}{rr} + dy^2 + dz^2)}$ deviendra $\sqrt{[\frac{yy\,dx^2}{rr} + (m\,m + 1)\,dy^2]}$.

Afin que cette expreſſion appartienne à une courbe algébrique & rectifiable, il faut l'égaler à une quantité ou fonction différentielle qui ſoit intégrable, & qui donne une valeur de x réductible à un ou pluſieurs arcs de cercles, dont les rayons ayent un rapport de nombre à nombre avec r. Pour cela, je fais $\sqrt{[\frac{yy\,dx^2}{rr} + dy^2(mm+1)]} = \sqrt{(\frac{By^2dy^2}{cc-yy})} = \frac{y\,dy\sqrt{B}}{\sqrt{(cc-yy)}}$, d'où l'on a $\frac{yy\,dx^2}{rr} = \frac{Byy\,dy^2 - (mm+1)\,cc\,dy^2 + (mm+1)\,y^2dy^2}{cc-yy}$, ou $dx = \frac{r\,dy\sqrt{[yy\,(B+mm+1) - cc\,(mm+1)]}}{y\sqrt{(cc-yy}}$ que l'on peut rapporter à deux arcs de cercles. M.rs Bernoulli & de Maupertuis ont conſtruit une différentielle toute ſemblable, dans les Solutions qu'ils ont données du probleme des courbes algébriques & rectifiables ſur la ſphere, que l'on trouvera dans ce volume, ainſi je ne m'y arrêterai pas davantage.

SECOND MEMOIRE
SUR LA MANIERE D'ARRESTER LES HEMORRAGIES,
CONTENANT
Deux Obſervations qui prouvent que le Sang s'arrête par un caillot.

Par M. PETIT.

L'HÉMORRAGIE qui ſurvint à M. le Marquis de Rotelin vingt-un jours après lui avoir coupé la cuiſſe, me mit dans la néceſſité de faire un bandage ou machine propre à retenir le Sang *, & à procurer la conſolidation des vaiſſeaux qu'on eſt obligé de couper dans cette opération. Cette machine me réüſſit, j'oſe le dire, avec toute la facilité, la ſûreté & la promptitude que l'on pouvoit ſouhaiter dans un cas auſſi urgent que celui dont il s'agiſſoit.

* *Elle eſt décrite dans le premier Mémoire que j'ai donné ſur cette matiére. Année 1731, p. 85.*

La cuiſſe, & par conſéquent l'artére crurale étoit coupée à quatre travers de doigt du ventre, la ligature n'avoit point réüſſi. Les ſtiptiques, les eſcarotiques, & la compreſſion ordinaire avoient manqué deux fois ; le malade périſſoit, & l'état du moignon ne permettoit pas qu'on fît de nouvelles tentatives de ligature, pour les raiſons qui ſont rapportées dans mon premier Mémoire.

Toutes ces circonſtances raſſemblées, repréſentent une ſituation bien triſte à tous égards.

Mais quoique le bandage ou la machine que la néceſſité m'inſpira, fût ma ſeule reſſource, je ne m'y ſerois peut-être pas fié autant que je le fis, ſi quelques mois auparavant, par une compreſſion preſque ſemblable, je ne m'étois tiré avantageuſement d'une ſituation beaucoup plus effrayante.

Le S.r Seneuze, Marchand Libraire, ſur le quai des

Auguſtins, après avoir été dix-huit mois ſans ſortir du lit, à cauſe d'une fracture compliquée des os de la jambe, conſulta pluſieurs Chirurgiens, qui conclurent qu'on ne pouvoit lui conſerver la vie, qu'en lui coupant cette partie, je lui fis cette opération en préſence de mes confreres, qui ne furent pas moins étonnés que moi, de voir que le tourniquet, ni la ligature ne pouvoient arrêter le Sang. Pour en reconnoître la cauſe, & y remédier, je n'avois qu'un inſtant.

La cauſe étoit l'oſſification totale de l'artere ; le tourniquet ne pouvoit la comprimer; la ligature quoique forte, n'en put plier les parois, & ſon canal reſtant le même, la colomne du Sang ſortoit avec tout ſon volume & toute ſon impétuoſité.

Le malade ſeroit mort entre mes mains, ſi j'avois été lent à délibérer ſur le parti que j'avois à prendre. J'eus recours à la compreſſion, j'appliquai ſur la bouche des vaiſſeaux, pluſieurs tampons de charpie, ſoûtenus par des compreſſes graduées que j'élevai au deſſus du niveau de la playe, pour que la forte compreſſion ſe fît ſur les vaiſſeaux, & que dans les parties d'alentour, moderément comprimées, la circulation pût ſe faire avec autant de facilité qu'il convient. Mais pour comble de malheurs, dix-huit mois d'inaction avoient occaſionné l'enchyloſe de l'articulation de la jambe avec la cuiſſe, de maniére que ne pouvant plier le genou, autant qu'il le faut pour que le moignon décrive un angle droit avec la cuiſſe, je n'eus point la facilité de paſſer les jets de bandes à plomb, & directement du genou au moignon, & du moignon au genou. On ſçait que ces jets de bandes répétés aſſujettiſſent ſolidement l'appareil, & que la compreſſion peut même être moins forte, & plus utile, lorſqu'elle eſt faite ſuivant les lignes qui paſſent directement des différents points du moignon aux différents points du genou, ſur leſquels ces jets de bandes ſont appuyés & aſſujettis.

Quoique l'impoſſibilité de plier l'articulation, rendît la compreſſion difficile, j'y ſuppléai, en appliquant en forme d'étrier, le milieu d'une longue compreſſe ſur celles que j'avois

déja placées ſur les vaiſſeaux; puis je fis tirer fortement vers la hanche, les deux bouts de cette longue compreſſe. Par ce moyen, le Sang fut arrêté; & ſi, pour favoriſer l'effet des compreſſes, je ne pus paſſer mes jets de bandes préciſément par la ligne ſelon laquelle la compreſſion devoit ſe faire, j'en approchai cependant aſſés pour réüſſir. Lorſque tout l'appareil fut appliqué, je plaçai commodément le malade, je laiſſai près de lui deux Chirurgiens qui, pendant ſix heures, tantôt l'un, tantôt l'autre, tinrent les mains ſur l'appareil, pour le contenir. Ainſi malgré tant de circonſtances contraires à mon deſſein, l'hémorragie fut arrêtée ſans retour; ſi bien que le quatriéme jour, je levai tout l'appareil avec facilité, & il ne s'échappa aucune goutte de Sang. Si on demande par quelle cauſe le Sang de cette artere oſſeuſe a pû être arrêté, on ne pourra pas l'attribuer aux ſtiptiques, ni aux eſcarotiques dont on ne s'eſt point ſervi. On ne dira pas que ce ſoit par l'approche ou l'approximation des parois de l'artere, puiſqu'elles étoient infléxibles; on ne dira pas non plus que les chairs qui ſe ſont formées & accruës dans les parois des vaiſſeaux, ou ſur leurs bords, en ont bouché la cavité, ni que les chairs des environs, en croiſſant & s'approchant, en ayent fait la clôture, puiſque le Sang a été arrêté d'abord, que depuis il n'a point coulé, & que les chairs ne commencent à ſe former que quelque temps après que la ſuppuration eſt bien établie; donc c'eſt par le moyen caillot, & non par celui des chairs que le Sang a été arrêté.

Dans l'amputation de la jambe, on coupe quelquefois l'artere qui perce le tibia dans ſa partie poſtérieure ſupérieure, & qui fait ſouvent un pouce de chemin dans l'épaiſſeur, & ſuivant la longueur de l'os. Cette artere coupée dans ſon canal oſſeux, cauſe quelquefois une hémorragie qui inquiéte beaucoup ceux qui ignorent le paſſage de cette artere. J'en ai toûjours arrêté le Sang avec facilité, par le moyen de quelques tampons de charpie appuyés ſur l'os, & ſoûtenus par des compreſſes aſſés élevées pour avoir part à la compreſſion que fait le bandage.

Dans ces deux occaſions *, ſont-ce les chairs qui ont arrêté le Sang? Non, c'eſt le caillot, c'eſt lui qui dans ces deux cas, a retenu le Sang, non-ſeulement juſqu'à ce que les chairs ſe fuſſent ſuffiſamment accruës pour couvrir le vaiſſeau, car cela ne ſuffiſoit pas, mais juſqu'à ce que les chairs fuſſent aſſés ſolides pour réſiſter à l'impulſion du Sang.

* De l'Artere oſſifiée & de l'Artere cachée dans un canal oſſeux.

Il eſt à remarquer que le caillot commence à ſe former, auſſi-tôt que le Sang eſt retenu dans ſon vaiſſeau; ſi bien que deux ou trois heures après, il eſt en état de retenir le Sang, comme on l'a vû dans d'autres occaſions, & preſque toutes les fois qu'on a été obligé de lever le premier appareil, peu de temps après l'avoir appliqué. Il n'en eſt pas de même de la regénération des chairs, qui ne commence qu'après que la ſuppuration eſt établie, & par conſéquent long-temps après l'amputation.

Si l'hémorragie s'arrête par un caillot, & s'il faut que les chairs ſe regénérent, pour faire la réünion du vaiſſeau, le Chirurgien ne doit rien appliquer ſur le moignon, qui ne favoriſe ces deux opérations de la Nature; car, ſi ce qu'il applique, eſt capable d'empêcher ou de retarder la coagulation du Sang & la ſuppuration, le caillot ne ſe formera pas, & la regénération des chairs ſe fera avec trop de difficulté & de lenteur.

Suivant ces principes, on conçoit bien d'abord que ce qui détruit les chairs, comme font les eſcarotiques, les détruit ſans néceſſité, & en pure perte; & que ſi on réüſſit quelquefois par l'application de ces médicaments, ce n'eſt point par ce qu'ils font eſcare, mais parce qu'ils coagulent le Sang dans le vaiſſeau. De ce que je dis, on conclura que tout médicament qui ne fera que coaguler, ſans brûler, doit être préféré aux eſcarotiques, & que s'il y en a qui puiſſe en même temps coaguler le Sang, & rétrécir la bouche du vaiſſeau, ſans brûler, celui-là ſera préféré à celui qui ne fera que coaguler le Sang, parce qu'il aura non-ſeulement l'avantage de former un caillot, mais auſſi celui d'empêcher que le caillot ne ſorte.

Ainſi les ſimples coagulans ſeront préférés aux eſcarotiques,

& les ſtiptiques ſeront préférés aux deux autres. Ce que je dis eſt dans la ſuppoſition que l'on n'ait point d'autres moyens à employer que ces trois médicaments. Car je ne penſe pas que les ſtiptiques, malgré leur double vertu, ſoient préférables ni à la ligature, ni ſur-tout à la compreſſion, telle que je l'ai pratiquée au S.r Seneuze, & à M. le Marquis de Rotelin; car la diſpoſition dans laquelle ſe trouvent les chairs, les arteres & le ſang immédiatement après l'amputation, eſt la plus favorable qu'on puiſſe déſirer, ſoit pour la ſuppuration qui précéde la regénération des chairs, ſoit pour l'union des bords des vaiſſeaux l'un à l'autre, de la façon que je l'ai *en 1731. expliqué dans mon premier Mémoire*, ſoit même pour la formation du caillot auquel je me fierai davantage, lorſque le Sang aura été coagulé par lui-même, que lorſque ſa coagulation aura été procurée par quelque médicament que ce ſoit. C'eſt ce que j'ai expérimenté, & ce que je prouverai par les obſervations ſuivantes.

Tout le monde convient que toutes les parties du Sang ne ſont pas ſuſceptibles de coagulation; il eſt cependant vrai que quand on tire du Sang dans une palette, il ſe coagule d'abord tout entier; mais lorſqu'on le laiſſe repoſer, on voit que la ſéroſité ſe ſépare du caillot, de la même maniére que le petit lait ſe ſépare du lait caillé, la ſéroſité du Sang n'eſt donc point ſuſceptible de coagulation.

Les deux autres parties qui ſont la lymphatique & la globuleuſe, pour l'ordinaire, ſont enſemble un caillot qui nage dans la ſéroſité; & on pourroit croire que ces parties du Sang ſont toutes deux ſuſceptibles de coagulation, ſi nous n'avions pas obſervé pluſieurs fois au fond des palettes, & ſur-tout à l'ouverture des cadavres, que la partie globuleuſe & la ſéroſité conſervent quelquefois leur fluidité, pendant que la partie lymphatique eſt ſeule coagulée.

Il eſt ordinaire qu'à l'ouverture des cadavres, on trouve le Sang coagulé dans le cœur & dans tous les vaiſſeaux, tant veines, qu'arteres; mais cette coagulation n'eſt pas toûjours la même. Quelquefois la partie rouge & la lymphe exactement mêlées,

mêlées; forment un caillot rouge & aſſés ferme; d'autres fois ces deux ſubſtances, quoique coagulées, ſont preſque exactement diſtinctes, & forment un caillot de deux couleurs; mais attendu que la lymphe eſt plus légére, la moitié ſupérieure de ce caillot eſt blanche, & l'inférieure eſt d'un rouge-brun, ſuppoſant que le cadavre ſe ſoit refroidi dans la ſituation horiſontale, comme cela arrive ordinairement.

Si l'on examine le baſſin dans lequel on vient de ſaigner du pied, on trouvera toutes les parties du Sang noyées dans l'eau chaude, & ſi l'on veut voir à l'inſtant quelle eſt la partie du Sang ſuſceptible de coagulation, on n'a qu'à jetter un pot d'eau froide dans le baſſin, & ſur le champ, on verra la partie blanche ſe ſéparer de la partie rouge, & s'élever ſur la ſurface de l'eau où elle forme des caillots très-durs, pendant que la partie rouge demeure univerſellement & exactement mêlée avec l'eau, & ſans former aucuns caillots.

De ces expériences connuës de tout le monde, on peut conclure que la partie blanche eſt non-ſeulement plus diſpoſée à la coagulation que la partie rouge, mais qu'elle eſt la ſeule qui ſe coagule, & que la partie rouge ne feroit point partie du caillot, ſans la partie blanche qui la retient. Les différents degrés de conſiſtence qu'on trouve dans les caillots en ſont une ſeconde preuve. En effet, le caillot de toute la maſſe exactement mêlée a quelque conſiſtence, mais lorſque la partie rouge & la partie blanche ſe ſont coagulées, pour ainſi dire, ſéparément; le caillot blanc eſt très-dur, parce qu'il ne contient point de partie globuleuſe, & le rouge eſt d'autant plus mol qu'il contient peu de lymphe; de maniére que quand la partie globuleuſe & la ſéroſité reſtent fluides, & que la lymphe ſe coagule, le caillot eſt encore plus dur & plus blanc; ainſi les différents degrés de blancheur & de ſolidité des caillots dépendent du plus ou du moins de parties globuleuſes que la lymphe retient, en ſe coagulant. Le caillot de la ſeule lymphe eſt donc plus ferme, & par conſéquent plus durable que celui de la partie rouge & de la partie blanche mêlées enſemble; & il eſt donc plus avantageux que le caillot qui

arrête le Sang, ſoit fait de la partie blanche ſeule, que s'il eſt fait de l'une & de l'autre mêlées enſemble.

La pratique de la Chirurgie eſt conforme à toutes ces expériences. Il eſt de certaines maladies dans leſquelles le Sang eſt plus diſpoſé à former un ſolide caillot, que dans d'autres, comme ſont toutes les maladies où la lymphe eſt épaiſſie; par exemple, ſi l'on fait quelque opération à ceux qui ſont attaqués d'écrouelles, maladie où la lymphe eſt épaiſſie, on arrête le Sang avec facilité, & ce qu'il y a de particulier, mais que je n'entreprends pas d'expliquer aujourd'hui, c'eſt que lorſqu'on leur coupe quelque membre, ils en guériſſent preſque tous, & plus promptement que d'autres. J'ai obſervé la même choſe dans les opérations que j'ai faites à certains vérolés, & même à ceux qui étoient attaqués du ſcorbut au premier degré, lorſque le Sang n'eſt pas encore diſſout. Tous ces faits n'étonnent point, quand on ſçait que les uns & les autres de ces malades ont la lymphe fort épaiſſe, & qu'elle ſe coagule avec facilité.

Il eſt plus difficile d'arrêter l'hémorragie à ceux à qui on coupe les membres dans le jour même qu'ils ont été bleſſés, qu'à ceux à qui on ne les coupe que quelques jours après; parce que dans ceux-ci, la lymphe eſt plus diſpoſée à la coagulation, que dans les autres, dont le Sang n'a point ſouffert d'altération.

Lorſqu'un membre gangréné eſt coupé dans la partie morte, il n'y a point d'hémorragie, parce que le Sang eſt caillé dans une grande étenduë du vaiſſeau, & le caillot y eſt blanc & dur, par conſéquent lymphatique, comme on le prouve par les obſervations ſuivantes.

M. Martial Chirurgien-Major de l'Hôpital de Tournai, en 1694, coupa les deux jambes à une pauvre femme (elles étoient gangrénées), & il les lui coupa toutes deux dans la partie morte; il n'y eût point d'hémorragie à l'amputation de la premiére jambe, & il n'y en auroit point eu à celle de la ſeconde, ſi, après avoir coupé, il n'avoit tiré un petit corps rond, dur & blanc, qu'il prenoit pour un bout de nerf

ou de tendon, & qui ſe trouva être un caillot de 3 pouces de longueur. La colomne du Sang l'avoit pouſſé, & il ſortoit du vaiſſeau, de la longueur de 7 à 8 lignes. Alors l'artere d'où il fut tiré n'étant plus bouchée, le Sang jaillit, mais fut arrêté par les moyens ordinaires.

Nous avons pluſieurs exemples de membres amputés pour cauſe de gangréne *, à qui il n'y a point eu d'hémorragie, quoiqu'on ait amputé dans le vif, & même aſſés avant, parce que le caillot ne ſe borne pas à la partie morte, il s'étend quelquefois fort avant dans la partie vivante, juſqu'où la diſpoſition inflammatoire s'étend. Car on remarquera que dans tous les cas dont on vient de parler, s'il n'y a pas toûjours inflammation apparente, le Sang y eſt au moins très-diſpoſé, & l'expérience nous montre tous les jours que l'hémorragie qui arrive aux opérations qu'on fait dans des cas d'inflammation eſt plus facile à arrêter, que celle qui arrive aux opérations qu'on fait à des perſonnes qui d'ailleurs ſont en ſanté.

**Mad.e Huby. La Dame Trudaine, religieuſe de S.e Eliſabeth.*

De toutes ces obſervations, il réſulte que la lymphe eſt la ſeule partie du Sang ſuſceptible de coagulation, & que le caillot eſt plus ſolide, & par conſéquent plus convenable pour boucher le vaiſſeau, lorſqu'il eſt formé de la ſeule lymphe.

Il s'agit de prouver préſentement, que lorſque le Sang ſe coagule par lui-même, le caillot eſt plus convenable pour arrêter le Sang, ou, ce qui eſt la même choſe, que le caillot eſt plus lymphatique, quand le Sang ſe caille par lui-même, que lorſqu'on s'eſt ſervi de quelque médicament que ce ſoit.

Pendant que le Sang arrêté dans le vaiſſeau, conſerve ſa fluidité, la lymphe & la partie globuleuſe du Sang ſe ſéparent, comme il a été dit, parce que leurs différents degrés de peſanteur, obligent l'une de deſcendre, & l'autre de s'élever; & comme ni l'une, ni l'autre, ne circulent plus, elles perdent de leur fluidité peu à peu, & ſe coagulent chacune de leur côté.

Comme cette ſéparation ne ſe fait que pendant que le Sang eſt encore fluide, il eſt avantageux que cette fluidité ſubſiſte, au moins juſqu'à ce que la plus grande partie de la lymphe

ait abandonné la partie globuleuſe. Car, s'il étoit poſſible que la fluidité ſe conſervât juſqu'à ce que toute la lymphe fut élevée au-deſſus de la partie globuleuſe; alors il n'y auroit qu'un caillot blanc, & de pure lymphe. La partie globuleuſe & la ſéroſité reſteroient fluides, puiſqu'elles ne ſont ſuſceptibles de coagulation, qu'autant qu'il reſte quelque portion de lymphe mêlée avec elles. Cela étant, il ne faut rien appliquer ſur le vaiſſeau qui ſoit capable de faire perdre trop tôt au Sang ſa fluidité. Les ſtiptiques, les eſcarotiques, & autres médicaments coagulans ne conviennent donc point, parce qu'agiſſant trop bruſquement, ils ne donnent point à la lymphe, le temps de ſe ſéparer de la partie rouge. Elles ſe coagulent enſemble, ce qui forme un caillot mol, ſans conſiſtence, peu adhérant, & qui ſouvent ne bouche pas exactement le vaiſſeau, juſqu'à ce qu'il ſoit réüni ou bouché par les chairs.

Ainſi pour arrêter les hémorragies, il ne faut autre choſe qu'un appareil compreſſif qui empêche le Sang de ſortir du vaiſſeau; alors le Sang arrêté ſe coagulera peu à peu, la lymphe ſe ſéparera, & le caillot ſera tel qu'il doit être, capable d'empêcher que le Sang ne ſorte, même dès le premier jour; ce qu'il ne faut pourtant point éprouver. Il eſt plus prudent d'attendre que l'appareil, humecté par le ſuintement de la playe, n'ait aucune adhérence avec le moignon. On ne court point riſque de détruire, ou les réünions commencées, ou les adhérences du caillot. Quand le premier appareil eſt levé, il faut appliquer le ſecond très-promptement, afin que le caillot toûjours ſoutenu par la compreſſion, conſerve ſes adhérences, & réſiſte à l'impulſion du Sang, juſqu'à ce que les chairs accruës ſoient ſuffiſamment affermies. Il étoit du moins abſolument néceſſaire que cela fût ainſi dans les deux cas rapportés au commencement de ce Mémoire, où l'on avoit à retenir le caillot dans deux arteres dont les parois ne pouvoient s'approcher, parce que l'une étoit oſſifiée, & l'autre renfermée dans un canal oſſeux. Dans de pareilles occaſions, on doit faire une compreſſion très-forte, puiſque le diametre

du vaiſſeau eſt reſté le même, lorſqu'au contraire, quand le vaiſſeau eſt pliant, une médiocre compreſſion ſuffit.

Mais dans tous les cas, il eſt d'une néceſſité abſoluë de procurer un très-grand repos au malade & à la partie coupée; & pour cela, il faut placer le moignon ſi commodément, qu'on ne ſoit point obligé de le changer de place que le plus tard qu'on peut; parce qu'en le changeant de ſituation, l'on troubleroit la formation du caillot. Mais en le plaçant, on obſervera toûjours que le bout du vaiſſeau coupé ſoit, autant qu'il eſt poſſible, tourné vers l'horiſon, non-ſeulement parce que le Sang ayant ſa peſanteur à vaincre, agira moins contre le caillot, mais encore parce que le caillot en ſera plus dur, plus ſolide & placé plus favorablement. Il en ſera plus ſolide, puiſque quand le Sang ſe caille par lui-même, la partie blanche qui le forme, eſt pure, & preſque entiérement ſéparée de la partie rouge; & il ſera placé favorablement, puiſque la partie blanche qui eſt plus légére que la rouge, s'élevera près de l'extrémité du vaiſſeau, qui eſt le lieu le plus avantageux que puiſſe occuper le caillot.

NOUVELLES EXPE'RIENCES SUR LE BORAX,

Avec un moyen facile de faire le Sel Sédatif, & d'avoir un Sel de Glauber, par la même opération.

Par M. GEOFFROY.

19 Mai 1732.

LE Borax eſt un Sel, dont la compoſition ou naturelle ou artificielle, eſt peu connuë; l'Hiſtoire naturelle, tant ancienne, que moderne, nous fournit ſur ce Sel étranger, peu d'éclairciſſements; & de ce qu'elle en rapporte, nous ne pouvons conclurre que ce ſoit la véritable Chryſocolle des anciens, quoique les Eſpagnols qui travaillent les Mines du Chily, les Vénitiens, & d'autres modernes, lui donnent encore ce nom qu'ils ont pris dans l'ancienne Hiſtoire naturelle.

Pline, en parlant de la Chryſocolle de ſon temps, la diviſe en deux eſpeces. La naturelle qui ſe tiroit des Mines de Cuivre. L'artificielle qu'on faiſoit, en agitant & en triturant de l'urine de jeunes enfans, dans des mortiers de bronze.

Paul Herman, dans ſa matiére médicale *(de l'édition de Straſbourg, de 1726, p. 651.)* dit qu'on fait le Borax aux Indes Orientales, d'une terre nitreuſe; qu'après l'avoir calcinée, & miſe en poudre, on la fait bouillir, & qu'on en fait une forte leſſive; qu'on l'expoſe enſuite à l'air, pour la faire criſtalliſer; que ce Sel ne ſe perfectionne pas davantage dans le Païs, & que c'eſt dans les lieux où on le tranſporte, qu'on le purifie.

A ces deux deſcriptions, & principalement à celle de Pline, on ne reconnoît pas le Borax d'à préſent; car, par les eſſais que j'ai faits ſur la ſolution de ce ſel dans l'eau ſans addition, je n'y ai pû trouver aucun atôme de Cuivre; quoiqu'il dût y en avoir conſidérablement, ſi c'étoit la Chryſocolle de Pline.

Je ne trouve pas non plus qu'il puiſſe être fait d'une terre nitreuſe (priſe dans le ſens, & ſelon les propriétés de notre

Nitre d'à préſent), parce qu'il criſtalliſeroit autrement, & fuſeroit ſur le Charbon; que ſi M. Herman entend par le Nitre des Indes, le Nitre d'Agra, & de quelques autres endroits des Indes Orientales, qui eſt un *Natrum*, & par conſéquent, un fort alkali, le Borax ſeroit un Sel alkali beaucoup plus ſenſible, & auroit un goût beaucoup plus âcre, à moins qu'en fabriquant ce ſel, on n'ajoûte au *Natrum* quelque matiére qui adouciſſe cette âcreté, & en faſſe un ſel ſalé imparfait où l'alkali domine encore.

Feu mon Frere a dit, dans les leçons qu'il dictoit au College Royal, ſur la matiére médicale, & d'après des Mémoires qu'il avoit eûs d'un voyageur Allemand, nommé M. *Naeglin*, bon Naturaliſte, qui avoit fait beaucoup de recherches ſur ce Sel, tant aux Indes, qu'à Veniſe où on le purifioit autrefois, « que le Borax ſe tiroit de divers endroits des Indes Orientales, « mais en plus grande quantité des Etats du Mogol, & de la « Perſe; qu'en différentes contrées de ces deux Etats, il couloit « lentement de pluſieurs Mines, & principalement de celles de « Cuivre, une eau ſaline, trouble & verdâtre qu'on recueilloit « avec ſoin; qu'après l'avoir évaporée juſqu'à une certaine con- « ſiſtence, on la verſoit dans des foſſes creuſées en terre, & « enduites d'une pâte, compoſée du limon dépoſé des mêmes « ſources minérales, & de la graiſſe des Animaux; qu'on re- « couvroit ces foſſes d'une épaiſſeur convenable, de la même « pâte; qu'au bout de quelques mois, on les ouvroit, qu'on « trouvoit l'eau évaporée en partie, & le Sel de Borax criſtal- « liſé; qu'on en retiroit ces criſtaux encore mêlés ou recouverts « de ce limon gras, & qu'on nous l'apportoit des Indes en « ce état. «

Nos Commerçans tirent auſſi du Borax, de la Chine, où il coûte peu; ce qui feroit ſoupçonner que ce ſeroit un Sel naturel dans le Païs, ou du moins d'une fabrique très aiſée.

On raffine à préſent ces différents Borax en Hollande, mais ce n'eſt pas un ſécret propre aux Hollandois, puiſqu'il y a un particulier, dans le Fauxbourg S.t Antoine, qui en a raffiné & qui en a livré aux Marchands, d'auſſi beau & d'auſſi

pur que celui de Hollande. En cet état de purification parfaite, il eſt tranſparent comme le Criſtal de Roche.

Brut, tel qu'on l'apporte des Indes, ſes criſtaux ſont ordinairement gros comme des avelines, d'une couleur verdâtre, ſale & obſcure, comme la pierre de Lâre de la Chine, ou comme le Jade verd pâle. Ils ſont tous chargés d'impuretés, de terreſtréités, & enduits d'une matiére graſſe, qui eſt peut-être celle de la pâte dont je viens de parler, ou quelqu'autre graiſſe dont on les a recouverts, pour les empêcher de ſe calciner, & de ſe réduire en farine, pendant leur tranſport dans ces Païs chauds. Car on ſçait que le Borax ſe calcine aiſément à l'air, auſſi-tôt qu'après l'avoir lavé dans l'eau froide, on l'a dégagé de ſon enveloppe onctueuſe, laquelle blanchit l'eau, & s'y diſſout comme le Savon.

Les criſtaux de ce Sel ont la figure d'un priſme oblique à ſix faces, dont la baſe a ſix côtés, tels que les côtés oppoſés ſont paralleles & égaux. Le grand diametre ou la longueur de cette baſe eſt à peu-près double, & quelquefois plus que double de ſa largeur. Une ſingularité de ces criſtaux, eſt que ſi l'on conſidére les deux plans oppoſés qui peuvent réciproquement ſervir de baſe, on apperçoit un petit côté de ce plan ou arrête de ce ſolide, émouſſé dans toute ſa longueur, & quelquefois auſſi l'angle aigu qui l'avoiſine, & les deux arrêtes ainſi émouſſées, une dans chaque plan, ſont tellement ſituées qu'elles ſont diamétralement oppoſées. Quoique cela ne ſoit pas exactement vrai dans tous ces criſtaux, on voit cependant qu'ils affectent aſſés généralement cette figure. Le plus grand diametre de la baſe des plus gros que j'aye pû trouver a environ 10 à 12 lignes, & le petit diametre ou celui qui marque l'épaiſſeur a 5 ou 6 lignes. La longueur n'eſt pas toûjours proportionnée à la grandeur de la baſe; car, tel dont le grand diametre de la baſe n'a que 8 lignes, en a 13 à 14 de hauteur, & tel autre, dont le grand diametre de la baſe a 12 lignes, n'a que 10 lignes de hauteur *.

* *Voyés les figures de ces criſtaux dans la Table.*

Il y a des criſtaux qui ne ſont pas, à beaucoup près, ſi gros, il y en a même d'auſſi petits que des grains de millet.

Comme

Comme il y a grande apparence que ce Sel s'eſt formé dans une liqueur trouble ou bourbeuſe, on y trouve, en le diſſolvant, beaucoup de terre groſſiére, ou de ſable, & ſa couleur verdâtre diſparoît, ſi on le criſtalliſe de nouveau.

Voilà à peu-près tout ce que je puis dire de l'extérieur du Borax. Quant à ſon intérieur, qui a été l'objet des recherches de la plûpart des Chymiſtes de l'Europe, je n'en pourrois rien dire que par conjectures. Becher ſemble avoir connu la compoſition de ce Sel, ſi ce n'eſt point au haſard qu'il a dit dans ſa *Phyſica ſubterranea* (édit. de Leipſ. p. 542.) & dans ſon *Alphabetum minerale, p. 115.* » Que l'acide univerſel diſſolvant « une pierre ou terre fuſible, forme le Borax, comme il forme « l'Alun, lorſqu'il rencontre une terre propre à faire la chaux. «

Sur cette idée, j'ai tenté quelques expériences dont je ferai part ſi elles réuſſiſſent.

Peut-être auſſi quelque jour, le Borax ſe découvrira-t-il à nos yeux, dans des matiéres où l'on ne ſoupçonne pas qu'il puiſſe être; comme on a trouvé le Sel de Glauber, & le Tartre vitriolé dans des Eaux minérales, dans des Plantes, & dans d'autres mixtes naturels.

M. Homberg a crû que le Borax étoit un Sel urineux minéral. M. Lémery le pere, l'a qualifié de Sel moyen, qui ne fermentoit ni avec les acides, ni avec les alkalis; & en dernier lieu, M. Lémery l'a défini un Sel alkali, parce qu'il précipite la terre métallique des Vitriols, & la terre de l'Alun preſque auſſi-bien que le peut faire le Sel de Tartre. Il a fait voir auſſi que le Borax ſe ſublimoit, non-ſeulement avec l'acide vitriolique, mais avec les autres acides minéraux, & avec le vitriol blanc. Ainſi il ne s'agit ici que de quelques moyens particuliers qui facilitent l'opération du Sel ſédatif de M. Homberg, de différentes obſervations que j'ai faites en ſublimant ce Sel, & de quelques phénomenes que j'ai remarqués dans les procedés repetés de cette opération.

Le Borax purifié ſe calcine à l'air, comme l'Alun; il ſe diſſout moins facilement que lui dans l'eau froide, mais beaucoup plus vîte dans l'eau chaude.

Lorſqu'on verſe de l'eau bouillante ſur des criſtaux entiers de Borax, mis dans un vaiſſeau capable de ſupporter la chaleur de l'eau, ces criſtaux s'écartent en pétillant, ſelon la longueur de leurs priſmes, & les parties qui s'en détachent ſe précipitant à meſure que les criſtaux ſe diviſent, elles ſe collent au fond du vaiſſeau aſſés fortement pour qu'on ait de la peine à les en détacher : d'où l'on peut conjecturer qu'il y a toûjours une viſcoſité naturelle dans le Borax.

La ſolution de ce Sel n'agit pas ſur les métaux parfaits. Tenuë dans la bouche, elle y développe un goût urineux, comme le fait le Sel de la Soude; mais d'une maniére moins ſenſible que ce dernier. Lorſque cette ſolution eſt faite à grande eau, il s'en précipite une terre blanche extrêmement fine.

Le Borax pouſſé au grand feu, ſe bourſouffle, blanchit, ſe calcine comme l'Alun; puis il prend la forme de verre. En cet état, il perd près de la moitié de ſon poids, c'eſt-à-dire, près de huit onces par livre. M. Lémery n'a trouvé cependant que ſept onces de diminution; mais cette différence vient, ſans doute, du plus ou du moins d'humidité que les différents Borax retiennent dans leurs criſtalliſations.

Cette eſpece particuliére de verre de Borax eſt dure, compacte, tranſparente comme du verre ordinaire. Ce n'eſt cependant qu'un Sel privé de ſon flegme, qu'il reprend aiſément à l'humidité de l'air, puiſqu'il s'y ternit, qu'il y perd ſa tranſparence, & qu'au bout de quelque temps il eſt à l'extérieur comme un autre Borax qui n'auroit pas été fondu à grand feu.

Les liqueurs acides attaquent ce verre, & agiſſent ſur lui comme ſur les verres de mauvaiſe fabrique dont j'ai parlé dans un de mes Mémoires. Feu M. Lémery ayant remarqué que ce verre de Borax ſe diſſolvoit totalement dans l'eau chaude, & qu'il ſe recriſtalliſoit enſuite, j'ajoûte à cette remarque qu'il ne petille pas dans l'eau bouillante, comme il le fait avant que d'être vitrifié, & qu'il y dépoſe une terre fine en plus grande quantité que ne le fait le Borax non-vitrifié.

De tous les ſels, nous ne connoiſſons juſqu'à préſent que

le Borax qui ſans addition prenne cette forme de verre au grand feu ; d'où l'on peut conjecturer, d'après Becher, qu'il auroit pour baſe cette terre fuſible dont il parle, mais en même temps que les parties intégrantes de cette terre étant trop tenuës, ne préſenteroient pas à l'impreſſion de l'air & à l'action des liqueurs acides des ſurfaces aſſés ſolides pour leur réſiſter.

On remarque auſſi que le Borax, qui par quelques-uns eſt employé comme fondant dans la compoſition des criſtaux factices, leur communique à la longue le défaut qu'a ſon verre de ſe ternir à l'air, & que c'eſt à tort qu'on l'y employe : par la même raiſon c'eſt mal-à-propos que quelques Artiſtes le font entrer dans le verre d'Antimoine : car quoiqu'il le rende plus tranſparent d'abord, il le ternit enſuite, & ſe calcine.

Le Borax ne fermentant ni avec les acides, ni avec les alkalis, auroit pû être regardé comme un ſel ſalé ou moyen. Mais ayant été examiné avec plus de ſoin, on a vû qu'il étoit un alkali, non ſeulement, comme on l'a déja dit, parce qu'il précipite la terre métallique des Vitriols, la terre de l'Alun & la terre de l'eau de Chaux, mais auſſi parce que ſa ſolution verdit le ſuc des fleurs de Violette ; qu'il développe, comme le ſel de Tartre, l'urineux du ſel ammoniac ; qu'il precipite en couleur citronnée la diſſolution du Mercure par l'eſprit de Nitre, quoique ſans fermentation ſenſible.

Si on étend cette derniére diſſolution, ainſi précipitée, dans de l'eau commune, la liqueur s'éclaircit davantage, & le précipité prend une couleur griſe ardoiſée ; ce qui prouve un alkali dans le Borax, puiſque dans cette expérience il agit encore comme le ſel de Tartre ; de plus, comme lui, il fait avec la ſolution du ſublimé corroſif un précipité rouge orangé.

Le Borax précipite aſſés vîte le Fer & le Cuivre diſſouts, mais très-lentement l'Or & l'Argent ; il ne régaliſe point l'eſprit de Nitre, mais il n'empêche point ſa régaliſation par le Sel ammoniac. L'Or diſſout dans une eau Régale où l'on a mis le Borax ſe ſoûtient aſſés bien dans ſon diſſolvant. Cependant il y pâlit, apparemment par la même raiſon que ce ſel

fait pâlir l'Or dans la fonte. Le Borax qui ſe trouve de trop dans cette liqueur ſe précipite en feuillets : l'Or le précipite auſſi, mais ce n'eſt qu'après pluſieurs jours.

A l'égard de l'Argent, il ne met auſſi aucun obſtacle à ſa diſſolution dans l'Eſprit de Nitre, & je ne me ſuis point apperçû encore qu'il le précipitât, à moins qu'il ne le faſſe à la longue.

Quant aux matiéres terreuſes, il ne les précipite guéres plus promptement que les métaux imparfaits qui ont été diſſous par les acides. Il faut un poids égal de Borax & d'Alun pour précipiter la terre de ce dernier ; c'eſt-à-dire, que la ſolution de quatre onces de l'un, & de quatre onces de l'autre ayant été filtrée, il s'eſt précipité une terre mucilagineuſe, fine, blanche, qui ſéchée, peſoit 7 gros 50 grains, ce qui ne ſe ſeroit pas fait avec un moindre poids de Borax. Après quelque temps d'évaporation à l'air, il s'eſt encore trouvé un peu de terre plus jaune au fond du vaiſſeau.

En cherchant la juſte proportion de poids du Borax avec celui des Vitriols, pour faire exactement la précipitation de leur terre métallique, j'ai trouvé qu'il a fallu trois parties de Borax ſur deux de Vitriol bleu, c'eſt-à-dire, une once & demie de l'un, & une once de l'autre, pour faire la précipitation de la terre cuivreuſe. Ce précipité eſt devenu de couleur bleuë-verdâtre, & chaque gros de ce Vitriol a fourni 33 grains de ſa terre métallique, ſemblable à la cendre bleuë des Peintres.

La même doſe a été néceſſaire pour faire la précipitation du Vitriol blanc, lequel m'a donné une terre légére & blancheâtre qui, ſéchée comme la précédente, s'eſt trouvée de même poids que celle du Vitriol bleu.

Comme la précipitation complette de la terre ferrugineuſe du Vitriol vert eſt plus difficile à faire, du moins avec préciſion, j'en ai pris une plus grande doſe, & il m'a fallu trois livres de Borax ſur une livre de Vitriol, pour précipiter cette terre au point que la ſolution des deux Sels demeurât limpide. Cette terre précipitée, de couleur jaune-orangée au deſſous

de ſa pellicule, ayant été parfaitement ſéchée à l'air, s'eſt trouvée peſer ſix onces un gros & quelques grains.

Par ces doſes amenées petit à petit au point de préciſion que je cherchois, j'ai été ſûr d'avoir précipité toutes les parties métalliques ou terreuſes de ces ſels, en ſorte que leur ſolution n'avoit plus de ſaveur métallique, & que l'acide vitriolique uni au Borax n'avoit plus qu'un goût ſalé.

J'ai parlé ci-deſſus de la précipitation de la terre de l'eau de chaux par le Borax; j'avois pris deux livres cinq onces ſix gros de cette eau, & une once de Borax diſſoute dans neuf à dix onces d'eau : les deux liqueurs étant confonduës enſemble, il s'en eſt précipité trente-ſix grains d'une premiére terre très-blanche.

La liqueur du mêlange étant décantée de deſſus cette premiére terre précipitée, & ayant été miſe à évaporer, il s'eſt précipité encore une ſeconde terre légére, feuilletée & argentine, quoiqu'un peu jaunâtre, & dans cette terre, le Borax s'eſt recriſtalliſé en criſtaux mieux formés qu'ils n'ont coûtume de l'être, lorſqu'il ſe criſtalliſe ſans aucune addition, par des évaporations lentes. Il paroît par cette obſervation que pour la criſtalliſation plus parfaite de certains Sels, il eſt néceſſaire qu'il y ait dans leur ſolution, une terre qui leur ſoit ſurabondante.

Tous les mêlanges du Borax avec l'acide vitriolique, & avec les acides du Nitre & du Sel marin, nous donnent le Sel ſédatif, en ſuivant le procedé indiqué énigmatiquement par Becher, trouvé par M. Homberg, & étendu à tous les acides minéraux par M. Lémery. Ce Sel fait par la ſublimation, ſelon ces procedés, eſt un aſſemblage de fleurs ſalines que j'aurai lieu dans la ſuite, de comparer aux fleurs de Benjoin. Elles ſont ſi fines & ſi légéres qu'elles nagent ſur l'eau, & qu'elles ne s'y diſſolvent que quand l'eau eſt chaude.

Le Sel ſédatif eſt un Sel ſalé parfait, qui n'altére point la couleur du ſuc des Violettes, qui n'agit point ſenſiblement ſur la ſolution du Sublimé corroſif, ni ſur la diſſolution du Mercure par l'Eſprit de Nitre, & ce n'eſt qu'au bout d'un

long temps qu'il s'y fait un précipité jaune-citron, ſemblable à celui que fait le Borax. Il y a pourtant quelque différence entr'eux; car le précipité que le Sel ſédatif a donné, n'a point changé de couleur dans les lotions avec beaucoup d'eau, comme a fait le précipité fourni par le Borax. Ainſi il eſt parfaitement ſemblable, quant à cette expérience, à de pareils précipités faits par le Sel de Glauber & le Tartre vitriolé; car ces deux derniers ſels précipitent l'un comme l'autre, le Mercure diſſout par l'Eſprit de Nitre.

Le Sel ſédatif eſt précédé par différentes liqueurs pendant qu'il eſt ſur le feu pour ſe ſublimer. La premiére n'eſt qu'un flegme un peu gras qui a l'odeur du ſavon, mais qui n'opere rien dans les eſſais. Celle qui vient enſuite avec les premiéres fleurs, trouble en blanc, quoiqu'à la longue, la diſſolution du Mercure. Il ſe dépoſe un précipité très-léger, de peu de volume, d'un blanc un peu jaunâtre, ſemblable au précipité fait par l'Eſprit de Vitriol foible, mais qui jaunit, comme je viens de le dire, au lieu que ce dernier ne jaunit point.

Le Sel ſédatif, diſſout dans l'eau chaude, ſe recriſtalliſe, lorſqu'elle eſt froide, en nouveaux flocons de feuillets brillants qui ne different des fleurs de la ſublimation, qu'en ce qu'ils ſont plus épais & plus peſants; & c'eſt cette derniére obſervation qui m'a indiqué le moyen facile d'avoir le Sel ſédatif par criſtalliſation. Mais avant que d'en décrire le procédé plus au long, je continuerai le détail de toutes les autres obſervations qui ont rapport à la ſublimation de ce ſel.

Pour faire cette ſublimation avec plus d'exactitude, il faut ſe ſervir d'une cornuë de verre à col large, mettre dedans quatre onces de Borax en poudre fine, verſer deſſus une demi-once d'eau commune ſeulement, parce que j'ai obſervé qu'il eſt inutile de diſſoudre le Borax dans l'eau, comme on fait ordinairement, & qu'il ſuffit que la maſſe ſaline ſoit humectée comme une pâte mole; on y ajoûte enſuite une once deux gros d'huile de Vitriol concentrée, & l'on place la cornuë à un feu de reverbere modéré d'abord, & qu'on augmente enſuite par degrés juſqu'à faire rougir la cornuë. De cette maniére,

le Borax étant étendu dans beaucoup moins d'eau, & reſſerré dans un plus petit eſpace que dans les cucurbites, ſuivant le procédé ordinaire; l'acide vitriolique l'attaque plus vîte, & le pénetre plus aiſément.

Il paſſe d'abord dans le récipient environ une once d'humidité aqueuſe, puis le ſel volatil monte avec les derniéres humidités qui s'élevent encore de la maſſe ſaline; ce qui fait qu'une portion de ce ſel ſe réſout avec ce ſecond flegme, & paſſe avec lui dans le récipient; mais la plûpart de ſes fleurs ſalines s'attachent à la premiére partie du col de la cornuë qui ſort de l'échancrure du fourneau: elles s'y accumulent en ſe pouſſant inſenſiblement les unes les autres, enſorte qu'elles bouchent légerement cette portion du col occupée. Alors celles qui montent, lorſque le col eſt bouché, n'ayant plus d'air extérieur qui les rafraîchiſſe en les condenſant, & ſe trouvant placées d'ailleurs dans la partie poſtérieure du col de la cornuë qui eſt la plus expoſée au feu, elles s'y attachent & s'y vitrifient en quelque maniére, de ſorte qu'elles y forment un cercle d'un ſel fondu & mat: dans cet arrangement les fleurs du Sel ſédatif ſemblent partir de ce cercle, & l'avoir pour baſe. Elles y ſont en lames extrêmement minces, brillantes, très-légeres, & s'en détachent aiſément avec une plume.

Lorſqu'on les a retirées & miſes à part, ſi l'on veut continuer l'opération avec le même mêlange, il n'y a qu'à remettre ſur la maſſe ſaline reſtante environ deux onces d'eau, ce qui ſuffit pour r'humecter ce ſel reſté dans la cornuë, qu'il faut replacer dans le fourneau pour recommencer la précédente opération. Je n'y employe que de l'eau commune, parce que je conſerve à part la liqueur recueillie dans le récipient, qui contient beaucoup de Sel ſédatif paſſé avec elle, pour l'en retirer enſuite par évaporation & criſtalliſation.

Mais ſans replacer la cornuë au feu, on peut tirer de la maſſe ſaline calcinée qui eſt reſtée au fond, tout le Sel ſédatif qu'elle contient encore, en le faiſant diſſoudre dans une ſuffiſante quantité d'eau qu'il faut filtrer, pour ſéparer une terre brune qui ſe précipite à chaque fois que l'on diſſout la maſſe

lorſqu'elle a été calcinée : on l'évapore enſuite, & on la fait criſtalliſer, ainſi que je le dirai plus au long ci-après.

J'ai dit que le Vitriol vert abandonnoit ſa terre ferrugineuſe plus difficilement que les autres Vitriols n'abandonnoient leur terre métallique, & qu'il m'a fallu employer trois livres de Borax ſur une livre de couperoſe verte pour en précipiter totalement ſa terre, & pour avoir les ſolutions limpides; j'ajoûte à cette obſervation que ſans cette précipitation préliminaire, on parvient difficilement à faire la ſublimation du Sel ſédatif par le mêlange de ces deux ſels, parce qu'il n'y a que la partie acide du Vitriol qui ſerve dans l'opération ; & comme j'avois remarqué qu'il falloit un peu plus d'une once d'huile de Vitriol concentrée ſur quatre onces de Borax pour la ſublimation du Sel ſédatif, il me falloit un même rapport d'acide en employant le Vitriol vert lui-même ; or ce rapport d'acide ne ſe trouve exactement que dans l'opération elle-même : car ayant mis quatre onces de Vitriol vert avec deux onces de Borax, & ayant mêlé les ſolutions de ces deux ſels dans une cucurbite, la premiére ſublimation n'a fourni qu'une petite quantité de fole farine. J'ai refondu la maſſe, & l'ai miſe à ſublimer, ce que j'ai répété encore deux fois ſans pouvoir faire monter le Sel ſédatif, quoiqu'à chaque ſolution de la maſſe dans l'eau il ſe précipitât beaucoup de terre ferrugineuſe que j'ai ſéparée par le filtre ; mais à la quatriéme ſolution & ſublimation, cette terre métallique étant ſuffiſamment précipitée, il s'eſt élevé aſſés conſidérablement de Sel ſédatif en lames brillantes & bien formées : donc il a fallu que cette terre fût ſéparée par précipitation de la partie acide du Vitriol pour que cet acide pût agir ſur le Borax comme l'huile de Vitriol y agit d'abord.

Je ferai obſerver auſſi que la maſſe ſaline dont il eſt queſtion préſentement, fournit moins de Sel ſédatif à la ſept ou huitiéme ſublimation, mais que l'ayant expoſée à l'air humide pendant ſept ou huit jours, & remiſe enſuite au feu, elle m'a donné du Sel ſédatif en plus grande quantité que dans les précédentes ſublimations.

Cette

Cette terre métallique précipitée eſt un ſafran de Mars très-fin qui retient encore du Sel ſédatif, & je crois qu'on pourroit le regarder comme le ſoufre narcotique du Mars, ſuivant l'idée des Auteurs qui en ont écrit; du moins il s'enflamme aiſément, & il donne auſſi à la flamme une couleur verte qu'on ne doit attribuer qu'au Borax, comme je le dirai à la fin de ce Mémoire.

De tous les Vitriols il n'y en a point qui fourniſſe plus de Sel ſédatif dans l'opération de la ſublimation, que le Vitriol bleu: il eſt vrai que le Sel ſédatif ne monte pas à la premiére & à la ſeconde ſublimation; mais comme deux ſolutions ſur le feu ſuffiſent pour dégager ſa terre cuivreuſe de l'acide vitriolique, l'union de cet acide avec le Borax ſe fait plus vîte que dans l'opération avec le Vitriol vert.

Après le Vitriol bleu & le Vitriol vert, c'eſt l'Alun qui fournit le plus de Sel ſédatif, mais les fleurs de ce ſel ſont plus fines, plus ſerrées & plus peſantes.

Enfin le Vitriol blanc en fournit moins que tous les précédents.

Je ſuis aſſûré de ces rapports, parce que j'ai travaillé tous les mêlanges de ces ſels vitrioliques avec le Borax dans des cucurbites de même grandeur, & placées toutes à un même feu & dans le même temps. J'obſerverai en paſſant que le Vitriol blanc & l'Alun caſſent les cucurbites à chaque ſublimation: quoique le Vitriol bleu les caſſe auſſi quelquefois, il dédommage par la quantité de Sel ſédatif qu'il fournit, beaucoup plus beau que les autres.

Je reviens à la précipitation de la terre martiale du Vitriol vert par le Borax, conſidérée en elle-même, & ſans avoir égard au rapport qu'elle peut avoir avec l'opération du Sel ſédatif. Ayant fait ma diſſolution, comme je l'ai déja dit, de trois livres de Borax & d'une livre de Vitriol, pour faire la précipitation auſſi complete qu'il étoit poſſible, de la terre métallique, j'ai filtré la liqueur, & l'ai miſe à évaporer. Amenée au point de criſtalliſation, elle eſt devenuë un peu rouſſe, mais elle n'a rien précipité. Il s'eſt criſtalliſé environ une livre &

demie de Borax ſurabondant. La liqueur ayant été décantée de deſſus ces criſtaux, & remiſe à évaporer dans des cucurbites garnies de leurs chapiteaux, il ne s'eſt rien ſublimé. J'ai rediſſout la maſſe ſaline deſſéchée, dans de l'eau chaude; & dans la liqueur refroidie il s'eſt formé des criſtaux de ſel de Glauber. Cette ſingularité m'a fait chercher ce qu'étoit devenuë la matiére propre à faire le Sel ſédatif, qui auroit dû du moins ſe criſtalliſer, puiſque je n'avois rien perdu de mes mêlanges que la terre métallique reſtée ſur les filtres, & c'eſt effectivement dans cette terre que je l'ai retrouvée.

J'ai pris toute cette terre, je l'ai imbibée d'un peu d'eau, après l'avoir fait entrer dans une cornuë que j'ai poſée au feu de réverbere, & j'en ai retiré, en répétant l'opération & en imbibant à chaque fois, une quantité aſſés conſidérable de Sel ſédatif ſemblable à celui des précédentes opérations. Ce qui confirme ce que j'ai déja dit par conjecture, que cette terre ferrugineuſe précipitée par le Borax pourroit être le vrai ſoufre narcotique du Mars.

Après avoir ſéparé le Sel de Glauber de la liqueur filtrée dont je viens de parler, celle qui reſte miſe à évaporer devient graſſe, & ne ſe criſtalliſe plus. Si on en continuë l'évaporation, elle ſe deſſéche en une matiére ſaline grenuë & ſableuſe qui ne donne aucune forme de criſtaux, à la réſerve de quelques uns, très-petits, qu'on y retrouve encore, & qui ſont des criſtaux véritables de Borax, enduits d'une eau-mere de Vitriol.

Cette liqueur qui ne criſtalliſe pas, miſe à ſublimer dans des cucurbites, ne donne pas de Sel ſédatif. Mais ſi on jette deſſus de l'huile de Vitriol, il ſe fait un *coagulum* blanc ſans fermentation; ce *coagulum* étendu dans l'eau chaude s'y diſſout, & en refroidiſſant, il s'y forme ſur le champ, des lames de Sel ſédatif.

Si au lieu de trois livres de Borax ſur une livre de Vitriol, on met le même poids de Borax ſur deux livres de ce dernier ſel, on aura d'abord tout le Sel de Glauber que le mêlange peut fournir, ſans qu'il s'en ſépare aucuns criſtaux de Borax,

& à la fin de la criſtalliſation, on trouvera cette eau-mere dont je viens de parler ; mais il faut, pour bien faire réuſſir cette criſtalliſation, mettre le mêlange pendant quelque temps ſur un feu aſſés vif, afin de faire précipiter ſuffiſamment la terre du Vitriol.

Ce Sel de Glauber n'eſt pas différent du Sel de Glauber ordinaire, quant à ſa forme extérieure ; mais l'ayant mis fondre dans un creuſet, j'y ai trouvé quelque différence. Il ne s'y fond pas ſi facilement, & il m'a paru qu'il y reſtoit encore quelque peu de Borax, qui ſe vitrifiant pendant que l'autre ſel eſt en fonte, ſe diſtingue aiſément au milieu de la maſſe blanche fonduë du Sel de Glauber, où il paroît en gouttelettes brillantes.

Quoi qu'il en ſoit, ce Sel de Glauber eſt une découverte, & je ne ſçais que M. Heinkel qui en ait parlé avant moi ; c'eſt dans ſon Livre intitulé *Flora ſaturniſans*, imprimé à Leipſick en 1722. Il y dit que ſon ami M. Meuder, Medecin & Chimiſte à Dreſde, avoit fait par le Borax & l'huile de Vitriol, un Sel de Glauber pareil à celui qu'on fait à l'ordinaire par le Sel commun & l'huile de Vitriol, & ſemblable au Sel d'Epſom, mais il ne dit point qu'on en ait fait auſſi aiſément par les ſolutions du Borax & du Vitriol. M. Groſſe, de cette Académie, a trouvé auſſi le même ſel par le procédé de M. Meuder, dont il n'avoit pas encore eu la communication.

C'eſt par l'union de la même huile de Vitriol & du Borax (qui m'a donné auſſi un Sel de Glauber dont je parlerai ci-après) que j'ai eu le Sel ſédatif par criſtalliſation. En voici le procédé, qui peut être utile au public, & principalement dans les Hôpitaux, où l'on conſomme aſſés conſidérablement de ce ſel, qui eſt difficile à faire en quantité ſuffiſante par la ſublimation.

Je fais diſſoudre quatre onces de Borax raffiné dans une ſuffiſante quantité d'eau chaude ; enſuite j'y verſe une once deux gros d'huile de Vitriol bien concentrée qui y tombe avec bruit : après avoir laiſſé évaporer quelque temps ce mêlange, le Sel ſédatif ſe fait appercevoir en petites lames fines

& brillantes qui ſurnagent la liqueur. Alors j'arrête l'évaporation, & petit à petit ces lames augmentent en épaiſſeur & en largeur : elles ſe joignent les unes aux autres en petits flocons, ou forment entr'elles d'autres arrangements. Pour peu qu'on remuë le vaiſſeau, on trouble l'ordre de la criſtalliſation : ainſi il ne faut pas y toucher qu'elle ne paroiſſe achevée. Pour lors les flocons criſtallins devenant des maſſes trop peſantes, tombent d'eux-mêmes au fond du vaiſſeau. En cet état, il faut décanter doucement la liqueur ſaline qui ſurnage ces petits criſtaux ; & comme ils ne ſont pas aiſément diſſolubles, il faut les laver en verſant lentement de l'eau fraîche ſur les bords de la terrine à deux ou trois repriſes pour emporter le reſte de cette liqueur ſaline, enſuite les égoutter, & les mettre à l'étuve ou au ſoleil. Ce ſel, en forme de neige, folié & leger, eſt alors doux au toucher, frais à la bouche, legerement amer, faiſant un peu de bruit ſous les dents, & laiſſant une petite impreſſion d'acidité ſur la langue. Il ſe conſerve ſans s'humecter ni ſe calciner, s'il eſt traité avec les précautions que je viens de décrire, c'eſt-à-dire, ſi on l'a exactement ſéparé de ſa liqueur ſaline.

Il ne différe du Sel ſédatif ſublimé qu'en ce que malgré ſa légéreté apparente, il eſt un peu plus peſant que lui. Je préſume que la cauſe de cette peſanteur vient de ce que dans la criſtalliſation, pluſieurs de ces lames ſe collant les unes aux autres, elles retiennent entr'elles quelque portion d'humidité, ou ſi l'on veut que formant des criſtaux moins diviſés, ils préſentent numériquement moins de ſurfaces à l'air qui éleve les corps légers. Au contraire, l'autre Sel ſédatif, pouſſé par la violence du feu, s'éleve au chapiteau des cucurbites, ſous une forme plus tenuë, & dont les parties ſont beaucoup plus diviſées.

Pour rendre mon opinion plus probable, je prends pour exemple les fleurs de Benjoin ; élevées par la ſublimation, elles ſont très-légéres. Si je les fais diſſoudre dans une proportion d'eau convenable, à meſure que la liqueur ſe refroidira, elles ſe criſtalliſeront en petites lames plus épaiſſes qu'elles

n'étoient auparavant, & ſous cette derniére forme, elles ſeront plus peſantes : cependant ce ſont les mêmes fleurs de Benjoin qui n'ont ſouffert d'autre altération que d'eſtre fonduës & criſtalliſées.

Pour n'avoir aucun doute ſur l'exacte parité entre mon Sel ſédatif criſtalliſé, & le Sel ſédatif ſublimé à l'ordinaire, j'ai fait ſur lui les épreuves ſuivantes. Je l'ai expoſé aux plus vives ardeurs du Soleil, il ne s'y calcine point. S'il y reſtoit du Borax, encore ſous ſa forme eſſentielle, ou quelque autre ſel de la nature du Sel de Glauber, il ne manqueroit pas de ſe calciner, & c'eſt-là même un moyen ſûr de connoître s'il eſt ſuffiſamment purifié.

S'il ſe calcine au Soleil, je le rectifie, en ſéparant la partie des criſtaux non-calcinés, & rejettant l'autre. Je refonds la premiére dans de nouvelle eau bouillante, dont il faut une pinte pour quatre onces de ce ſel. Auſſi-tôt que l'eau eſt refroidie, je vois reparoître les lames légeres, brillantes, criſtallines & voltigeantes dans la liqueur. Vingt-quatre heures après je décante la liqueur, je lave le ſel avec de l'eau fraîche, & je l'ai très-beau & très-pur.

De plus, ce ſel criſtalliſé, de même que celui qui eſt ſublimé, n'altere point la couleur du ſuc des Violettes, & ils ſoutiennent tous les deux les mêmes épreuves avec les ſolutions de Mercure : l'un & l'autre ſe diſſolvent dans l'Eſprit de vin, & produiſent la flamme verte dont je vais parler bien-tôt.

Ce n'eſt pas tout : je les ai comparés encore par la ſublimation. J'ai pris deux cucurbites baſſes, dans l'une deſquelles j'ai mis un gros de mon Sel ſédatif criſtalliſé, & dans l'autre pareil poids de Sel ſédatif ſublimé. Après les avoir fait fondre dans une égale quantité d'eau, je les ai poſés tous les deux au feu de ſable. L'un & l'autre ſe ſont ſublimés. J'ai repris les deux maſſes ſalines reſtantes, je les ai fonduës de nouveau dans de l'eau pour les ſublimer, & pour examiner avec attention laquelle des deux monteroit le plus vîte. Celle du Sel ſédatif, fait d'abord par ſublimation, s'eſt élevée avec un peu plus de légereté que l'autre. Cependant il a fallu en répéter

ſix fois la ſublimation pour le faire monter autant qu'il étoit poſſible, car il eſt encore reſté un réſidu de ſix grains qui n'a pû ſe ſublimer. La maſſe de l'autre Sel ſédatif criſtalliſé a eu beſoin de huit ſublimations, & elle a laiſſé un réſidu fixe, pareil à l'autre, & qui peſoit douze grains. Il eſt à remarquer que quoique le ſel, fait d'abord par ſublimation, dût être plus pur que l'autre, cependant il a toûjours dépoſé à chaque fois qu'on l'a ſublimé, & qu'on a rediſſous la maſſe, une terre griſe qui a fait le réſidu des ſix grains.

Le Sel ſédatif, fait par ſublimation, & celui qui eſt ſimplement criſtalliſé, étant jettés ſur une pelle rougie au feu, ſe diſſipent plus de la moitié en fumée : l'autre partie plus fixe, ſe vitrifie, ſans qu'il m'ait paru aucune différence entre eux dans cette épreuve.

Il réſulte de tout ce que je viens de rapporter, que s'il y a quelque différence entre ces deux ſels, elle n'eſt que dans leur poids : mais cette différence eſt ſi petite, qu'elle ne doit faire naître aucun ſcrupule dans l'uſage de celui qui eſt criſtalliſé, parce que ſi c'eſt un léger inconvénient, on peut y remédier, en augmentant d'un grain le poids de chaque doſe. Le Sel ſédatif criſtalliſé a toûjours cet avantage pour l'Artiſte, ſur le ſublimé, d'être d'une opération plus facile, puiſque par une ſeule criſtalliſation on peut faire l'ouvrage de quatre vaiſſeaux à ſublimer, c'eſt-à-dire, qu'on peut travailler tout à la fois deux livres de Borax avec dix onces d'huile de Vitriol concentrée. Ainſi on obtient ce ſel avec plus de facilité, & ſans riſquer de caſſer des vaiſſeaux. J'en ai fait faire des épreuves dans les cas où l'on employe le Sel ſédatif ordinaire ou ſublimé, & l'on ne s'eſt point apperçû qu'il y eût la moindre différence dans leurs effets.

Afin que ceux qui dans la ſuite voudront imiter mon procédé, puiſſent réuſſir ſans me faire de reproches, je dois les avertir qu'il peut y avoir quelque différence dans la criſtalliſation du Sel ſédatif, ſi leur huile de Vitriol n'eſt pas ſuffiſamment concentrée, & qu'en ce cas les lames de ce ſel approcheront de la figure d'un ſel en criſtaux grenés. L'huile

de Vitriol que j'ai employée, miſe dans une petite phiole qui tient juſte une demi-once d'eau de Seine filtrée, comparée dans la même phiole, & à la même hauteur que l'eau, peſe une once dix-huit grains.

Quant au Sel de Glauber qui réſulte auſſi du mêlange du Borax avec l'huile de Vitriol, il ſe trouve dans la liqueur ſaline qu'on décante de deſſus le Sel ſédatif criſtalliſé. Il n'y a qu'à la faire évaporer lentement ; ce ſel qu'elle contient, s'y criſtalliſe en belles colonnes quarrées, dont les extrémités ſont à facettes, comme celles qu'on obtient par le procédé ordinaire du Sel de Glauber. Il en a les propriétés, ſoûtient les mêmes épreuves, & produit les mêmes effets.

Ainſi voilà un Sel de Glauber trouvé dans le Borax, où l'on n'avoit pas encore imaginé qu'il pouvoit ſe former à l'aide de l'acide vitriolique.

On le fait auſſi avec le Sel alkali de la Soude bien purifié & bien criſtalliſé ; il n'y a qu'à y joindre l'huile de Vitriol. Quatre onces de criſtaux de Sel de Soude bien purifiés, étant fondus dans l'eau, abſorbent une once trois gros & quelques grains de cet acide concentré; mais il faut le verſer à diverſes repriſes dans la ſolution, parce que le Sel de Soude étant beaucoup plus alkali que le Borax, il s'y fait une violente fermentation, & le développement de l'odeur ſaline, ou plûtôt de l'eſprit de Sel, y eſt très-ſenſible.

Dans la liqueur ſuffiſamment évaporée, il ſe forme des criſtaux de Sel de Glauber parfaitement ſemblables à ceux que j'ai retirés de la ſolution du Borax uni à l'acide vitriolique ; d'où je pouvois conclure que le Sel de la Soude a beaucoup d'analogie avec le Borax, puiſqu'ils ont tous les deux une terre ſemblable à la terre du Sel marin, ſans laquelle on a crû juſqu'à preſent que le Sel de Glauber ne pouvoit ſe former, mais qu'il manque au Sel de la Soude pour être parfaitement ſemblable au Borax, la terre vitrifiable qui eſt dans ce dernier. Cependant il y a encore entre eux cette différence : le Sel de Soude par ſon alkali plus ſenſible & mieux caractériſé, abſorbe l'acide de la crême de Tartre, ce que le

Borax ne fait pas, parce qu'il eſt plus gras & plus onctueux que lui, & qu'outre cela il contient apparemment un ſel ſalé qui ne nous eſt pas encore connu, mais avec lequel conſervant le caractere d'alkali, il eſt cependant beaucoup moins ſoluble que le Sel de Soude, & encore moins que les autres ſels alkalis qui n'ont pas ce ſel ſalé dans leur compoſition.

Du Sel de Soude ſaoulé de l'acide de la crême de Tartre, il réſulte un Tartre ſoluble, ou Sel moyen, que j'ai nommé *Sel Polychreſte ſoluble*, qui eſt connu par le dernier Mémoire de M. Boulduc, & précédemment ſous le nom de *Sel de Seignette*. Ce ſel ſe criſtalliſe aſſés aiſément, lorſqu'on eſt venu au point d'une juſte évaporation. Car ſi on l'évapore au de-là de ce point, la liqueur devient gommeuſe, elle ſe fige, en refroidiſſant, comme une colle-forte : la maſſe qui reſte, devient très-dure. En cet état, cette maſſe peut être comparée au Borax uni aux acides minéraux, lorſqu'on le deſſéche lentement, ou au Borax uni avec la crême de Tartre ſuivant le procédé de M. le Févre. Cependant cette maſſe gommeuſe de Sel de Soude étant refonduë, peut être criſtalliſée en la faiſant évaporer avec circonſpection.

De toutes mes expériences faites ſur le Borax, on doit conclure qu'on en peut ſéparer par les acides minéraux deux ſortes de Sels ; l'un qui ſe ſublime, l'autre qui eſt fixe : que le fixe étant une eſpece de Sel de Glauber, le Borax contient par conſéquent une terre ſemblable à la terre du Sel marin, & que dans le Sel volatil eſt la terre vitrifiable du Borax, puiſque le Sel ſédatif, même le ſublimé, peut encore ſe vitrifier en partie.

C'eſt cette derniére partie du Borax qu'il faut connoître parfaitement, avant qu'on puiſſe trouver le moyen d'imiter ce ſel par l'art. Nous avons dans le Sel de Soude la terre ou la matiére du ſel fixe, il faudroit tenter d'y trouver ou d'y ajoûter la terre vitrifiable, ou la matiére du ſel volatil du Borax. C'eſt aujourd'hui l'objet des recherches de pluſieurs Chimiſtes. J'ai fait ſur cela bien des tentatives qui ne m'ont pas encore réuſſi ; mais peut-être qu'en multipliant les épreuves, je ſerai plus heureux. J'ai

J'ai dit ci-devant que le Sel ſédatif, ſoit criſtalliſé, ſoit qu'il ſoit ſublimé, ſe diſſolvoit dans l'Eſprit de vin, & que le feu étant mis à cet eſprit, il s'en élevoit une flamme verte. Comme c'eſt un phénomene nouveau & aſſés curieux, j'en vais détailler toutes les expériences.

Le Sel ſédatif ſe diſſout dans l'Eſprit de vin, mais il faut pour cela le chauffer un peu : lorſqu'il eſt refroidi, le ſel qui y eſt de trop ſe précipite, cependant l'Eſprit de vin en retient aſſés pour donner en brûlant une flamme d'un beau verd, dans quelque vaiſſeau qu'on le brûle, de métal ou non.

Ce n'eſt pas l'Eſprit de vin qui donne cette couleur, puiſque brûlé ſeul, ſa flamme eſt plus blanche que violette, quand il eſt bien rectifié, & plus violette que blanche quand il l'eſt mal.

Ce n'eſt pas l'addition du Borax ſeul qui produit cet effet, puiſqu'ayant répété l'expérience avec l'Eſprit de vin chargé de Borax pulvériſé & digeré avec lui, je n'ai vû qu'une flamme ordinaire.

Ce ne ſont pas non plus les acides minéraux, par eux-mêmes, qui mêlés & unis à l'Eſprit de vin, donnent cette couleur à la flamme.

J'en ai brûlé qui avoit été long-temps en digeſtion tant avec l'huile de Vitriol qu'avec l'eſprit de Nitre & l'eſprit de Sel, & je n'ai rien apperçû de remarquable dans la flamme.

Mais c'eſt le Borax uni avec un acide quelconque qui donne cette couleur verte. Les précipités provenant du mêlange du Borax avec l'Alun & avec les Vitriols vert, bleu & blanc, les papiers ſur leſquels leurs ſolutions ont été filtrées, tous donnent une flamme verte.

En un mot toutes les fois que j'ai ajoûté le Borax à un acide tel que l'acide du Vitriol, celui du Nitre, celui du Sel marin, l'eſprit de Tartre, l'eſprit de Pain, de Vinaigre, de Gayac, le Verjus, le jus de Citron, &c. j'ai eu une flamme toûjours plus ou moins verte.

Que je mette digerer du Verdet dans l'Eſprit de vin, je n'aurai rien de ſingulier dans la flamme ; pour peu que j'y

ajoûte de Sel ſédatif ou du Borax, cette flamme ſera verte.

Il arrive préciſément la même choſe avec la teinture de Mars : brûlée ſeule avec l'Eſprit de vin, ſa flamme eſt violette & blanche ; ſi j'y joins le Borax, elle eſt blanche & verdâtre.

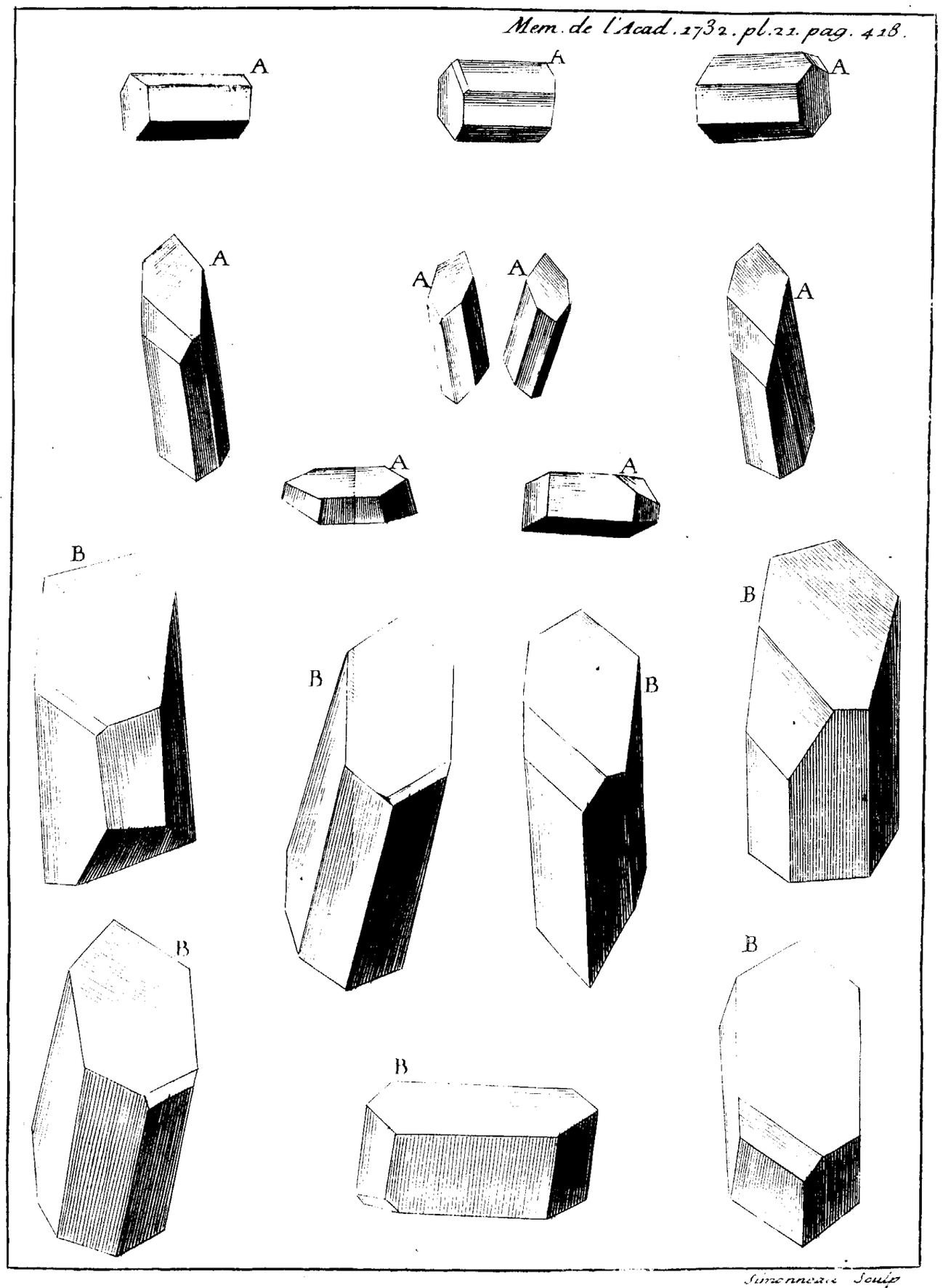
Ainſi de ces expériences, & de pluſieurs autres inutiles à rapporter, je conclus, comme j'ai déja fait, que c'eſt au Borax uni avec un acide, de quelque nature qu'il puiſſe être, qu'on doit attribuer ce phénomene ſingulier de la flamme verte.

Mais qu'y a-t-il dans ce ſel qui puiſſe produire cette couleur ? qu'eſt-ce que l'acide y développe ? Ce doit être un ſoufre métallique ſubtil, mais extrêmement concentré. Cependant quoique cette conjecture ſoit aſſés bien fondée, je ne puis l'appuyer d'aucune démonſtration ſuffiſamment ſenſible.

Explication des Figures des Criſtaux de Borax.

Les figures marquées *A*, repréſentent les criſtaux de Borax brut, tel qu'il nous vient des Indes, & de leur grandeur naturelle. Ils ſont vûs de différents côtés, ou en différentes poſitions, tant ſur leurs baſes, que ſur les côtés de leurs priſmes, afin qu'on apperçoive mieux l'obliquité de leurs priſmes, & la variété des échancrures qui ſe trouvent à l'extrémité des priſmes. Variétés dont il eſt parlé à la page 400 du Mémoire.

Les figures marquées *B*, ſont les mêmes criſtaux, deſſinés plus grands qu'ils ne ſont naturellement, afin de faire mieux appercevoir les différences & les variétés de leur criſtalliſation déja repréſentées dans les figures *A*.


Mem. de l'Acad. 1732. pl. 21. pag. 418.
A
A
A
A
A
A
A
A
B
B
B
B
B
B
B
Simonneau Sculp.

SUR LA SECONDE INEGALITE' DES SATELLITES DE JUPITER.

Par M. GRANDJEAN.

17 Decemb. 1732.

LEs avantages que la Géographie a tirés de l'obſervation des Satellites de Jupiter, ont aſſés juſtifié les Aſtronomes des ſoins & du temps qu'ils ont employé à la correction de leurs Tables.

Les phaſes de ces Satellites que l'on obſerve le plus fréquemment, ſont leurs éclipſes dans l'ombre de Jupiter, & l'exactitude du calcul de ces éclipſes dépend principalement de trois éléments.

Le premier eſt le mouvement des Satellites autour de Jupiter.

Le ſecond, le mouvement de Jupiter autour du Soleil.

Le troiſiéme enfin, & le plus conſidérable de tous, eſt compoſé de toutes les inégalités optiques ou apparentes que la ſituation de la Terre à l'égard de Jupiter & les différentes propriétés de la lumiére peuvent produire, ſans parler de pluſieurs autres cauſes qui peut-être éxiſtent, & ne nous ſont encore inconnuës que par la grande diſtance de ces Aſtres à nous.

L'ombre de Jupiter décrit dans les orbes de ſes Satellites des arcs égaux à ceux que Jupiter lui-même décrit autour du Soleil. Ainſi le temps entre deux immerſions eſt égal à une révolution périodique du Satellite plus au temps qu'il lui a fallu pour rejoindre l'ombre de Jupiter, qui pendant ſa révolution s'en étoit écartée d'une certaine quantité; ſi Jupiter & par conſéquent ſon ombre alloient toûjours d'un pas égal, en ne conſidérant que cette cauſe, l'intervalle entre deux éclipſes ſeroit toûjours égal à l'intervalle entre deux autres éclipſes, mais comme Jupiter va inégalement ſur ſon orbe, ſon ombre

va auſſi inégalement dans les orbes des Satellites, & les équations qui ſont néceſſaires pour avoir ſon vrai mouvement, étant ajoûtées ou ſouſtraites de ſon mouvement moyen, donneront le chemin de l'ombre dans les orbes de ſes Satellites, & ſi les Satellites n'avoïent ni excentricité ni autre inégalité réelle, & que d'ailleurs leurs éclipſes ne fuſſent ſujettes à aucunes inégalités optiques, les équations de Jupiter ſuffiroient pour avoir le temps de leurs éclipſes avec exactitude, & cette inégalité produite par celle de Jupiter même, eſt ce que les Aſtronomes appellent *premiére inégalité des Satellites.*

Peu de temps après la premiére édition des Tables des Satellites de feu M. Caſſini, on s'apperçut d'une inégalité dans les éclipſes des Satellites qui les faiſoit retarder de 14 minutes d'heures dans la conjonction, & paroiſſoit dépendre des retours de la Terre à Jupiter; il n'y avoit pas lieu d'attribuer cette inégalité aux Satellites mêmes, c'eſt pourquoi M. Caſſini & M. Romer l'expliquerent par le mouvement ſucceſſif de la lumiére; ainſi Jupiter étant plus éloigné de la Terre dans la conjonction que dans l'oppoſition, d'environ 66,000,000, de lieuës, diametre de l'orbe annuel, ſi la lumiére a un mouvement ſucceſſif, il n'eſt pas étonnant qu'elle mette un temps ſenſible à parcourir cet eſpace, & par ce moyen on eſt parvenu à repréſenter aſſés juſte les obſervations du premier Satellite, ſur lequel ces deux Aſtronomes avoient fondé leur hypotheſe.

A l'égard des autres Satellites, il s'en faut bien qu'elle réponde aux apparences obſervées, & c'eſt ce qui avoit engagé M. Caſſini à l'abandonner entiérement, comme il paroît par ce qu'il en dit à la fin des hypotheſes de ces Satellites, imprimées d'abord en 1693, & depuis dans le Recueil des anciens Mémoires de l'Académie.

Malgré une autorité d'un ſi grand poids, cette ſuppoſition paroît ſi naturelle, que pluſieurs Phyſiciens l'ont adoptée, & l'ont ſoûtenuë avec chaleur; mais pour ne pas m'écarter de mon ſujet, je ne rapporterai ici que les preuves aſtronomiques qui ont été données pour ou contre ſur cette matiére.

M. Halley donna en 1694, dans les Tranſactions philoſophiques *, un Ecrit dans lequel il prétend prouver, par quelques obſervations qu'il rapporte, que c'eſt à tort que l'on a voulu rejetter l'hypotheſe de M. Romer, & que l'on peut très-bien repréſenter par ſon moyen la plus grande partie des obſervations des Satellites, à quoi il ajoûte que ſi l'on refuſe de l'adopter, il faut de néceſſité ſuppoſer aux Satellites mêmes une inégalité qui dépende du retour de la Terre à Jupiter, ce qui (ce ſont ſes propres mots) lui ſembleroit bien hardi.

* N.° 214.

Feu M. Maraldi donna en 1707 à l'Académie un Mémoire ſur ce même ſujet, dans lequel il examine cette hypotheſe par pluſieurs obſervations, dont voici le réſultat.

Mem. Acad. 1707. p. 25.

Les ſecondes inégalités des quatre Satellites ne ſont point les mêmes, mais celles des Satellites les plus élevées ſont ordinairement les plus grandes, quoique cependant elles ne paroiſſent garder aucune regle conſtante, & que même il s'en rencontre avec des ſignes différents : ce qui eſt abſolument contraire au ſyſtême de M. Romer.

On n'obſerve point que le premier Satellite ſubiſſe une inégalité qui ait pour terme les retours de Jupiter à ſon aphélie, ce qui cependant devroit arriver, Jupiter étant plus près de nous dans le périhélie que dans l'aphélie d'environ $\frac{1}{4}$ du diametre de l'orbe annuel.

Depuis ce Mémoire on ne trouve ſur cette matiére que deux Ecrits imprimés parmi les Mémoires de l'Académie, tous deux du même M. Maraldi ; l'un en 1712, dans lequel il rapporte une obſervation particuliére du 4me Satellite qui parut en partie éclipſé, d'où il tire la même inclinaiſon de ſon orbe qu'avoit déterminée M. Caſſini dans ſes Tables. L'autre en 1729, tend à déterminer les Latitudes des Satellites, & dans ce Mémoire M. Maraldi fait remarquer une variation dans les demi-demeures dans l'ombre, prouvée par quantité d'obſervations qu'il explique par une variation dans l'inclinaiſon du Satellite.

Mem. Acad. 1729. p. 393.

M. Maraldi, ſon neveu, donna au commencement de cette année à l'Académie un Mémoire dans lequel il fait obſerver,

1.° Une inégalité dans le 4me Satellite, qu'il ſuppoſe venir de l'excentricité de cet aſtre à Jupiter. 2.° La cauſe de l'augmentation de $\frac{1}{30}$ que M. Caſſini avoit été obligé de faire à la premiére équation pour avoir le temps de ſes éclipſes avec exactitude, & qui, ſelon lui, n'eſt que l'excentricité de ce même Satellite. 3.° Une variation dans la demi-demeure dans l'ombre, qu'il explique, comme M. ſon oncle, par une variation dans l'inclinaiſon de l'orbite.

Il paroît donc, par tout ce que nous venons de rapporter,

1.° Que le 1er Satellite ſubit dans ſes éclipſes une inégalité proportionnelle au changement de diſtance de la Terre à Jupiter : ce qui eſt conforme à l'hypotheſe.

2.° Que ce même Satellite ne paroît ſubir aucune inégalité proportionnelle au changement de diſtance de Jupiter au Soleil, ce qui cependant devroit arriver ſuivant l'hypotheſe, Jupiter étant (toutes choſes d'ailleurs égales) plus près de la Terre dans ſon périhélie que dans ſon aphélie de $\frac{1}{4}$ du diametre de l'orbe annuel, ou de $\frac{1}{20}$ de l'orbe de Jupiter.

3.° Que la 2de inégalité des Satellites n'eſt point la même dans les quatre Satellites, mais conſtamment plus grande dans ceux qui ſont plus élevés, & cela ſans garder aucune regle : ce qui eſt contraire à l'hypotheſe.

4.° Qu'une partie de ces inégalités ſe peut attribuer à une inégalité réelle cauſée par l'excentricité de ces aſtres.

5.° Qu'enfin les demeures dans l'ombre ſont ſujettes à des variations irréguliéres.

Ces raiſons ſemblent faire voir que l'hypotheſe du mouvement ſucceſſif de la lumiére ne convient qu'au 1er Satellite : comme on ne peut cependant l'admettre à ſon égard ſans l'admettre auſſi pour les autres, les réfléxions que j'ai faites ſur cette matiére m'ont toûjours fait ſoupçonner qu'il y avoit outre le mouvement ſucceſſif de la lumiére, quelqu'autre cauſe qui affectoit ces phénomenes, & cette cauſe ne peut être qu'optique, car quelque inégalité réelle qu'on veuille ſuppoſer aux Satellites, on ne pourra jamais expliquer tous les phénomenes obſervés.

Je vis d'abord qu'il falloit que cette inégalité agît avec des ſignes contraires ſur les immerſions & les émerſions, puiſqu'elle fait varier la demeure du Satellite dans l'ombre; qu'elle devoit en ſecond lieu agir différemment ſur les Satellites en raiſon du temps de leurs révolutions, puiſque les plus élevés ſont ſujets aux plus grandes inégalités ; qu'enfin elle devoit détruire dans le premier l'effet de la ſeconde inégalité dépendant du changement de diſtance de Jupiter au Soleil. Voici, ſi je ne me trompe, d'où l'on peut déduire ces irrégularités apparentes.

Lorſque l'on obſerve l'immerſion d'un Satellite, on le perd de vûë quelque temps avant qu'il ſoit entiérement plongé dans l'ombre, & dès que ſa partie qui reſte éclairée, n'envoye plus aſſés de rayons pour faire ſur nos yeux une impreſſion ſenſible.

Au contraire, lorſqu'on obſerve une émerſion, on ne commence à appercevoir le Satellite qu'au moment que ſa partie éclairée envoye aſſés de rayons pour être ſenſible à nos yeux, & non pas au moment qu'il ſort de l'ombre, lequel précede l'autre conſidérablement.

Si cette partie qu'on peut nommer *la moindre partie viſible,* étoit toûjours de même grandeur, elle ne troubleroit en rien le calcul, puiſque ce ne ſeroit qu'une quantité conſtante à ajoûter au temps de l'émerſion, & à ſouſtraire du temps de l'immerſion.

Mais cette moindre partie viſible doit varier ſuivant la plus grande ou la moindre intenſité de la lumiére des Satellites, puiſqu'une partie de moitié moins grande, mais de moitié plus éclairée, feroit ſur nos yeux la même impreſſion.

Il eſt encore évident que ſi l'on ſuppoſe cette moindre partie éclairée variable, par exemple, de $\frac{1}{6}$ du diametre du Satellite, plus le Satellite ſera éloigné, plus la variation dans les éclipſes ſera ſenſible, puiſque, par exemple, le 4me Satellite qui met 16 jours 18^{h} à tourner autour de Jupiter, employera ſûrement beaucoup plus de temps à parcourir $\frac{1}{6}$ de ſon diametre, que le premier qui n'employe à faire ſon tour qu'un jour 18^{h} & demie.

Enfin cette variation doit s'appliquer aux immerſions & aux émerſions avec des ſignes contraires, puiſque plus la moindre partie viſible ſera grande, moins il faudra qu'il ſoit plongé dans l'ombre pour diſparoître, & plus il faudra qu'il en ſoit ſorti pour reparoître.

Il ſuit auſſi que l'équation de cette inégalité s'appliquera toûjours aux immerſions avec des ſignes contraires de l'équation de M. Romer, car à meſure que la Terre s'éloignera de Jupiter, la lumiére du Satellite paroîtra s'affoiblir, & la moindre partie viſible augmentant, les immerſions avanceront & anticiperont le calcul, pendant que le mouvement ſucceſſif de la lumiére les feroit retarder. D'où il ſuit que pour les immerſions l'équation abſoluë ſera la différence entre celle de M. Romer & la nôtre. Au contraire dans les émerſions notre équation s'appliquant avec des ſignes contraires à ceux des immerſions, elle ſe trouvera affectée des mêmes ſignes que l'équation de M. Romer, & dans ce cas l'équation abſoluë ſera la ſomme de celle de M. Romer & de la nôtre. Voyons maintenant quelles doivent être les regles de variation de l'intenſité de la lumiére des Satellites à nôtre égard.

Cette intenſité doit varier en deux maniéres.

1.° En raiſon renverſée des quarrés de la diſtance de Jupiter au Soleil.

2.° En raiſon renverſée des quarrés de la diſtance de Jupiter à la Terre.

Dès que Jupiter s'éloigne de ſon aphélie, il s'approche continuellement du Soleil, & par conſéquent la moindre partie viſible des Satellites diminuant, les immerſions doivent tarder, puiſqu'il faut que le Satellite ſoit moins plongé dans l'ombre pour diſparoître; par une raiſon contraire les émerſions doivent avancer, & par conſéquent de l'aphélie au périhélie les demi-demeures dans l'ombre doivent diminuer. Le contraire arrivera du périhélie à l'aphélie, mais à meſure que Jupiter s'approche du Soleil, il s'approche auſſi de l'orbe de la Terre, & la lumiére du Satellite augmente auſſi en raiſon inverſe des quarrés de cette diſtance.

Mais

Mais comme les Satellites ont des vîteſſes différentes, ſi l'on ſuppoſe que leurs moindres parties viſibles varient également, par exemple, de $\frac{1}{6}$ de chacun, les Satellites mettront à parcourir ces différences égales des temps différents, & qui ſeront entr'eux comme les temps des révolutions périodiques des Satellites.

Il eſt donc évident qu'à proportion que Jupiter s'éloigne de ſon aphélie, les immerſions doivent tarder, les émerſions avancer, & les demi-demeures dans l'ombre diminuer en raiſon compoſée des quarrés de la diſtance de Jupiter au Soleil, des quarrés de la diſtance de Jupiter à la Terre, & du temps de la révolution périodique des Satellites.

Mais comme la vîteſſe du 1er Satellite eſt très-grande, le temps qu'il met à parcourir la différence entre ſa plus grande & ſa plus petite partie viſible eſt très-petite, on trouvera par le calcul que par rapport à l'excentricité de Jupiter, elle ne varie que d'environ $2'\frac{1}{2}$, quantité preſqu'égale, mais avec des ſignes contraires à la variation du mouvement ſucceſſif de la lumiére par rapport à cette même excentricité.

D'un autre côté, depuis l'oppoſition juſqu'à la conjonction la Terre s'éloigne de Jupiter, donc l'intenſité de la lumiére des Satellites diminuë à nos yeux, & par conſéquent la moindre partie viſible augmente; donc les immerſions doivent avancer, les émerſions tarder, & la demeure dans l'ombre augmenter en raiſon des quarrés de la diſtance de la Terre à Jupiter, ou, ſi l'on veut, parce que l'équation de M. Romer lui eſt proportionnelle, en raiſon des quarrés de cette équation.

Mais par la même raiſon que nous avons alléguée ci-deſſus, les Satellites les plus élevés ſouffriront une altération plus grande, & qui ſera proportionnelle au temps de leur révolution périodique.

Donc l'équation qui réſulte du mouvement annuel de la Terre ſera toûjours en raiſon compoſée des quarrés de la diſtance de Jupiter à la Terre, & du temps périodique des Satellites.

Le rapport de ces inégalités connu, on s'attendroit peut-être à en déterminer aiſément la valeur. Mais comme on n'a

pas fait attention à cette cauſe d'inégalité, les obſervations dont on s'eſt ſervi dans la conſtruction des tablés, en ſont affectées, & par conſéquent avant que de pouvoir rien déterminer par obſervation, il faudroit corriger ſur ce principe, les tables déja faites, tant des époques, que de la 1.re & 2.de équation, ce qui exige que l'on connoiſſe parfaitement les obſervations ſur leſquelles elles ſont fondées, & qui n'ont pas été données au public. D'ailleurs cette recherche eſt extrêmement délicate, & exige des ſuites très-longues d'obſervations très-exactes. Ainſi je me contenterai de faire quelques réfléxions ſur les obſervations des Satellites qui peuvent, ou ont pû ſervir à la conſtruction de leurs tables.

Les phaſes écliptiques que l'on a, ſans doute, choiſies par préférence, pour déterminer les mouvements des Satellites y doivent être les moins propres de toutes, puiſque, comme nous avons vû dans le cours de ce Mémoire, elles ſont ſujettes à un grand nombre d'inégalités optiques, deſquelles il n'eſt pas facile de les dégager; & celles qui y ſeroient les plus propres, ſont les conjonctions inférieures dans leſquelles l'ombre des Satellites paſſe ſur le diſque de la Planete, puiſque cette ombre a un mouvement auſſi rapide que le Satellite, & n'eſt ſujette à aucune des inégalités optiques dont nous avons parlé.

Cette obſervation même peut ſervir également à déterminer le mouvement moyen des Satellites; &, ſi on la dégage de la premiére inégalité, à donner la valeur de l'équation qui provient de l'excentricité du Satellite, ce qui détermineroit leur point apojove.

Sans doute on a fait dans la table, la ſeconde inégalité trop grande, lui ayant attribué l'effet produit par la variation de la lumiére.

Il ſe peut faire même que dans la premiére équation, on ait introduit quelque partie de cette inégalité.

Au reſte, je ne prétends pas que cette illuſion d'optique ſoit la ſeule qui ait lieu dans cette matiére, peut-être en découvrira-t-on d'autres par la ſuite. Mais au moins connoiſſant celle-ci, nous en connoîtrons une des plus certaines, &

même une des plus conſidérables, ſi l'on peut s'en rapporter au petit nombre d'obſervations propres à la déterminer, qui ont été publiées, mais avant que de prétendre porter les Tables des Satellites à leur perfection, il faudroit pouvoir s'aſſûrer de la ſituation & du retour de leurs taches ; car le moment de leurs éclipſes dépend, comme nous avons vû, de la force & de la vivacité de leur lumiére, & les taches peuvent quelquefois la diminuer juſqu'au point de faire preſque diſparoître le Satellite, indépendemment de l'ombre de Jupiter ; l'obſervation de M. Bianchini, rapportée en 1712, en eſt une preuve. Enfin il eſt de fait, que la différente opacité de notre air peut accélérer ou retarder le moment de l'Immerſion & de l'Emerſion, & tous ceux qui ont obſervé les Satellites ont pû remarquer cette apparence.

On m'objectera peut-être que la variation des Eclipſes dépendant ſelon moi, de l'éloignement des Satellites, on y pourroit remédier, en ſe ſervant de plus longues Lunettes, & parce que la proportion ſuivant laquelle les Lunettes font varier les Eclipſes, eſt connuë, ou ſuppoſée telle, on en tireroit la valeur de l'équation que je propoſe, beaucoup plus petite que je ne la dois ſuppoſer, pour m'accorder aux obſervations.

Mais une légére attention aux principes les plus connus de la dioptrique, & à ceux que j'ai établis dans ce Mémoire, ſuffira pour applanir entiérement cette difficulté.

Car ce n'eſt pas ſeulement la diminution de l'angle ſous lequel on voit le diametre des Satellites, qui fait avancer ou retarder leurs éclipſes, mais encore la diminution de leur lumiére: or les Lunettes augmentent bien le diametre apparent du Satellite plus les unes que les autres. Mais elles augmentent toutes la lumiére également. Donc quelle que ſoit la grandeur des Lunettes dont on ſe ſert, on ne compenſera jamais l'inégalité produite par la variation de l'intenſité de la lumiére, mais ſeulement celle qui vient de la diminution du diametre du Satellite en raiſon de ſa diſtance, qui eſt beaucoup plus petite.

SUR QUELQUES ACCIDENTS REMARQUABLES DANS LES ORGANES DE LA CIRCULATION DU SANG.

Par M. MORAND.

LEs Vaiſſeaux ſanguins peuvent ſe dilater peu à peu, ou ſe rompre tout à coup. La dilatation des gros Vaiſſeaux doit néceſſairement produire un dérangement dans la circulation du ſang; leur rupture doit l'interrompre, & cauſer la mort ſubite. Il n'eſt pas difficile de concevoir comment des tuyaux, dont pluſieurs ſont aſſés minces dans l'état naturel, devenus plus minces par quelque vice particulier, cedent en quelque endroit à l'impulſion du ſang, ſi ſa vîteſſe eſt augmentée par quelque cauſe que ce ſoit, & l'on pourroit être étonné de ce que cela n'arrive pas plus ſouvent; en effet, ſi on ſuppoſe le diametre naturel d'une artére diminué en un endroit quelconque, ſoit par la compreſſion de quelque corps qui rapproche les parois du vaiſſeau de ſon axe, ſoit par obſtruction dans la cavité du vaiſſeau, il ſuit que l'artere eſt diſpoſée à s'élargir dans quelque point entre le cœur & l'endroit du rétréciſſement, & c'eſt une choſe que Lanciſi explique clairement dans ſon Traité *De motu cordis & anevriſmatibus*, en prouvant que dans le cas ſuppoſé, le ſang fait deux ſortes d'efforts contre les parois du vaiſſeau, parce qu'au mouvement direct du ſang ſelon l'axe du vaiſſeau, il faut ajoûter le mouvement réfléchi des parties du ſang qui rencontre l'obſtacle par lequel le diametre de l'artere eſt diminué.

Ce qui arrive aux arteres peut arriver au cœur, les anevriſmes du cœur ſont l'objet de la ſeconde partie de ce même Traité de Lanciſi, & on en conclut aiſément que dans beaucoup de maladies, le cœur ſe dilate au de-là de ſa diaſtole réguliére,

& que ſes anevriſmes doivent être plus communs qu'on ne penſe. Lanciſi en produit pluſieurs exemples qui paroiſſent ſinguliers, cependant il ne manque aux obſervations de ceux qui avant lui avoient remarqué des dilatations extraordinaires du cœur, que d'avoir été rapportées au cas de l'anevriſme plus commun dans les artéres.

Du Laurent parle dans ſes Queſtions d'Anatomie, d'un Ambaſſadeur de Toſcane en France, qui mourut ſubitement, *& dont on trouva*, dit-il, *le cœur accrû à une telle grandeur qu'il rempliſſoit quaſi toute la poitrine.*

Thomas Bartholin, faiſant le détail de l'ouverture d'un Phtiſique, rapporte que le cœur étoit ſi grand, *ut ſæpè in bobus non majus ſit aut ponderoſius.*

On trouve deux exemples de pareille choſe dans les œuvres poſtumes de Malpighi : *cordis ventriculos ita ampliatos conſpexi, ut alterum cor continere potuiſſent,* & trois autres dans le *Sepulcretum Boneti.* Cette maladie ne peut donc être regardée comme nouvellement connuë; cela n'ôte rien au mérite de la Théorie générale, qui fait un des principaux objets du Traité de Lanciſi; & on doit convenir que ſes Recherches ſur les anevriſmes, qui ſont une ſuite de celles qu'il avoit faites ſur les cauſes de la mort ſubite, ne ſont pas vaines, puiſqu'il en déduit des ſignes par leſquels on peut les prévoir, & preſque les prédire.

A l'égard de la rupture du cœur, Lanciſi paroît n'en avoir point vû, il eſt probable qu'il en auroit fait mention, ainſi les exemples que j'en produirai ici, en ſont d'autant plus remarquables. Quand on connoît la ſtructure du cœur, l'entrelacement de ſes fibres, la force de ſes colomnes charnuës, l'uſage des valvules, & des cordes tendineuſes attachées aux colomnes charnuës, on ne peut s'empêcher d'être étonné de voir qu'il arrive rupture à cet organe.

L'année 1730 en a fourni deux exemples, l'un en la perſonne de Madame la Ducheſſe de Brunſwick, l'autre en celle d'un Homme de condition, dont j'ai fait l'ouverture. Le premier fait fut répandu d'abord dans les Nouvelles publiques,

il avoit été obſervé par M. Lemery qui étoit Médecin de la Princeſſe, & qui a bien voulu me permettre d'en faire uſage. M. Grandmont, Chirurgien, qui a fait l'ouverture, m'a rapporté que dans Madame de Brunſwick, le ventricule droit du cœur étoit percé d'un trou ou déchirure qui le traverſoit dans toute ſon épaiſſeur, les deux ouvertures & tout le trajet de l'une à l'autre contenoient des filets de ſang coagulé, qui étoient les veſtiges de celui qui avoit paſſé du ventricule dans le péricarde; il n'y avoit point de ſang dans le ventricule droit, & le gauche en étoit plein, celui qui du ventricule percé étoit tombé dans le péricarde, étoit coagulé, & on en tira plus de ſix onces, non compriſe la ſéroſité du ſang qui étoit ſéparée du caillot.

Mais quoique ce fait ſoit ſingulier, ce n'eſt encore que le ventricule droit, c'eſt le moins épais, & ſes fibres ſont moins ſerrées, le gauche eſt beaucoup plus épais, & beaucoup plus fort.

C'eſt le ventricule gauche qui étoit ouvert dans l'Homme de condition, dont je fis l'ouverture. Je ne trouvai rien de ſingulier, ni à la tête, ni au ventre, & l'état ſain des poumons paroiſſoit ne rien laiſſer à reconnoître ſur la cauſe de ſa mort, lorſque n'ayant plus que le cœur à examiner, j'ouvris le péricarde; il ſe préſenta d'abord une maſſe rouge, faite d'un caillot de ſang très-ferme, moulé par ſa ſurface interne à la convéxité du cœur, & par l'externe à la cavité du péricarde, je le diviſai en deux pour l'ôter, il ne fut point peſé, mais ſa maſſe pouvoit répondre à la quantité de deux palettes de ſang. Ayant bien détaché tout ce qui environnoit le cœur, je le conſidérai quelque temps ſans le remuer, & je ne vis rien à toute la ſurface du ventricule antérieur, qu'on nomme communément le droit, je pris le cœur par ſa pointe, & l'ayant, pour ainſi dire, retourné, je vis à la ſurface & au milieu du ventricule gauche, ou poſtérieur, une tache noirâtre, étroite, longue d'environ huit lignes, j'y portai une ſonde qui entra ſans peine dans le ventricule gauche, & qui parcouroit auſſi ſans violence toute l'étenduë de la déchirure, j'ouvris alors

le ventricule, & je n'y trouvai de ſang que le filet coagulé qui ſervoit à remplir la déchirure, & dont un petit bout flotoit dans la cavité du ventricule, je le retirai par dedans, & la tache noire que j'avois vûë en dehors diſparut, ce qui démontroit ſans équivoque, la trace de la rupture ; les autres parties étant parfaitement ſaines, la cauſe de la mort ſubite reſtoit bien prouvée.

Pour expliquer comment, dans les deux cas que j'ai rapportés, les ventricules du cœur ont pû s'ouvrir ſans cauſe extérieure, il faut remarquer que dans le premier, il y avoit une éroſion aux fibres charnuës du ventricule droit, qui ſembloient avoir été ulcerées & creuſées peu à peu juſqu'au trou qui ouvroit le ventricule ; & que dans le ſecond, la chair du cœur étoit devenuë molle au point qu'en quelqu'endroit qu'on préſentât le bout d'une ſonde, ſans l'appuyer, elle entroit & traverſoit le cœur par le ſimple poids de l'inſtrument qui n'eſt pas conſidérable.

Donc la rupture de cet organe ſera raiſonnablement attribuée à l'amoliſſement de ſes fibres, ou à un ulcére qui en aura uſé l'épaiſſeur ; on trouve pluſieurs exemples de l'ulcére, dans le Recueil de Bonetus, mais un ſeul de la moleſſe.

Les exemples de la rupture du cœur qui en réſulte quelquefois, ſont rares. M. Morgagni en cite un dans ſes *adverſaria*, & trouve le fait ſingulier. On obſervera cependant que c'étoit à la pointe que le cœur étoit percé, & c'eſt l'endroit le plus mince. Bohnius en cite un autre du ventricule gauche près de l'embouchure de l'aorte, & Bonetus, de la cloiſon ou *Septum medium*.

Ces ſortes de ruptures ſont moins rares dans les gros vaiſſeaux, ſur-tout dans les veines, qui outre cela peuvent encore ſe déſunir à l'endroit de leur jonction avec le cœur.

Quoique la jonction des vaiſſeaux ſanguins avec le cœur paroiſſe aſſés ferme, on voit cependant dans un cœur cuit, avec quelle facilité ils ſe détachent du cœur à ſa baſe. Bellini a vû dans des gens morts ſubitement, la veine pulmonaire détachée de l'oreillette gauche ; ce qui s'explique, en diſant

que cette oreillette étant engorgée par un polype, ou comprimée par dehors, le ſang qui revient du poumon, trouve de la réſiſtance, ce qui occaſionne un amas de ſang dans le ſac pulmonaire, & en conſéquence, une dilatation extraordinaire de la veine, qui augmente à tel point qu'elle ſe décole d'avec l'oreillette. La même choſe, dit Bellini, peut arriver à la veine-cave, dans ſa jonction avec l'oreillette droite, mais il ne dit point l'avoir vû.

Indépendamment de l'anevriſme & de la rupture du cœur, il y a une quantité prodigieuſe d'obſervations écrites ſur d'autres cauſes, capables d'altérer ou d'interrompre ſon mouvement. Mais en voici une qui eſt moins connuë, & qui eſt relative à la palpitation.

C'eſt un battement continuel des veines jugulaires, pareil au battement des arteres, que j'ai obſervé en 1731, dans une femme d'environ 50 ans. Cette femme étoit ſujette à des défaillances, qui d'abord l'incommodoient peu, mais qui par les ſuites, devinrent ſi fréquentes qu'elle appella du ſecours, je m'informai des circonſtances de ſon mal, je lui trouvai de la palpitation, & je lui remarquai deux vaiſſeaux gros comme le pouce, un de chaque côté du col, qui battoient comme des arteres, & qui avoient quelquefois des mouvements redoublés les uns ſur les autres; la ſituation ſuperficielle de ces vaiſſeaux, & leur peu d'épaiſſeur, annonçoient aſſés les veines jugulaires externes, mais il n'y avoit plus à en douter, quand on mettoit le pouce deſſus, car la partie du vaiſſeau au deſſus du pouce reſtoit très-gonflée & ſans mouvement, celle qui étoit au deſſous, perdoit la moitié du volume qu'elle avoit avant que d'être comprimée, & ſon mouvement étoit bien moins vif. Ces battements n'étoient pas plus réguliers que ceux de l'artere du poulx qui étoit preſque toûjours en palpitation.

En 1704, M. Homberg fit part à l'Académie, d'une obſervation preſque pareille. Une Dame étoit ſujette à des palpitations de cœur qui accompagnoient ſon aſthme; dans les accès, on ſentoit aux veines du col, & de plus à celles du bras, un battement très-ſenſible, dont la fréquence étoit peu

peu différente de celle des arteres, & quand l'accès étoit fini, le battement des veines diſparoiſſoit. Lanciſi donne deux exemples, dans ſon Traité *De motu cordis*, de ce battement des veines, qu'il appelle dans un endroit, *undulatio*, dans un autre, *fluctuatio jugularium*. Nos trois obſervations rapprochées, ont une particularité qui ne doit pas être obmiſe ici. C'eſt qu'elles ſont expliquées différemment, & qu'elles établiſſent chacune une cauſe différente du même effet.

Dans la femme qui fait le ſujet de mon obſervation, je jugeai qu'il y avoit un polype dans l'oreillette droite du cœur; dans cette ſuppoſition, j'expliquois aiſément ce battement des jugulaires qui étoit peut-être auſſi dans les ſouclaviéres; en effet, le ſang apporté par les jugulaires & les ſouclaviéres dans l'oreillette droite du cœur, la trouvant preſque pleine d'une concrétion polypeuſe, devoit reſter en partie dans ces veines, & le polype jettant des branches dans les mêmes veines, devoit diriger le refoulement du ſang qui ſe faiſoit de l'oreillette dans ces veines, dans le temps de la ſiſtole de l'oreillette; car les battements de ces veines, & la ſiſtole de cette oreillette devoient être iſochrones. Cette femme étant morte, le jugement que j'en avois porté ſe trouva vrai de tout point, par l'ouverture que je fis du cadavre.

Dans l'obſervation de M. Homberg, les polypes étoient dans les troncs des deux groſſes artéres, il n'y en avoit point dans les veines; le ſang entroit donc aiſément dans les ventricules, mais il trouvoit de la peine à en ſortir: celui qui entroit dans le ventricule droit y reſtoit en partie, & le dilatoit, ce qui cauſoit enſuite des contractions convulſives & des palpitations; ces palpitations violentes & redoublées pouſſoient le ſang contre les valvules, il les forçoit & communiquoit ſes ſecouſſes à la colomne du ſang apporté par la veine-cave.

Lanciſi explique ſon obſervation par la dilatation de l'oreillette droite du cœur, & de la racine de la veine-cave, de façon que les valvules ne peuvent plus ſe joindre exactement pour en fermer l'entrée : alors dans la ſiſtole du ventricule droit, le ſang eſt refoulé du ventricule dans la veine-cave &

dans les jugulaires enſuite, & le conflict du ſang qui arrive aux jugulaires, dans le temps que celui-ci en eſt rechaſſé, fait dans cet endroit une eſpece de flux & de reflux ſingulier. Cette ondulation des jugulaires eſt, ſelon Lancifi, un ſimptome néceſſaire de la dilatation de la racine de la veine-cave, de l'oreillette & du ventricule droit.

Les exemples que je viens de rapporter, ſont voir que le battement de quelques veines s'explique naturellement de pluſieurs indiſpoſitions du cœur, & je croirois preſque, que c'eſt faute d'obſerver, ſi on ne l'a pas remarqué plus ſouvent, auſſi-bien que les anevriſmes du cœur.

SOLUTION D'UN PROBLEME DE GEOMETRIE.

Par M. CLAIRAUT.

PROBLEME.

TRouver la Courbe AFM *qui ait cette propriété, qu'en la faiſant tourner autour du point* A, *& en marquant dans chacune de ſes poſitions les points* M *&* m *qui ſoient les plus éloignés de la droite* AC, *on forme une courbe* AmM *dont les ſegmens* AOMmA *ſoient en raiſon donnée avec les ſegmens* AFMO *de la courbe* AFM. Fig. 1.

M. Cramer, Profeſſeur de Mathématiques à Geneve, eſt l'Auteur de ce Probleme, dont il m'avoit mandé avoir la Solution. Voici celle que j'en ai trouvée.

Pluſieurs perſonnes de l'Académie en ont donné de différentes, on les trouvera ci-après.

SOLUTION. Au lieu de faire tourner la courbe *AFM*, je la ſuppoſe fixe, & à chaque point *M* je mene une tangente *PM*, ſur laquelle j'abbaiſſe la perpendiculaire *AP*, & je dis que la courbe *AmM* eſt celle dont les coordonnées ſont *AP* & *PM*; alors nommant *AM*, *y*, *rm*, *dy*, *Mr*, *dx*, *AP*, *u*, *PM*, *t*, on aura $yy = uu + tt$, $tdx = udy$, & il ne faudra plus que trouver la valeur du ſegment d'une courbe dont l'abſciſſe eſt *AP*, *u*, & l'ordonnée *PM*, *t*. Pour cela, ſoit *AGM* cette courbe, la valeur de l'eſpace *AGMP* ſera $\int tdu$, en faiſant ſur l'axe *AQ*, perpendiculaire à *AP*, la courbe *AHM* égale à la courbe *AGM*, l'eſpace *APMH* ſera égal à $\int udt$, & par conſéquent *AGMH*, double du ſegment *AGOM* de la courbe *AGM*, ſera $\int tdu - \int udt$. Fig. 2. Fig. 3.

On aura donc, par les conditions du Probleme, $tdu - udt = mydx$. En prenant dans $udy = tdx$, la valeur de *dx*, & la ſubſtituant dans $tdu - udt = mydx$, on aura $ttdu$

$-utdt = myudy$, d'où on chaſſera tt & tdt par le moyen de l'équation $tt + uu = yy$, & l'on aura $ydu = (m+1)udy$, qui donne $\frac{du}{n} = (m+1)\frac{dy}{y}$, ou en intégrant $lA + lu = (m+1)ly$, ou $Au = y^{m+1}$.

Par le moyen de cette équation, on aura facilement celle de la courbe AFM, & celle de la courbe AmM; car mettant pour u ſa valeur $\frac{ydx}{ds}$ que donnent les triangles ſemblables APM, Mmr, on aura $\frac{Aydx}{ds} = y^{m+1}$, ou $dx = \frac{y^m dy}{\sqrt{(AA - y^{2m})}}$ qui exprime une courbe géométrique, lorſque m eſt un nombre rationel.

Fig. 2.

Pour avoir la courbe AmM, il faut mettre dans $Au = y^{m+1}$ à la place de y ſa valeur $\sqrt{(uu+tt)}$, & l'on aura $Au = (uu+tt)^{\frac{m+1}{2}}$.

Mem. de l'Acad. 1732. pl. 22. pag. 436.

Fig. 1.

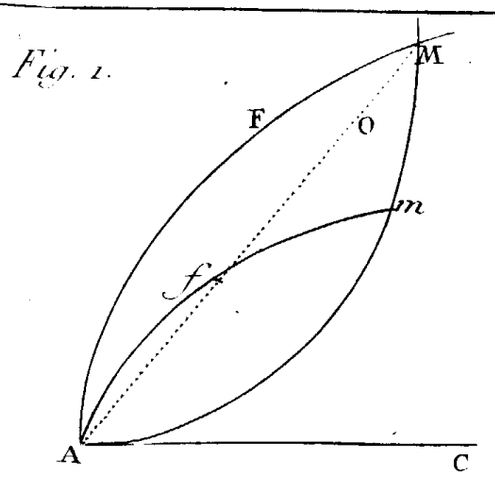
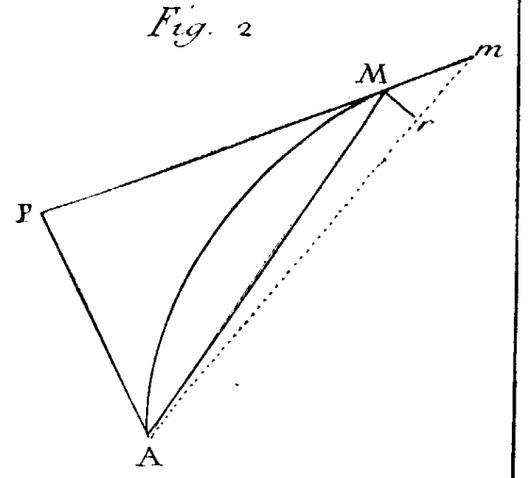


Fig. 2



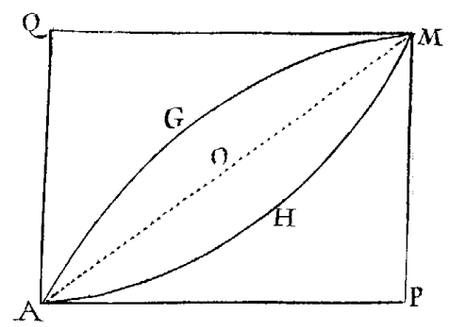


Fig. 3

Simonneau Sculp.

SOLUTION
DU MESME PROBLEME.

Par M. NICOLE.

PROBLEME.

SOIT une Courbe $ADMhl$, dont le petit côté Mh eſt parallele à la droite AB donnée de poſition. 6 Decemb. 1732.

Si l'on fait tourner cette courbe circulairement ſur le point A, de maniére que le point h décrive le petit arc de cercle hm, & le point M, le petit arc de cercle MS, de telle grandeur que le petit côté hl de la courbe qui ſuivoit immédiatement Mh dans la premiére ſituation, ſoit en mL de la ſeconde, & ſe trouve à ſon tour parallele à la même droite AB, & ainſi de ſuite à l'infini. Fig. 1.

Cela poſé, ſi l'on fait paſſer par l'infinité de points M & m, déterminés de cette façon, la courbe $AEMm$, & que l'on mene la droite AM, on demande la nature de la courbe $ADMh$, dont l'eſpace $ADMA$, dans toutes les ſituations où elle ſe trouve, ſoit à l'eſpace $AEMA$ de la ſeconde courbe dans la raiſon donnée de p à q.

SOLUTION I.

Soit nommé les ordonnées AM, Ah, Al, y, le petit arc $MG = hT = dx$, les côtés Mh, hl, de la courbe $= ds$, Gh, ou Tl, ſera dy.

Pour ſatisfaire à la premiére condition, je remarque que le petit côté hl peut devenir parallele à AB de deux maniéres; l'une, en tranſportant le petit côté hl en hi, de maniére que l'angle lhi ſoit l'angle de contingence, & l'autre, en tranſportant la courbe AMh en ASm. Il faut donc que l'angle lhi de contingence ſoit égal à l'angle $hAm = GAO$, ainſi on aura cette proportion $lh . li :: AG . GO$, mais li eſt

l'arc qui mesure l'angle de contingence, & est exprimé par $\frac{ds^2 dx - y dx ddy}{y ds}$, lorsque dx est constant.

On aura donc $ds . \frac{ds^2 dx - y dx ddy}{y ds} :: y . \frac{ds^2 dx - y dx ddy}{ds^2} = GO$. Donc $MO = GO - GM = \frac{ds^2 dx - y dx ddy}{ds^2} - dx = \frac{-y dx ddy}{ds^2}$. Par la seconde condition il faut que le triangle AMG, élément de l'espace ADM, soit au triangle AMO, élément de l'espace AEM, comme p à q. On aura donc $dx . - \frac{y dx ddy}{ds^2} :: p . q$, qui donne $q dx = \frac{-y p dx ddy}{ds^2}$ ou $q ds^2 + p y ddy = 0$; mais $ds^2 = dx^2 + dy^2$, donc $ddy = \frac{ds dds}{dy}$, en mettant pour ddy cette valeur, il vient $q dy ds^2 + p y ds dds = 0$, ou $\frac{p}{q} y ds dds + dy ds^2 = 0$. Pour intégrer cette quantité, il faut la multiplier par $ds^{\frac{p}{q}-2}$; & elle deviendra $\frac{p}{q} ds^{\frac{p}{q}-1} dds \times y + ds^{\frac{p}{q}} \times dy = 0$; dont l'intégrale est $y ds^{\frac{p}{q}}$, qui doit être égale à une quantité constante. Soit cette quantité $a dx^{\frac{p}{q}}$, on aura donc $y ds^{\frac{p}{q}} = a dx^{\frac{p}{q}}$, ou $ds y^{\frac{q}{p}} = dx \times a^{\frac{q}{p}}$, ou $y^{\frac{2q}{p}} \times \overline{dx^2 + dy^2} = a^{\frac{2q}{p}} \times dx^2$, qui donne $\frac{y^{\frac{q}{p}} dy}{\sqrt{a^{\frac{2q}{p}} - y^{\frac{2q}{p}}}} = dx$ pour l'équation de la courbe cherchée ADM.

Si l'on nomme le petit arc Mo, dz, on aura $dz = \frac{q y^{\frac{q}{p}} dy}{p \sqrt{a^{\frac{2q}{p}} - y^{\frac{2q}{p}}}}$, pour l'équation de la courbe AEM.

Si l'on suppose $p = q$, la premiére équation deviendra $\frac{y dy}{\sqrt{aa - yy}} = dx$, dont l'intégrale est $- \sqrt{aa - yy} = x$, qui donne $y = \sqrt{aa - xx}$, qui est à un cercle, dont le

diametre eſt a; la ſeconde équation donne auſſi $y = \sqrt{aa - zz}$, qui eſt au même cercle. Donc dans ce cas, ces deux courbes ſont le même cercle.

SOLUTION II.

Si l'on tire toutes les lignes, telles qu'on les voit dans la Figure. AQ & QM ſont les coordonnées perpendiculaires de la courbe $AEMm$, MNF eſt ſa tangente en mM, & AF eſt perpendiculaire ſur cette tangente. AP & PM ſont les coordonnées perpendiculaires de la courbe AMh. Cela poſé, il eſt clair que le triangle $AMhA$ eſt l'élement de l'eſpace $ADMA$, & que le triangle $AMmA$ eſt l'élement de l'eſpace $AEMA$. Mais comme Mh, en quelqu'endroit que ſe trouve le point M, eſt toûjours parallele à AB, le triangle AMh ſera $\frac{1}{2} MQ \times Mh$, & le triangle AMm ſera $\frac{1}{2} AF \times Mm$. Il faut donc que $MQ \times Mh . AF \times Mm :: p . q$. Fig. 2.

Et ſi l'on ſuppoſe les lignes $AQ = z$, $QM = u$, $AP = x$, $PM = y$, $Qq = Mt$ ſera $= dz$, $mt = du$, $Pp = MK = dx$, $hK = dy$, & $Mh = ds$, on aura ces analogies $du . dz :: u . \frac{u\,dz}{du} = QN$; donc $AN = \frac{z\,du - u\,dz}{du}$. & $\sqrt{du^2 + dz^2} . du :: \frac{z\,du - n\,dz}{du} . \frac{z\,du - u\,dz}{\sqrt{dz^2 + du^2}} = AF$. Les triangles ſemblables Aqm, mth donneront auſſi $z . u :: du . \frac{u\,du}{z} = th$. Donc $Mh = dz + \frac{u\,du}{z} = \frac{z\,dz + u\,du}{z}$.

Si donc on ſubſtituë pour $MQ \times Mh . AF \times Mm :: p . q$ leurs valeurs analitiques, on aura $\frac{uz\,dz + uu\,du}{z} . z\,du - u\,dz :: p . q$. D'où l'on tire $quz\,dz + quu\,du = pzz\,du - puz\,dz$, ou $p + q \times uz\,dz = pzz\,du - quu\,du$, ou $p + q \times z\,dz \times u - pzz \times du = - quu\,du$.

Pour intégrer cette quantité, il faut la multiplier

par $\frac{z^{p+q-2}}{u^{p+1}}$, & l'on aura $p+q \times z^{p+q-1} dz \times u^{-p} - p u^{-p-1} du \times z^{p+q} = -qu^{-p+1} du \times z^{p+q-2}$, l'intégrale du premier membre eſt $\frac{z^{p+q}}{u^p}$, l'intégrale du ſecond membre ſe peut trouver dans la ſuppoſition de $p+q=2$, car alors il devient $-qu^{-p+1} du$, dont l'intégrale eſt $\frac{-q}{2-p} \times u^{2-p} + a^{2-p}$.

On aura donc dans cette ſuppoſition $\frac{z^{p+q}}{u^p} = a^{2-p} - \frac{q}{2-p} \times u^{2-p}$, ou $zz = a^q \times u^p - uu$, pour l'équation de la courbe $AEMm$ qui ſera toûjours géométrique, & qui ſatisfera à tous les cas poſſibles.

Car quoique $p+q$ ſoit $=2$, le rapport de $p \cdot q$ peut être tel qu'on voudra.

Si $p=1$, q ſera $=1$, & l'équation deviendra $zz = au - uu$ qui eſt au cercle.

Si $p=\frac{4}{3}$, $q=\frac{2}{3}$, on aura $zz = a^{\frac{2}{3}} \times u^{\frac{4}{3}} - uu$, ou $\overline{zz+uu}^{3} = aau^4$.

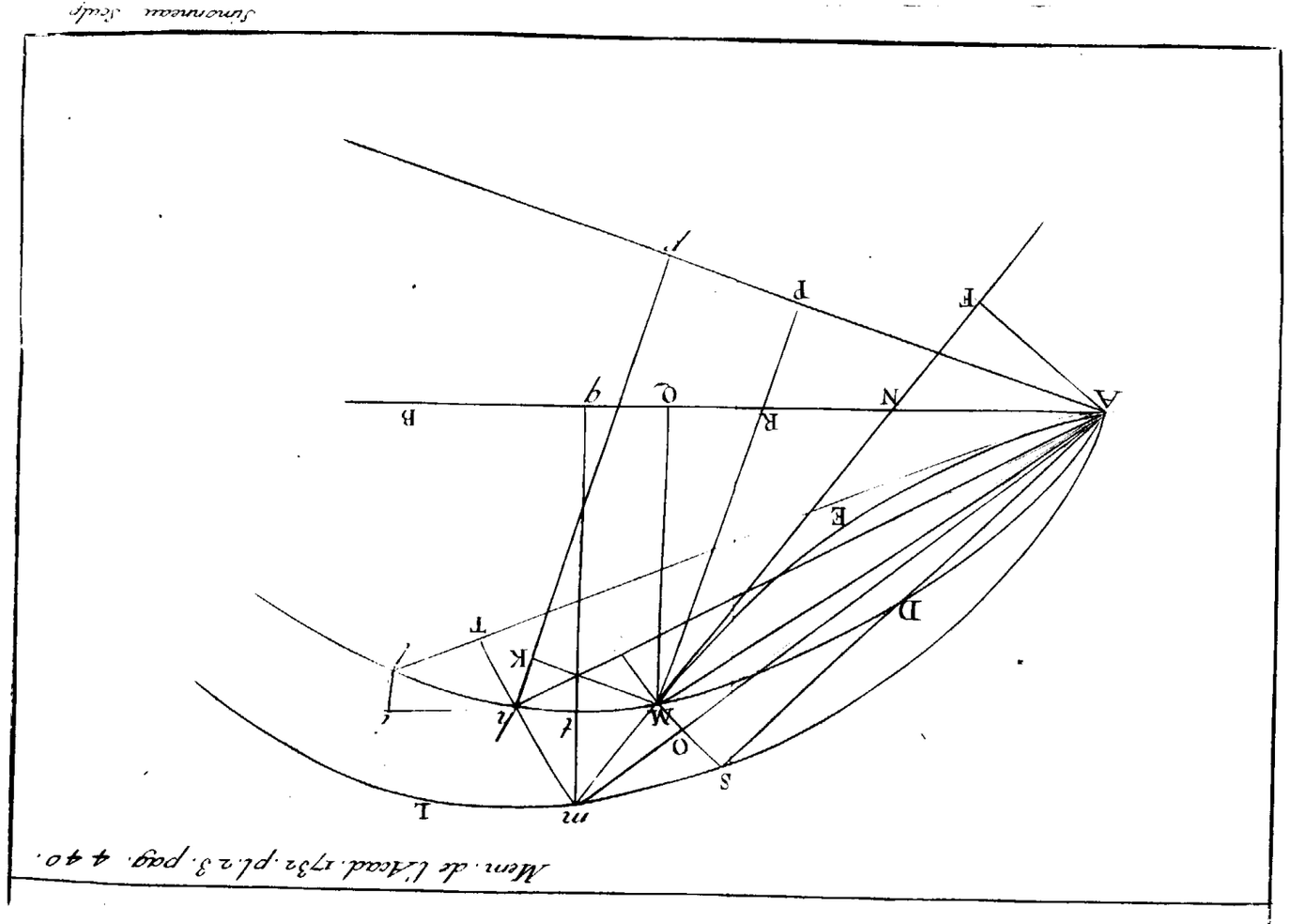
Si $p=\frac{3}{2}$, & $q=\frac{1}{2}$, on aura $zz = a^{\frac{1}{2}} \times u^{\frac{3}{2}} - uu$, ou $\overline{zz+uu}^{2} = au^3$.

Si $p \cdot q :: 3 \cdot 2$, on aura $p=\frac{3}{2}q$, & $\frac{5}{2}q=2$, ou $q=\frac{4}{5}$, $p=\frac{6}{5}$, & $zz = a^{\frac{4}{5}} \times u^{\frac{6}{5}} - uu$, ou $\overline{zz+uu}^{5} = a^4 u^6$.

Si $p \cdot q :: \sqrt{7} \cdot \sqrt{3}$. Donc $p=\frac{q\sqrt{7}}{\sqrt{3}}$, & $q+\frac{q\sqrt{7}}{\sqrt{3}}=2$.

Donc $q=\frac{2}{\sqrt{7}+\sqrt{3}}$, & $p=\frac{2\sqrt{7}}{\sqrt{21}+3}$. Donc $zz = a^{\frac{2}{\sqrt{3}+\sqrt{7}}} \times u^{\frac{2\sqrt{7}}{3+\sqrt{21}}} - uu$, qui donne $zz = a^{\frac{2\sqrt{3}}{3+\sqrt{21}}} \times u^{\frac{2\sqrt{7}}{3+\sqrt{21}}} - uu$, ou $\overline{zz+uu}^{3+\sqrt{21}} = \overline{aa}^{\sqrt{3}} \times \overline{uu}^{\sqrt{7}}$.

Pour trouver maintenant l'équation de la courbe $AMhi$, on fera toutes ces analogies



Mem. de l'Acad. 1732. pl. 2. 3. pag. 440.

$MK(dx) . Mh(ds) :: AP(x) . \frac{x\,ds}{dx} = AR.$

$MK(dx) . Kh(dy) :: AP(x) . \frac{x\,dy}{dx} = PR$; donc $MR = \frac{y\,dx - x\,dy}{dx}$.

$Mh(ds) . MK(dx) :: MR(\frac{y\,dx - x\,dy}{dx}) . \frac{y\,dx - x\,dy}{ds} = MQ = u.$

$AP(x) . PR(\frac{x\,dy}{dx}) :: MQ(\frac{y\,dx - x\,dy}{ds}) . \frac{y\,dx\,dy - x\,dy^2}{ds\,dx} = QR.$

Donc $AR + RQ = z = \frac{x\,ds}{dx} + \frac{y\,dx\,dy - x\,dy^2}{ds\,dx} = \frac{x\,dx + y\,dy}{ds} = z.$

Si donc on ſubſtituë dans l'équation $z\,z = a^q\,u^p - u\,u$, ou $z\,z + u\,u = a^q\,u^p$, pour z & u, les valeurs que l'on vient de trouver, on aura

$$\frac{x\,x\,dx^2 + 2\,x\,y\,dx\,dy + y\,y\,dy^2 + y\,y\,dx^2 - 2\,x\,y\,dx\,dy + x\,x\,dy^2}{dx^2 + dy^2} = a^q \times \frac{\overline{y\,dx - x\,dy}^p}{ds^p}$$

$$= x\,x + y\,y.$$

Si pour ſimplifier cette équation, on fait $\sqrt{x\,x + y\,y} = r = AM$, & que le petit arc MG ſoit $dt = \sqrt{Mh^2 - Gh^2}$, on aura $dt = \sqrt{dx^2 + dy^2 - \frac{x\,x\,dx^2 - 2\,x\,y\,dx\,dy - y\,y\,dy^2}{x\,x + y\,y}}$ $= \frac{y\,dx - x\,dy}{\sqrt{x\,x + y\,y}}$, & $ds = \sqrt{dr^2 + dt^2}$.

Ainſi en ſubſtituant dans l'équation $x\,x + y\,y = a^q \times \frac{\overline{y\,dx - x\,dy}^p}{ds^p}$, les valeurs que l'on vient de trouver, on aura $rr = \frac{a^q \times dt^p \times r^p}{ds^p}$, ou $rr = \frac{a^q \times dt^p \times r^p}{\sqrt{dr^2 + dt^2}^p}$, ou $\frac{rr \times \sqrt{dr^2 + dt^2}^p}{r^p}$ $= a^q \times dt^p$, ou $r^{2-p} \times \sqrt{dr^2 + dt^2}^p = a^q \times dt^p$, mais $2 - p = q$. Donc $r^q \times \sqrt{dr^2 + dt^2}^p = a^q \times dt^p$, ou $r^{\frac{q}{p}} \times \sqrt{dr^2 + dt^2} = a^{\frac{q}{p}} \times dt$, qui donne $dt = \frac{r^{\frac{q}{p}}\,dr}{\sqrt{a^{\frac{2q}{p}} - r^{\frac{2q}{p}}}}$; comme on avoit trouvé par une autre voye.

SOLUTION DE DEUX PROBLEMES DE GE'OME'TRIE.

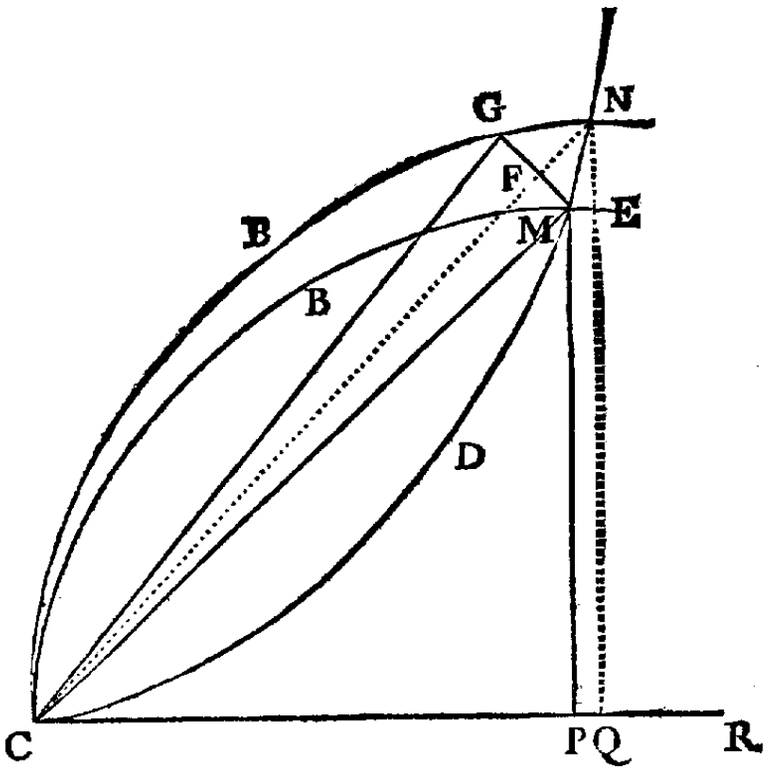
Par M. DE MAUPERTUIS.

PROBLEME I.

6 Decemb. 1732.

TROUVER la Courbe qui tournant autour d'un poinct fixe C, *ait ſes ſegments* CBGNC *en raiſon conſtante aux ſegments correſpondants* CDMNC *de la courbe* CMN *qui paſſe par tous les poincts où elle eſt la plus éloignée de l'axe donné* CR? *Ou réciproquement, les mêmes choſes étant ſuppoſées, trouver la courbe* CDMN?

Solution. Je commence par chercher la courbe coupante *CDMN.*



Suppoſant que la courbe tournante *CB GN* ſoit tombée dans la ſituation prochaine *CBM*, décrivant du centre *C* & du rayon *CM* le petit arc *MG*, & tirant la droite *C N*, il eſt clair que le petit triangle *CGN* eſt la différentielle du ſegment *CBGNC* de la courbe tournante, & le triangle *CMN* eſt la différentielle du ſegment *CDMNC* de la courbe coupante *CDMN.*

Soit maintenant $CM = t$ le ſinus de l'angle $MCP = h$ pour le rayon $= 1$, l'on aura $MP = ht$, $NE = hdt + tdh$,

$CP = t\sqrt{(1-hh)}$ & $PQ = dt\sqrt{(1-hh)} - \frac{thdh}{\sqrt{(1-hh)}}$ $= ME$. Donc $MN = \sqrt{(ME^2 + NE^2)} = \sqrt{(dt^2 + \frac{ttdh^2}{1-hh})}$, & $MF = \sqrt{(MN^2 - NF^2)} = \frac{tdh}{\sqrt{(1-hh)}}$.

Maintenant pour trouver GF, on a (à cauſe du paralleliſme entre GN & CR) $CP . PM :: NF . FG$, ou $\sqrt{(1-hh)} . h :: dt . FG = \frac{hdt}{\sqrt{(1-hh)}}$.

Mais par l'autre condition du Probleme $MF . FG :: n . 1$, c'eſt-à-dire, $\frac{tdh}{\sqrt{(1-hh)}} \cdot \frac{hdt}{\sqrt{(1-hh)}} :: n . 1$, ou $tdh = nhdt$, ou $\frac{dh}{h} = n\frac{dt}{t}$, ou $h = a^{-n}t^n$; c'eſt l'équation de la courbe coupante $CDMN$.

Pour trouver maintenant la courbe tournante $CBGN$, l'on a $MF = \frac{tdh}{\sqrt{(1-hh)}} =$ (à cauſe de $h = a^{-n}t^n$) $\frac{na^{-n}t^n dt}{\sqrt{(1-a^{-2n}t^{2n})}} = \frac{nt^n dt}{\sqrt{(a^{2n}-t^{2n})}}$. Et puiſque $MF . FG :: n . 1$, l'on a $FG = \frac{t^n dt}{\sqrt{(a^{2n}-t^{2n})}}$.

Pour rapporter cette courbe à un cercle dont le rayon $= 1$, & l'arc $= z$; on a $1 . dz :: t . FG$; donc $FG = tdz = \frac{t^n dt}{\sqrt{(a^{2n}-t^{2n})}}$, ou $ndz = \frac{nt^{n-1}dt}{\sqrt{(a^{2n}-t^{2n})}}$; C'eſt l'équation de la courbe tournante.

D'où l'on voit que ces courbes dépendant de la comparaiſon de deux angles, elles ſont toûjours algébriques, lorſque n eſt un nombre rationel.

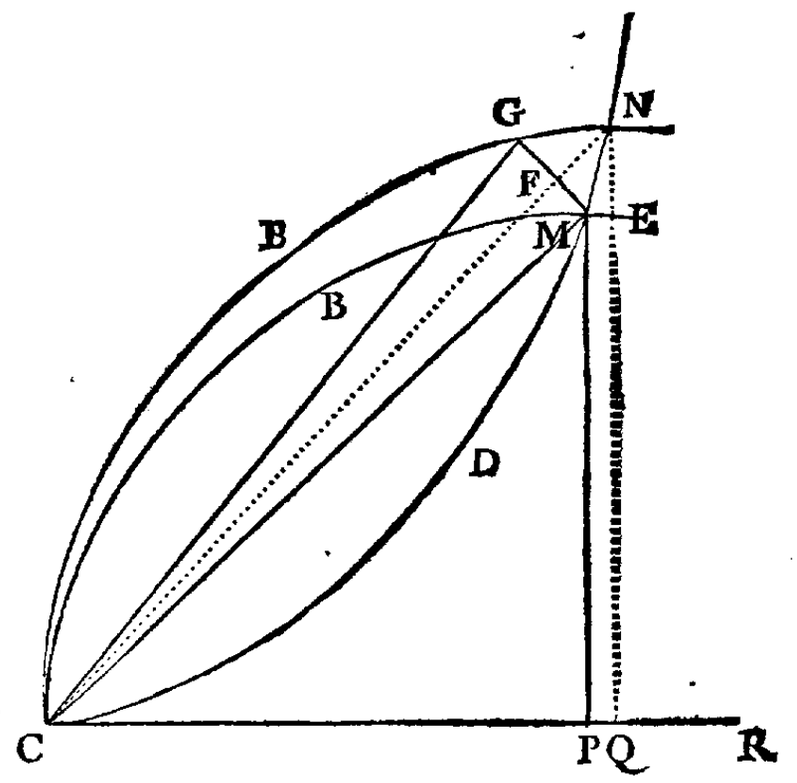
Conſtruct. Pour les conſtruire, on décrira un cercle du rayon a^n; & prenant dans ce cercle un angle égal à l'angle nz, on aura le ſinus de cet angle $= t^n$. *C. Q. F. T.*

Schol. Si le rapport des deux ſegments eſt le rapport d'égalité; l'on a $n = 1$, & pour l'équation de la courbe coupante $h = a^{-1}t$, qui eſt l'équation radiale du cercle, qui eſt alors la courbe coupante & la courbe tournante.

En général, en chaſſant h & t par les deux équations $h = \frac{y}{\sqrt{(xx+yy)}}$ & $t = \sqrt{(xx+yy)}$, on remonte à l'équation

aux coordonnées rectangles *CP, PM,* de la courbe coupante, qui eſt $\frac{y}{\sqrt{(xx+yy)}}$, $=$ $a^{-n}(xx+yy)^{\frac{n}{2}}$, ou $a^n y = (xx+yy)^{\frac{n+1}{2}}$.

Lorſque $n = 1$, l'on a $ay - yy = xx$, équation au cercle pour la courbe tournante, qui eſt alors la même que la coupante.



Lorſque $n = 3$, ou $n = \frac{1}{3}$, on a pour la courbe coupante une équation du 4me degré.

Si l'on veut trouver les cas où les ſegments dans l'une & l'autre courbe ſont quarrables, on a $MF \times CM = \frac{n t^{n+1} dt}{\sqrt{(a^{2n} - t^{2n})}}$.

Je fais $\sqrt{(a^{2n} - t^{2n})} = v$, $t = (a^{2n} - vv)^{\frac{1}{2n}}$, $dt = \frac{1}{n} \times -v\,dv \times (a^{2n} - vv)^{\frac{1-2n}{2n}}$, & j'ai $MF \times CM = n(a^{2n} - vv)^{\frac{n+1}{2n}} \times \frac{1}{n} \times -v\,dv \times (a^{2n} - vv)^{\frac{1-2n}{2n}} = -v\,dv(a^{2n} - vv)^{\frac{2-n}{2n}}$. D'où l'on voit que lorſque $\frac{2-n}{2n}$ eſt un nombre entier poſitif, nos courbes ſont quarrables, c'eſt-à-dire, lorſque n eſt quelque nombre de la ſuite $\frac{2}{1}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{2}{7}$, &c. On peut propoſer cet autre Probleme.

PROBLEME II.

Trouver la courbe qui tournant autour d'un point fixe C, *ait ſes arcs en raiſon conſtante aux arcs correſpondants de la courbe qui paſſe par tous les points où elle eſt la plus éloignée d'un axe donné! Ou réciproquement, les mêmes choſes étant ſuppoſées, trouver la courbe coupante!*

Solut. Ayant trouvé la valeur de $MN = \sqrt{(dt^2 + \frac{ttdh^2}{1-hh})}$, l'on a (à cauſe des Δ *FNG, PCM*) $dt . NG :: t\sqrt{(1-hh)} . t$; d'où $NG = \frac{dt}{\sqrt{(1-hh)}}$. Faiſant donc $MN . NG :: n . 1$, on a $nndt^2 = dt^2 - hhdt^2 + ttdh^2$, ou $\frac{dt}{t} = \frac{dh}{\sqrt{(nn-1+hh)}}$, ou $lt = l(bh + b\sqrt{(nn-1+hh}$, ou $t = bh + b\sqrt{(nn-1+hh)}$, ou $tt - 2bht = (nn-1)bb$. C'eſt l'équation de la courbe coupante, qui eſt, comme on voit, toûjours algébrique.

Cherchons maintenant la courbe tournante. On a $MN = \sqrt{(dt^2 + \frac{ttdh^2}{1-hh})}$; & par la condition du Probleme $MN\,[\sqrt{(dt^2 + \frac{ttdh^2}{1-hh})}] . NG :: n . 1$. Donc $NG = \frac{1}{n}\sqrt{(dt^2 + \frac{ttdh^2}{1-hh})}$. Donc $NG^2 = \frac{1}{nn}(dt^2 + \frac{ttdh^2}{1-hh})$ $= FG^2 + dt^2$, ou $FG = \sqrt{[\frac{1}{nn}(dt^2 - nndt^2 + \frac{ttdh^2}{1-hh})]}$; & prenant la valeur de h & dh dans l'équation de la courbe coupante $h = \frac{tt-(nn-1)bb}{2bt}$, & la ſubſtituant dans cette valeur de FG (écrivant m pour $nn-1$), on trouve $FG = \frac{dt(tt-mbb)}{\sqrt{[(2mbb+4bb)tt - t^4 - mmb^4]}}$.

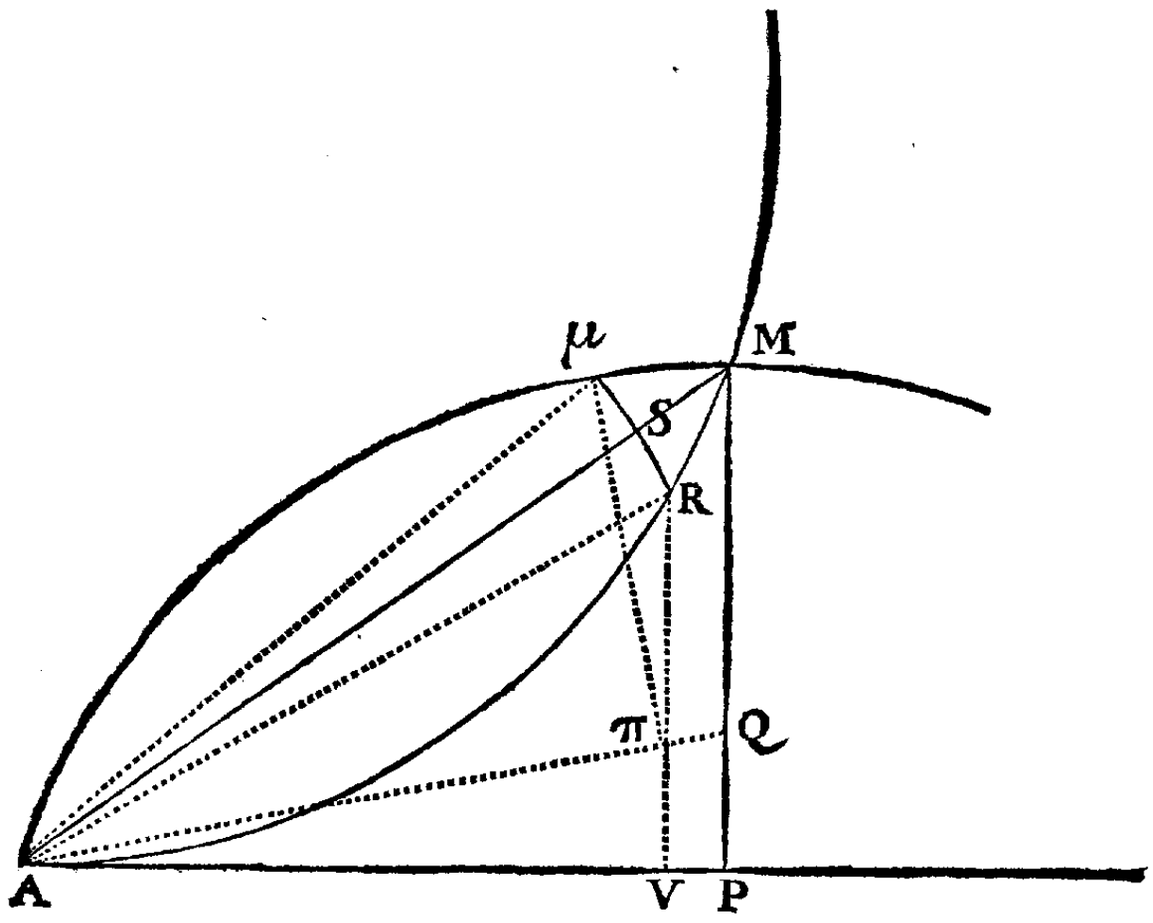
Pour rapporter cette courbe à un cercle dont le rayon $= 1$ & l'arc $= z$, on a $FG = tdz$, d'où l'on tire $dz = \frac{(t - \frac{mbb}{t})dt}{\sqrt{[(2mbb+4bb)\,tt - t^4 - mmb^4]}}$.

Scholie. Mais ſi l'on reprend la courbe coupante, & qu'on examine ſon équation $tt - 2bht = (nn-1)bb$, ou $xx + yy - 2by = (nn-1)bb$, on trouvera une choſe ſinguliére; c'eſt que quelle que ſoit la courbe tournante, la coupante eſt toûjours un cercle. Ce qui eſt tout ce que je trouve de remarquable dans ces courbes.

AUTRE SOLUTION DU PROBLEME DE M. CRAMER.

Par M. CAMUS.

PROBLEME.



UNE Droite AP *étant donnée de position; & une Courbe* AμM *tournant dans son plan autour d'un point* A, *& décrivant une Courbe* ARM *par ses points les plus écartés de la droite* AP. *Enfin connoissant que le rapport du folium* ARMμA *compris entre les deux courbes, au segment* AMμA *est* $\frac{P}{I}$, *trouver ces deux courbes!*

SOLUTION.

Soit *M* le point actuellement décrivant la courbe *ARM*; ayant pris dans la courbe tournante, un point μ infiniment

proche du point M, ſoient tirées les droites $\mu\pi$, MP perpendiculairement à cette courbe, & ſoit tirée AQ perpendiculairement ſur $\mu\pi$, cette droite ſera parallele à μM, & l'on aura $\mu\pi = MQ$.

Le point μ en décrivant à ſon tour, arrivera en R, après avoir décrit μR perpendiculaire ſur AM, & pour lors $\mu\pi$ ſera ſur RV, & $A\pi$ ſur AV, d'où il ſuit que l'angle μAR = l'angle QAP.

Soit maintenant $AP = x$; $VP = dx$. MP, ou $VR = y$,

Et la différence de MP à $VR = dy$.

Comme $MQ = \mu\pi = RV$; on aura $PQ = dy$.

Mais l'angle μAR, & l'angle PAQ étant égaux, on aura

$$AP : PQ :: AM : \mu R$$

$$x : dy :: \sqrt{xx+yy} : \mu R = \frac{dy\sqrt{xx+yy}}{x}.$$

$AM = \sqrt{xx+yy}$ devenant AR ou AS, il ſuit que ſa différence $SM = \frac{x\,dx+y\,dy}{\sqrt{xx+yy}}$.

Et à cauſe des triangles ſemblables $MS\mu$, APM, on a $AP : PM :: SM : S\mu$,

C'eſt-à-dire, $x : y :: \frac{x\,dx+y\,dy}{\sqrt{xx+yy}} : \frac{xy\,dx+yy\,dy}{x\sqrt{xx+yy}} = S\mu$.

Mais le folium $ARM\mu A$, & le ſegment $ASM\mu A$ étant dans le rapport de p à 1, le quadrilatere $M\mu ARM$, & le triangle $M\mu A$, qui ſont leurs différences, ſont auſſi dans le rapport de p à 1; & ces différences ayant AM pour longueur commune, ſont entr'elles comme μR à $S\mu$.

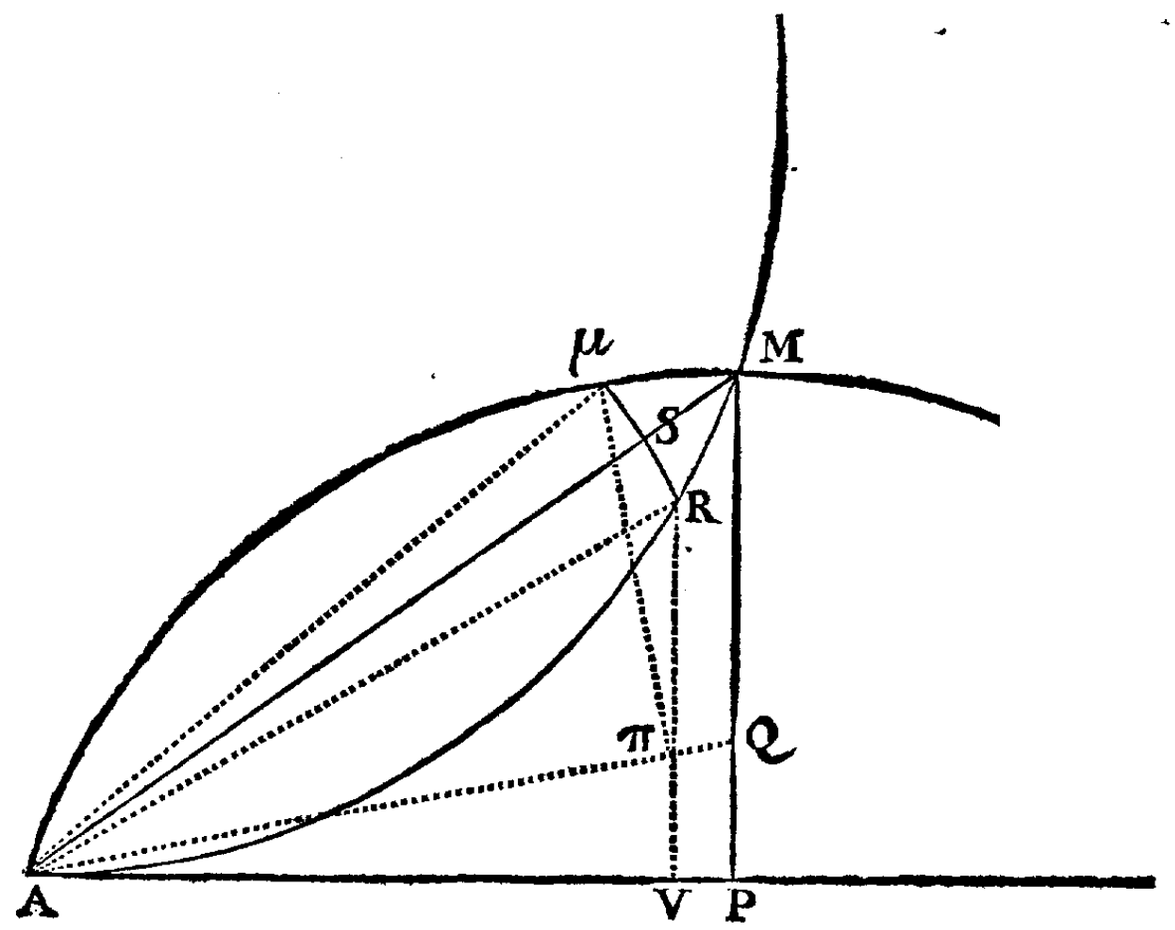
On aura donc $\mu R : S\mu :: p : 1$,

C'eſt-à-dire $\frac{dy\sqrt{xx+yy}}{x} : \frac{xy\,dx+yy\,dy}{x\sqrt{xx+yy}} :: p : 1$.

D'où l'on tire $\frac{pxy\,dx+pyy\,dy}{\sqrt{xx+yy}} = dy\sqrt{xx+yy}$,

ou $pxy\,dx+pyy\,dy = xx\,dy+yy\,dy$,

ou $pxy\,dx-xx\,dy+p-1.yy\,dy = 0$.



Multipliant par $y^{\frac{-p-2}{p}}$, on aura

$$p x y^{\frac{-2}{p}} dx - x x y^{\frac{-p-2}{p}} dy + p - 1 \cdot y^{\frac{p-2}{p}} \cdot dy = 0.$$

Et en intégrant, on aura

$$\tfrac{1}{2} p x x y^{\frac{-2}{p}} + \tfrac{1}{2} p y^{\frac{2p-2}{p}} = a^{\frac{2p-2}{p}}.$$

Multipliant par $y^{\frac{2}{p}}$, on aura

$$\tfrac{1}{2} p x x + \tfrac{1}{2} p y^2 = a^{\frac{2p-2}{p}} y^{\frac{2}{p}},$$

ou $$x x = \tfrac{2}{p} a^{\frac{2p-2}{p}} y^{\frac{2}{p}} - y^2.$$

C'eſt l'équation de la courbe *A R M. C. Q. F. 1.° trouver.*

Pour trouver l'équation de la courbe tournante $A \mu M$. Soit $A M = z$, $\mu S = du$.

Puiſque par les conditions du Probleme, le folium $M \mu A R$ eſt au ſegment $\mu A M$ comme p eſt à 1.

L'angle $\mu A R$, ou ſon égal $Q A P$ ſera auſſi à l'angle $\mu A S$ comme

comme p eſt à 1. On aura donc

$$\frac{dy}{x} : \frac{du}{z} :: p : 1, \text{ ou } \frac{du}{z} = \frac{dy}{px},$$

il faut maintenant avoir en z & dz les valeurs de dy & de x.

L'équation de la courbe ſécante eſt $x^2 = \frac{2}{p} a^{\frac{2p-2}{p}} y^{\frac{2}{p}} - yy$

Mais AM, ou $zz = xx + yy$.

Donc $z = (\frac{2}{p})^{\frac{1}{2}} . a^{\frac{p-1}{p}} . y^{\frac{1}{p}}$.

Ainſi $z^p = (\frac{2}{p})^{\frac{p}{2}} . a^{p-1} . y$.

Donc $y = \frac{z^p}{(\frac{2}{p})^{\frac{p}{2}} a^{p-1}}$.

D'où l'on tire 1.° $dy = \frac{p z^{p-1} . dz}{(\frac{2}{p})^{\frac{p}{2}} . a^{p-1}}$.

2.° $y^2 = \frac{z^{2p}}{(\frac{2}{p})^p . a^{2p-2}}$.

3.° $y^{\frac{2}{p}} = \frac{z^2}{(\frac{2}{p})^{\frac{2}{p}} . a^{\frac{2p-2}{p}}}$.

Mettant ces valeurs de y^2 & $y^{\frac{2}{p}}$ dans l'équation de la courbe ſécante ARM, on aura

$$xx = zz - \frac{z^{2p}}{(\frac{2}{p})^p . a^{2p-2}} \cdot \frac{}{}^{\frac{1}{2}}$$

& $$x = zz - \frac{z^{2p}}{(\frac{2}{p})^p . a^{2p-2}}.$$

Enfin ſubſtituant les valeurs de dy & de x dans l'équation $\frac{du}{z} = \frac{dy}{px}$, on aura

$$\frac{du}{z} = \frac{z^{p-1} . dz}{(\frac{2}{p})^{\frac{p}{2}} . a^{p-1} \times \left(zz - \frac{z^{2p}}{(\frac{2}{p})^p . a^{2p-2}} \right)^{\frac{1}{2}}}.$$

Intégrant & faiſant paſſer $(\frac{2}{p})^{\frac{p}{2}} a^{p-1}$ ſous le ſigne radical $\surd$; & diviſant le numerateur & le dénominateur par z, on aura $\int(\frac{du}{z}) = S \frac{z^{p-2}dz}{\surd(\frac{2}{p})^p . a^{2p-2} - z^{2p-2}}$.

Cette équation n'eſt point intégrable, mais il eſt évident que $\int(\frac{du}{z})$ eſt l'angle dont μAS eſt la différentielle, & que la valeur de cet angle dépend de la quadrature d'une courbe dont z eſt la coupée, & dont $\frac{z^{p-2}}{\surd(\frac{2}{p})^p . a^{2p-2} - z^{2p-2}}$ eſt l'ordonnée. *C. Q. F. 2.° trouver.*

COROLLAIRE.

Si $p = 2$, les deux courbes ſeront deux cercles égaux.

1.° Car l'équation de la courbe ſécante ARM deviendra

$$xx = ay - yy,$$

qui eſt une équation au cercle dont a eſt le diametre.

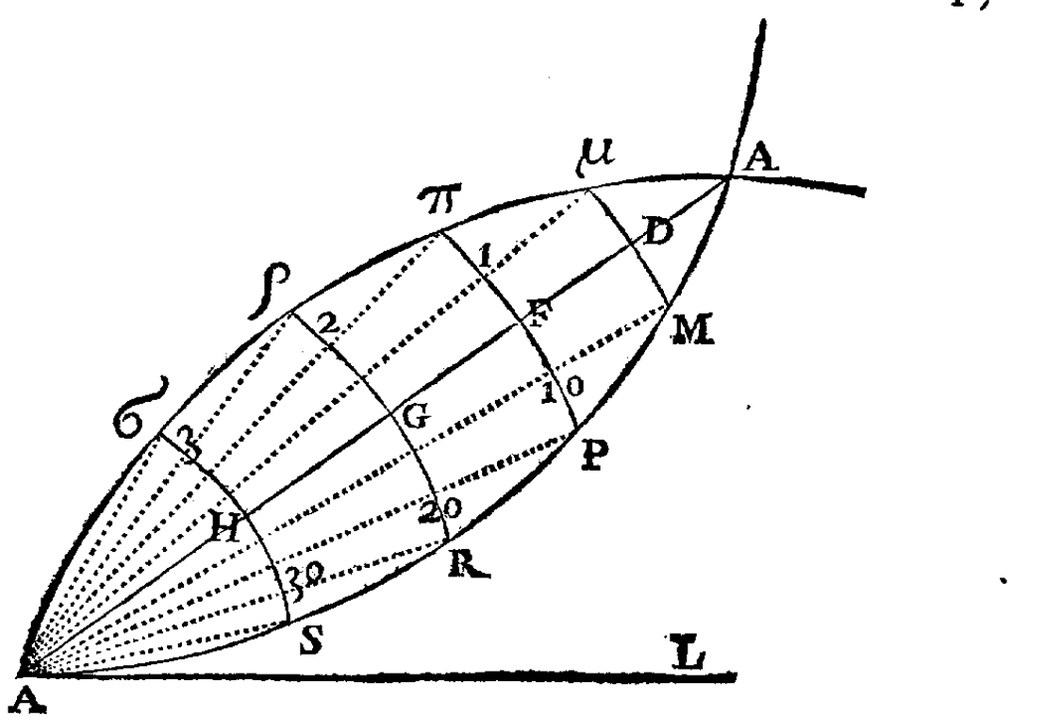
2.° L'équation de la courbe tournante ſera $\frac{du}{z} = \frac{dz}{\surd aa - zz}$ ou $du = \frac{zdz}{\surd aa - zz}$, on aura donc

$\mu M = (\surd dz^2 + du^2) = \surd \frac{aadz^2 - z^2dz^2}{aa - zz} = \frac{adz}{\surd aa - zz}$, qui eſt une équation au cercle dont a eſt diametre, & z la corde.

Donc les deux courbes ſont deux cercles égaux.

REMARQUE.

On remarque aiſément, par les conditions du Probleme, que la courbe ſécante $ASRPMB$ étant tracée ſuivant ſon équation $xx = \frac{2}{p} a^{\frac{2p-2}{p}} y^{\frac{2}{p}} - yy$, devient très-commode pour tracer la courbe tournante $A\sigma\rho\pi\mu B$.



Car ſi du point de rotation A, comme centre, on décrit des arcs σS, ρR, πP, μM, comme les points μ, π, ρ, σ, ſe trouveront ſucceſſivement en M, P, R, S, & que les droites $A\mu$, $A\pi$, $A\rho$, $A\sigma$, ſe confondront ſucceſſivement avec les droites AM, AP, AR, AS, que par les conditions $\frac{1}{p-1}$ donnera toûjours le rapport des petits arcs μD, $\pi 1$, $\rho 2$, &c. aux petits arcs MD, $P10$, $R20$, &c. les arcs finis πF, ρG, σH, & PF, RG, SH, ſeront auſſi dans le même rapport $\frac{1}{p-1}$; d'où il ſuit que la courbe ſécante ARB étant tracée, on pourra trouver tous les points de la tournante ſans avoir beſoin de ſon équation; car on n'aura qu'à faire les arcs MD, PF, RG, & aux arcs μD, πF, ρG, dans le rapport de $\frac{p-1}{1}$.

On voit encore qu'on n'aura pas beſoin de la multiſection de l'angle, lorſque p ſera un nombre entier.

Je remarque encore que l'arc $A\sigma$ s'évanouiſſant, l'arc AS s'évanouira auſſi, ainſi la droite donnée AL doit toucher la courbe ſécante au point A de rotation.

DE LA MERIDIENNE DE L'OBSERVATOIRE.

Par M. CASSINI.

APRÈS avoir prolongé de part & d'autre juſqu'aux extrémités du Royaume, tant vers le Midi que vers le Septentrion, la ligne Méridienne qui paſſe par le milieu de l'Obſervatoire Royal de Paris, il paroiſſoit néceſſaire pour l'entiére perfection de cet ouvrage, que l'on traçât dans l'Obſervatoire même, une ligne méridienne qui fît partie de celle qui traverſe le Royaume, & ſervît en même temps aux obſervations aſtronomiques que l'on y fait aſſiduëment depuis ſa fondation.

On ſçait aſſés l'utilité que l'on peut retirer de la deſcription d'une Méridienne; c'eſt une ligne fixe & invariable que le Soleil rencontre tous les jours à ſon paſſage par le Méridien, & qui eſt par conſéquent la plus exacte meſure du temps. Cette ligne étant diviſée ſuivant les regles preſcrites, a, outre la meſure du temps, ſes différents uſages dans l'Aſtronomie pour regler l'obliquité de l'Ecliptique, les temps des Equinoxes & des Solſtices, & le cours du Soleil qui eſt la baſe & le fondement de toute l'Aſtronomie; car quand même on ne regarderoit pas cet Aſtre comme le principe des mouvements de toutes les Planetes, du moins eſt-il certain que l'on ne peut, ſans ſon ſecours, déterminer avec quelque exactitude, leur mouvement, & ceux des Etoiles fixes.

Ce fut dans ce deſſein que mon Pere entreprit la célébre Méridienne dans l'Egliſe de S.t Pétrone, qui lui ſervit à réformer la théorie du Soleil, & à connoître la meſure des refractions qui élevent, en apparence, les Aſtres au-deſſus de leur ſituation véritable, & qui forment un des plus grands obſtacles à la perfection de l'Aſtronomie.

Ce fut auſſi dans le deſſein de regler les mouvements du Soleil, qui ſont le fondement du Calendrier Eccléſiaſtique, que M.rs Bianchini & Maraldi, tous deux de cette Académie, conſtruiſirent à Rome, en 1702, dans l'Egliſe des Chartreux, autrefois les bains de Dioclétien, une ligne Méridienne, par ordre du Pape Clément XI. qui avoit alors établi une Congrégation pour l'examen de ce Calendrier.

Depuis ce temps-là, on a conſtruit un grand nombre d'autres Méridiennes. M. de Malezieux en a fait une à Chatenay. J'en ai tracé une, en 1712, dans la Salle de l'Obſervatoire qui eſt au rés-de-chauſſée de la terraſſe, dont la hauteur eſt de 12 pieds, & la longueur au Solſtice d'hiver, de 40.

Il y en a dans toutes les Maiſons Royales où le Roi fait ſa demeure, qui y ont été dreſſées par ſon ordre & ſous ſes yeux, & M. le Curé de S.t Sulpice en a fait tracer depuis quelques années, une fort grande, dans la nouvelle & magnifique Egliſe qu'il fait édifier. Mais toutes ces Méridiennes, à la réſerve des trois premiéres, n'ont été dreſſées que pour marquer exactement l'heure du midi, & regler les horloges.

Pour conſtruire la nouvelle Méridienne de l'Obſervatoire, nous avons choiſi la grande Salle qui eſt dans l'appartement ſupérieur, & qui y avoit été deſtinée dès l'établiſſement de cet Edifice. Cette Salle a 97 pieds 5 pouces de longueur du Midi vers le Nord, depuis le mur intérieur de la face méridionale juſqu'au mur intérieur qui eſt au fond de l'embraſure de la fenêtre qui eſt vers le Nord. Sa figure eſt irréguliére, elle forme d'abord un rectangle fort approchant du quarré qui a 46 pieds de longueur dans la face méridionale ſur 45 pieds de largeur. Elle ſe rétrécit enſuite, & forme un ſecond quarré de 21 pieds de diametre; enfin elle eſt terminée par une Tour quarrée, dont la largeur intérieure eſt de 24 pieds. Cette Tour étoit déja carrelée de pierre de liais, d'un pied de diametre, avec une bande de pierre de la même largeur du Midi vers le Nord, qui étoit aſſés exactement ſur la Méridienne.

On avoit pratiqué au haut & dans la face méridionale du bâtiment, vers le milieu, une ouverture qui avoit communication dans la grande Salle, pour y laiſſer entrer les rayons du Soleil.

La hauteur de la partie inférieure de cette ouverture au deſſus du niveau de la Salle, fut meſurée exactement de 30 pieds 6 pouces 8 lignes, & comme la hauteur apparente du bord inférieur du Soleil doit être à Paris, dans le Solſtice d'hyver où elle eſt la plus baſſe, de $17^{d}\ 27'\ 45''$, je trouvai que l'extrémité de l'image du Soleil que l'on feroit paſſer par le trou d'une plaque placée horiſontalement dans cette ouverture, à la hauteur de 30 pieds 6 pouc. 8 lignes, devoit ſe peindre au Solſtice d'hyver, à la diſtance de 96 pieds 10 pouces, c'eſt-à-dire, quelques pouces en-deçà de l'extrémité ſeptentrionale de cette Salle, dans laquelle on devoit par conſéquent voir l'image du Soleil, pendant toute l'année, à ſon paſſage par le Méridien, depuis le Solſtice d'été juſqu'au Solſtice d'hyver.

Ayant dreſſé le projet de la conſtruction de cette Méridienne, qui fut approuvé par l'Académie, je fis placer dans l'ouverture dont je viens de parler, à la hauteur de 30 pieds 6 pouc. 8 lign. ou de 4400 lign. du pied de Paris, une Plaque de cuivre *AEFB (Fig. 1.)* de 2 pieds de longueur, de 18 pouces de largeur ſur une ligne & demie d'épaiſſeur, que l'on plia par la moitié en équerre, afin qu'une partie *ACDB* de cette plaque étant placée horiſontalement, l'autre partie *CEFD* fût perpendiculaire, ce qui doit former une ombre beaucoup plus grande que ſi on l'avoit laiſſée horiſontale.

L'on fit ſur la partie *ACDB* horiſontale de cette plaque, près de l'endroit où elle eſt repliée, un trou *GH* exactement rond dans la partie ſupérieure de la plaque, taillé en biſeau vers ſa partie inférieure, pour laiſſer paſſer librement les rayons du Soleil dans le temps où ils ſont les plus obliques.

Le centre *I* de ce trou eſt au milieu de la face méridionale de la grande Salle, & en même temps ſur le plan de la ſurface intérieure du mur.

Son diametre GH a 4 lignes & $\frac{4}{10}$ d'ouverture, c'eſt-à-dire, la milliéme partie de ſa hauteur ſur le niveau de la Salle.

Comme la hauteur du centre de ce trou ſur le niveau de la Salle, eſt la meſure du rayon du cercle dont la tangente doit marquer les diſtances du Soleil au Zénith à ſon paſſage par le Méridien ; j'ai fait conſtruire, pour prendre cette hauteur avec toute l'exactitude poſſible, pluſieurs Regles de fer IL, LM, &c. de 3 pieds de longueur ſur 8 lignes de largeur & 2 d'épaiſſeur, que l'on a jointes enſemble par des tourillons de fer L, M, de maniére qu'elles peuvent ſe plier & s'ouvrir facilement. On avoit pratiqué à une des Regles qui étoit à l'extrémité, un trou quarré dans lequel on avoit ajuſté une petite barre de fer OP quarrée qui rempliſſoit exactement ce trou.

Ayant déployé ces lames, on fit paſſer la derniére NL par le trou horiſontal GH de la plaque de cuivre, & on les tint ſuſpenduës en cet état par le moyen de la barre OP qui traverſoit la derniére de ces Regles, & étoit ſoutenuë ſur la plaque.

On dreſſa toutes ces Regles de maniére qu'elles fiſſent une ligne droite continuë; & comme elles excédoient un peu la hauteur du trou horiſontal GH ſur le niveau de la Salle, on diminua la regle qui étoit à l'extrémité inférieure, de maniére qu'elles meſuraſſent exactement la hauteur de ce trou.

Cette meſure ayant été priſe, on ſuſpendit à ces Regles divers poids en différents jours, après les avoir pliées & déployées un grand nombre de fois pour voir ſi cette meſure étoit conſtante, & l'on n'y a jamais remarqué la moindre différence.

M'étant ainſi aſſûré de la hauteur exacte de ce trou, j'ai fait conſtruire par le S.r Langlois 32 Regles de leton, chacune de 3 pieds 0 pouce 8 lignes de longueur, qui eſt la dixiéme partie de toute la hauteur, ſur 20 lignes de largeur & 3 lignes d'épaiſſeur.

On avoit dreſſé exactement ces Regles d'un côté ſur le champ, & on les avoit faites toutes égales préciſément l'une

à l'autre, en les tenant d'abord un peu plus longues qu'il n'étoit néceſſaire, afin d'en pouvoir diminuer.

On prit dix de ces Regles de cuivre que l'on mit bout à bout ſur une ligne droite tracée ſur le plancher, on appliqua enſuite deſſus, les regles de fer *IL, LM,* &c. dont la longueur étoit préciſément égale à la hauteur du trou *GH* ſur le niveau de la Salle; & ayant trouvé que les dix regles de cuivre excédoient un peu cette longueur, on les diminua chacune ſéparément d'une égale quantité en les poſant les unes ſur les autres. On les plaça enſuite bout à bout ſur les regles de fer, & on répéta ces opérations un grand nombre de fois juſqu'à ce que l'on fut aſſûré que ces regles, qui étoient égales entre elles, compriſſent exactement la hauteur de ce trou.

On employa la même méthode pour les autres regles que l'on prit dix à dix, afin d'être aſſûré qu'elles fuſſent toutes égales entre elles, & de la longueur requiſe.

Ces regles étant ainſi diſpoſées, on a tracé ſur leur longueur & par le milieu de leur épaiſſeur une ligne aſſés profonde pour qu'elle ne s'effaçât pas facilement, qu'on a diviſée d'un côté en 100 parties égales, qui ſont chacune égales au demi-diametre du trou horiſontal de la plaque de cuivre & à la milliéme partie de ſa hauteur ſur le pavé. L'autre partie de chaque regle a été diviſée en parties inégales qui répondent aux minutes de la hauteur du Soleil ſur l'horiſon.

Cette diviſion a été faite d'abord de 10 en 10 minutes depuis 0 juſqu'à la diſtance de 24 degrés du Zénith, & enſuite de minutes en minutes juſqu'à l'extrémité de la Méridienne. On s'eſt contenté de diviſer les premiéres regles de 10 en 10 minutes juſqu'à 24 degrés, parce qu'elles ne peuvent point ſervir pour les obſervations du Soleil, qui dans le Solſtice d'été où il eſt le plus proche du Zénith, en eſt éloigné d'environ 25 degrés & 20 minutes. Ces minutes ainſi diviſées, comprennent vers le Solſtice d'été 1 ligne $\frac{1}{2}$, & au Solſtice d'hyver 14 lignes.

Pour placer ces regles de cuivre ſur la Méridienne, de maniére qu'elles ne puiſſent point changer de ſituation; j'ai fait

fait conſtruire des bandes de marbre blanc de 6 pouces de largeur ſur 2 d'épaiſſeur. La longueur de chaque bande de marbre que l'on devoit poſer d'un côté de la ligne, a été faite préciſément égale à la longueur de chaque regle de cuivre. Les autres bandes de marbre ont été taillées de différentes longueurs, de maniére qu'elles meſuraſſent un ou pluſieurs degrés, ou un certain nombre de minutes. On a fait ces bandes de marbre blanc, parce que l'image du Soleil s'y diſtingue plus nettement que ſur toute autre couleur, & on leur a donné 6 pouces de largeur, afin que les deux enſemble poſées de part & d'autre de la regle de cuivre, compriſſent l'eſpace d'un pied, & qu'on y pût appercevoir en tous les temps l'image du Soleil, dont le petit diametre au Solſtice d'hyver eſt à peu-près de cette largeur.

Ayant ainſi diſpoſé un rang de bandes de marbre, chacun de la longueur de 3 pieds 0 pouc. 8 lignes, on les a dreſſées le plus exactement qu'il a été poſſible, ſur deux de leurs côtés, dont l'un eſt perpendiculaire à l'autre, & on a appliqué à chaque bande de marbre ſur ſon épaiſſeur, une regle de cuivre d'égale longueur, de maniére que la partie ſupérieure de la regle où ſont les diviſions, fût exactement de niveau avec le plan ſupérieur du marbre, & on les a ſcellées en cet état avec du plomb, par le moyen de quelques écroux de cuivre qui entroient de part & d'autre dans la regle & dans la bande de marbre.

Comme l'extrémité de cette Méridienne, du côté du Midi devoit répondre au point ſitué perpendiculairement au deſſous du centre du trou horiſontal de la plaque de cuivre par où paſſent les rayons du Soleil, & qu'il eſt important de connoître ce terme avec préciſion, parce que c'eſt de là que doivent commencer les diviſions; nous avons fait conſtruire un petit cylindre *AB (Fig. 2.)* de la largeur préciſe de l'ouverture *GH* de la plaque, & de ſon épaiſſeur. Ce cylindre avoit dans ſa partie ſupérieure, un rebord qui s'appliquoit ſur la plaque, & il étoit percé au centre, par un petit trou *D* qui étoit par conſéquent au centre de l'ouverture de la plaque.

Ayant fait paſſer un fil par le centre de ce cylindre, on y ſuſpendit un poids *PQ* fait exprès, avec beaucoup de préciſion, à l'extrémité duquel il y a une pointe pour marquer la perpendiculaire. Mais comme nous remarquâmes que la moindre agitation de l'air l'empêchoit de reſter dans une ſituation fixe, nous prîmes un cube de cuivre *EFGHIK* de 3 pouc. de diametre, creux en dedans, & dont les côtés ont été dreſſés avec tout le ſoin poſſible. On a placé aux angles de ce cube, deux fils *FH, GL*, dont l'interſection *O* marquoit par conſéquent le centre du cube.

L'ayant rempli d'eau, on y a fait entrer un poids cylindrique ſuſpendu au fil qui paſſoit par le centre du trou. Par ce moyen, l'agitation de l'air n'a cauſé aucun mouvement ſenſible ſur ce poids plongé dans l'eau; & on a avancé ou reculé le cube, de maniére que le fil perpendiculaire étant libre, touchât exactement l'interſection de ces fils, ce que l'on a repeté pluſieurs fois; on a enſuite fait des traits ſur le carreau à la baſe du cube, & l'ayant retiré, on a tiré par les quatre angles des diagonales dont l'interſection *C* a marqué le point ſitué perpendiculairement au-deſſous du trou de la plaque.

Enfin, on a attendu les temps où l'air étoit parfaitement tranquille, & y ayant ſuſpendu un plomb dans l'air libre, on a trouvé qu'il répondoit préciſément au même point.

Pour déterminer la direction de la Méridienne, nous avions dès le Solſtice d'hyver de l'année 1729, déterminé avec M. Maraldi, par des hauteurs correſpondantes, priſes avec un quart-de-cercle avant & après midi, le temps que le Soleil devoit paſſer par le Méridien, & nous avions marqué en divers jours, ſur la bande de pierre qui eſt dans la Tour quarrée vers le Nord, dont nous avons déja parlé, le point exact où ſe trouvoit le centre du Soleil, au temps de ſon paſſage par le Méridien.

Nous fîmes de pareilles obſervations vers le Solſtice d'été, & pluſieurs jours après, & nous trouvâmes toûjours que la ligne qui paſſoit par le point qui étoit perpendiculairement

au deſſous du trou, & par celui où le centre du Soleil s'étoit trouvé à ſon paſſage par le Méridien vers le Solſtice d'hyver, paſſoit en même temps par les points où le centre du Soleil s'étoit trouvé à ſon paſſage par le Méridien vers le Solſtice d'été; ce qui nous aſſûra de l'exactitude de la direction de la Méridienne.

Comme il eſt néceſſaire que cette ligne, qui eſt la tangente d'un cercle dont le rayon eſt la perpendiculaire tirée du centre du trou ſur le niveau de la Salle, ſoit placée dans une ſituation horiſontale, j'ai fait conſtruire *(Fig. 3.)* deux Tuyaux quarrés de fer blanc *LM, NO,* de la longueur chacun de 36 pieds, de 4 pouces de largeur, & d'autant de profondeur, paralleles l'un à l'autre, & qui ſe communiquent enſemble par une traverſe *MN* de même figure, & de 2 pieds de longueur, afin que ces tuyaux puiſſent embraſſer la Méridienne. On plaça ces tuyaux au long de la Méridienne *CP,* de côté & d'autre, en commençant par le point *C,* qui étoit perpendiculairement au deſſous du trou par où paſſent les rayons du Soleil, & on les remplit d'eau, qui ſe trouva préciſément de la même hauteur dans toute leur étenduë, à cauſe de la communication qu'ils avoient entre eux. Je fis enſuite conſtruire deux cylindres de fer blanc *RS, TV,* de 8 pouces de longueur & de 3 pouces de diametre, creux en dedans, & qui nageoient librement ſur l'eau.

J'appliquai ſur ces cylindres, une regle de fer *QX* dont la longueur étoit égale à l'intervalle entre les tuyaux de fer blanc, & qui étoit percée à ſon milieu par une vis *ZC* qui ſe terminoit en pointe, & pouvoit s'élever & s'abbaiſſer facilement.

Ayant ainſi diſpoſé tout ce qui étoit néceſſaire pour poſer la Méridienne, on plaça la premiére regle de cuivre *CY* avec ſa bande de marbre ſur la direction de la Méridienne, de maniére que le terme de la diviſion qui devoit répondre au Zénith fût préciſément ſur le point *C* dans la perpendiculaire qui répondoit au centre du trou, & qu'il ſe trouvât en même temps à la hauteur requiſe, ce que l'on verifia par le

moyen des regles de fer avec leſquelles on en avoit pris la meſure.

On plaça enſuite vis-à-vis de cet endroit les deux cylindres RS, VT, avec la barre de fer QX qui eſt entre les deux dans les tuyaux de fer blanc LM, NO, qu'on avoit remplis d'eau, de maniére qu'ils y nageaſſent librement, & je hauſſai ou abbaiſſai la vis ZC, qui étoit au milieu de cette barre, juſqu'à ce que la pointe qui étoit à ſon extrémité inférieure raſât exactement la regle de cuivre CY à ſon extrémité C méridionale. Je portai enſuite les cylindres avec leur regle vers l'autre extrémité Y, & j'abbaiſſai ou élevai la regle de cuivre CY avec la bande de marbre, de maniére qu'elle raſât exactement dans toute ſon étenduë la pointe de la vis. On eut ſoin en même temps de conſerver la regle de cuivre, de maniére que la ligne qui la partageoit en deux fût exactement dans la direction d'un fil tendu dreſſé ſur la Méridienne; & lorſqu'on fut aſſûré de la poſition exacte en tous les ſens, de la bande de marbre & de la regle de cuivre qui y étoit attachée, on la ſcella avec du plâtre ſur la voûte de la Salle.

On fit la même opération pour les dix premiéres bandes de marbre avec les regles de cuivre, & après les avoir ſcellées, on appliqua deſſus les regles de fer qui avoient ſervi à meſurer la hauteur, qui ſe trouverent préciſément de la même longueur.

On poſa enſuite contre les regles de cuivre, de l'autre côté, c'eſt-à-dire, vers l'Occident, les bandes de marbre que l'on avoit taillées, de maniére qu'elles compriſſent chacune un certain nombre de degrés, & on les mit de niveau le plus exactement qu'il fut poſſible. La derniére de ces bandes ſe terminoit exactement à l'extrémité de la dixiéme regle, & marquoit le 45me degré, dont la tangente eſt égale au rayon. On poſa de la même maniére les regles de cuivre ſur leſquelles étoit tracée la Méridienne avec les bandes de marbre de côté & d'autre juſqu'à ſon extrémité vers le Nord, dont la derniére, du côté de l'Occident, répond à 319000 parties, dont le rayon eſt de 100000.

L'autre bande qui eſt vis-à-vis, du côté de l'Orient, ſe trouve à la diſtance de 72^d 36′ du Zenith, dont le complément marque 17^d 24′ de hauteur ſur l'horiſon.

Comme l'on s'apperçut que lorſqu'on poſoit les cylindres dans l'eau, & qu'on les changeoit de place pour prendre le niveau, ce mouvement cauſoit quelque agitation dans l'eau, ce qui obligeoit d'attendre quelque temps juſqu'à ce qu'elle fût tranquille, & retardoit l'opération; j'imaginai une autre Machine pour prendre le niveau.

Elle conſiſte en une barre de fer *ABD* en forme de *T*, dont le pied *KD* a environ 4 pouces de longueur ſur 2 de largeur, & 3 lignes d'épaiſſeur. On a percé aux extrémités *A* & *B* de cette barre, à égale diſtance du pied *KD*, des écrous pour y placer des vis de cuivre *AE*, *BF*, de 6 pouces de longueur, terminées par une pointe. La diſtance *AB* entre ces vis eſt égale à celle qui eſt entre le point milieu des tuyaux *LM*, *NO*, de fer blanc, paralleles remplis d'eau. On a outre cela pratiqué ſur un des côtés de la barre *AB* une autre vis *GH* terminée par un plan dont la longueur eſt au moins égale à celle du pied *KD*. Pour faire uſage de cet inſtrument, on place le pied *KD* ſur la regle de cuivre qui marque la Méridienne, de maniére que la largeur *DI* de la barre, qui eſt, comme on l'a dit, de 2 pouces, ſoit ſuivant la direction *CP* de la Méridienne, & ayant mis la barre *AB* à peu-près de niveau, on l'arrête en cet état par le moyen de la vis *GH* que l'on fait poſer ſur le marbre. On éleve enſuite ou on abbaiſſe les vis *AE*, *BF*, juſqu'à ce que leurs pointes *E* & *F* touchent exactement la ſurface de l'eau, ce que l'on apperçoit avec aſſés d'évidence par le moyen du reflet qui ſe fait dans l'eau qui fait paroître les deux pointes de la vis ſe toucher en ſens oppoſé. On poſe enſuite cette machine ſur une autre regle que l'on veut mettre de niveau avec la précédente, en élevant ou abbaiſſant cette regle, de maniére que l'eau touche exactement les deux pointes, & l'on eſt ſûr alors qu'elle eſt préciſément de niveau.

On s'eſt ſervi de cette maniére pour poſer de niveau une

partie des bandes, en les vérifiant cependant par le premier inſtrument qui s'eſt accordé à donner préciſément le même niveau.

Toutes les regles de la Méridienne étant ainſi diſpoſées; nous avons vérifié ſi elle étoit préciſément dans la direction de la ligne méridienne prolongée juſqu'aux extrémités du Royaume, ce que l'on a fait en cette maniére.

On a placé un Quart de Cercle à ſon extrémité méridionale, & on a dirigé le fil vertical de ſa Lunette à un poteau placé à Montmartre avec beaucoup de ſoin ſur la Méridienne par M. Picard, & qui a ſervi pour la meſure de la Terre, & pour la prolongation de la ligne Méridienne. On a ſuſpendu à l'autre extrémité, du côté du Nord, un fil avec un plomb que l'on a placé de maniére qu'il parût dans la Lunette préciſément dans la direction de ce poteau. On a meſuré enſuite la diſtance de ce fil à la Méridienne du côté du Nord, que l'on a trouvée préciſément égale à la diſtance entre un fil à plomb qui paſſoit par le centre du Quart de Cercle, & la Méridienne vers ſon extrémité méridionale, ce qui eſt une preuve qu'elle étoit dans la direction requiſe.

On a marqué vers l'Orient, ſur les bandes de marbre de la Méridienne, qui répondent aux diviſions égales des regles de cuivre, des chiffres de dix en dix, mettant 0 au point qui répond au Zénith, 10, à l'extrémité de la 10.me diviſion, 100, en plus gros caractéres à l'extrémité de la 1.re regle, & continuant ainſi juſqu'à l'extrémité ſeptentrionale, qui, comme on l'a dit, eſt à 319100.

Dans les bandes de l'autre côté qui répondent aux diviſions inégales, on a marqué les degrés & les minutes de dix en dix de la hauteur, mettant 90^d au point qui répond au Zénith, 89 au degré ſuivant qui répond à 17 & $\frac{45}{100}$ des diviſions égales, & ainſi de ſuite juſqu'à $17^d\ 24'$, complement de $72^d\ 36'$, dont la tangente eſt de 319100.

On peut par ce moyen, obſerver en même temps la hauteur méridienne, en deux maniéres qui ſervent à ſe vérifier l'une l'autre. La premiére eſt fort ſimple, & eſt à la portée de tout le monde. La ſeconde demande le calcul des tangentes,

mais elle doit être en même temps plus exacte, parce qu'il eſt plus aiſé de faire avec exactitude, des diviſions qui ſont toûjours égales entr'elles, que celles qui ſont inégales, & vont toûjours en augmentant, telles que les degrés & minutes qui ſont marquées ſur les tangentes.

Pour obſerver par la premiére méthode, on marque ſur le marbre avec un crayon, dans le temps du paſſage du Soleil par le Méridien, les deux termes de ſon image; l'un du côté du Nord, & l'autre du côté du Midi, & on écrit les degrés & minutes qui y ſont marqués. Prenant le milieu, on aura la hauteur méridienne apparente du centre du Soleil, dont on retranchera la refraction pour avoir ſa hauteur véritable. Lorſque le terme de l'ombre ne tombe pas préciſément ſur une minute, on prendra la partie proportionnelle avec un compas, à raiſon de 60 ſecondes par minutes, ou à l'œil, ce qui ſe fait aiſément lorſqu'on y eſt un peu accoûtumé.

Dans la ſeconde méthode, on ſe ſervira des mêmes termes de l'image du Soleil, & on écrira le nombre de parties égales qui y ſont marquées. On retranchera la moitié d'une de ces parties, c'eſt-à-dire $\frac{50}{100}$, du plus grand nombre, & on les ajoûtera au plus petit, parce que l'image du Soleil qui paſſe par le trou de la plaque ſupérieure, eſt augmentée de part & d'autre, d'une quantité égale au demi-diametre de ce trou. On fera enſuite, comme 100000 eſt au plus petit nombre que l'on vient de trouver, ainſi le ſinus total eſt à la tangente du bord ſupérieur du Soleil au Zénith, dont le complement donne la hauteur apparente du Soleil ſur l'horiſon, dont on retranchera la refraction pour avoir ſa hauteur véritable.

On déterminera de même la hauteur de ſon bord inférieur, & prenant le milieu, on aura la hauteur méridienne de ſon centre exacte. *Ce qu'il falloit trouver.*

On aura auſſi ſoin, lorſque le bord du Soleil ne tombe pas ſur une diviſion exacte, de prendre la partie proportionnelle avec un compas, ou à l'œil, à raiſon de 100 pour chaque diviſion.

Ayant déterminé par ces deux méthodes différentes, la

hauteur méridienne du Soleil, dans un grand nombre d'obſervations qui y ont été faites, on l'a trouvée ſouvent la même, ou à quelques ſecondes près, ce qui marque la parfaite correſpondance des diviſions inégales à celles qui ſont égales, que le S.r Langlois a executées avec beaucoup de ſoin.

Après que la ligne Méridienne a été entiérement achevée, on a fait poſer à l'endroit des Solſtices, & vis-à-vis l'entrée du Soleil dans chaque Signe du Zodiaque, des marbres d'un pied 6 pouces 4 lignes de longueur, & d'un pied 0 pouces 4 lignes de largeur, pour y graver la figure de ces Signes, & les rendre plus remarquables.

On a auſſi joint à la Méridienne, de côté & d'autre, des bandes de pierre de liais, dont la longueur eſt égale à celle de chaque regle de cuivre, c'eſt-à-dire, à 3 pieds 0 pouces 8 lignes. La premiére de ces bandes a 12 pouces 4 lignes de largeur qui, joint à la bande de marbre qui forme la Méridienne, fait 18 pouces 4 lignes, c'eſt-à-dire, la 20.me partie de la hauteur. La ſeconde bande a 18 pouces 4 lign. de largeur, de ſorte que la bande de marbre, & les deux bandes de liais jointes enſemble, ont 3 pieds 0 pouc. 8 lign. qui eſt la longueur de chaque regle de cuivre. On a continué enſuite de carreler le reſte de la Salle avec des pierres de liais de 18 pouces 4 lignes de longueur, & d'autant de largeur, ou du double, afin qu'elle ſe trouvât meſurée en parties, dont la longueur eſt connuë par rapport à ſa hauteur, ce qui aura ſes uſages, dont nous parlerons dans la ſuite.

Comme cette ligne, dont la direction eſt toûjours la même, ſert à regler les Pendules au temps du paſſage du Soleil par le Méridien, & qu'il y a des jours où le Soleil eſt couvert à midi, & eſt découvert avant ou après, on a tracé des lignes de côté & d'autre, qui marquent de 5 en 5 minutes, avant & après le paſſage du Soleil par le Méridien, l'heure véritable dans le temps que le centre du Soleil ſe rencontre ſur ces lignes; & on a continué de les décrire dans tous les endroits de la Salle où l'on peut appercevoir l'image du Soleil avant & après midi, ce qui n'eſt pas d'une égale durée dans tous

les

les temps, à cauſe de la figure de la Salle qui eſt irréguliere. Car depuis le mois de Mars juſqu'au mois d'Octobre, on y apperçoit le Soleil depuis $10^h \frac{1}{2}$ du matin juſqu'à $1^h \frac{1}{2}$ après midi, mais vers le Solſtice d'hyver, on ne l'apperçoit que pendant une demi-heure.

On pourra obſerver par le moyen de la diviſion des carreaux, la hauteur du Soleil ſur l'horiſon en cette maniere. Soit *CM* la Méridienne, dont le point qui répond au Zénith vers le Midi, eſt en *C*. *SO* l'image du Soleil dont le point *S* marque le bord ſupérieur dans le temps de l'obſervation, & le point *O* ſon bord inférieur. Si le point *S* ne ſe trouve pas préciſément ſur une diviſion exacte, on prendra ſa diſtance *SP* à la plus prochaine diviſion que l'on prendra vers le Midi, ou vers le Nord, de *B* en *M* ſur la Méridienne, pour avoir la diſtance *CM* du point qui répond au Zénith à la tangente qui paſſe par le bord ſupérieur du Soleil ; on prendra de même la diſtance *SD*, du point *S* au point *D* de la plus prochaine diviſion, vers l'Orient ou l'Occident, qui étant ajoûtée à *DM*, donne la diſtance *SM* du bord ſupérieur du Soleil à la Méridienne, & dans le triangle rectangle *CMS*, rectangle en *M*, dont les côtés *MC* & *CS* ſont connus. On aura la diſtance *SC* du bord ſupérieur du Soleil au point *C* qui répond au Zénith. C'eſt pourquoi l'on fera, comme la hauteur du trou par où paſſent les rayons du Soleil qui eſt 100000, eſt à la diſtance *SC* que l'on vient de trouver ; ainſi le ſinus total eſt à la tangente de la diſtance du bord ſupérieur du Soleil au Zénith, dont le complement eſt ſa hauteur ſur l'horiſon. On trouvera de même la hauteur du point *O* qui marque le bord inférieur du Soleil, & par conſéquent on aura la hauteur apparente de ſon centre. *Ce qu'il falloit trouver.*

Après avoir conſtruit la Méridienne, nous y avons fait pluſieurs obſervations au paſſage du Soleil par le Méridien, pour vérifier la poſition de deux grands Quarts-de-cercle, de 6 pieds de rayon, placés fixement contre les murs, l'un dans la Tour occidentale ſupérieure, & l'autre dans l'appartement qui eſt vis-à-vis.

Ces inſtruments ont été principalement deſtinés pour obſerver le paſſage du Soleil & des Etoiles par le Méridien, regler les Pendules, & connoître l'heure véritable des obſervations. Ils avoient été placés d'abord à peu-près ſur le Méridien, mais ils en avoient décliné dans la ſuite, de quelques ſecondes, comme on l'avoit remarqué par le moyen des hauteurs correſpondantes du Soleil, de ſorte qu'il étoit néceſſaire de connoître leur déclinaiſon du Méridien à toutes les hauteurs ſur l'horiſon, ce que l'on a fait, en obſervant à une même Pendule, le temps du paſſage du Soleil par la Méridienne, & par le fil vertical de ces inſtruments.

Nous y avons obſervé en même temps la hauteur méridienne du Soleil, principalement vers le Solſtice d'hyver des années 1730 & 1731 pour déterminer le temps vrai que le Soleil a paſſé par ce Solſtice, & l'obliquité de l'Ecliptique qui eſt un des éléments des plus néceſſaires dans l'Aſtronomie, en cette maniére.

Pour déterminer le temps que le Soleil eſt arrivé au Solſtice d'hyver de 1730, & eſt entré dans le Signe du Capricorne, nous avons choiſi les obſervations correſpondantes faites avant & après, dans leſquelles les termes de l'image du Soleil ſe ſont trouvés répondre à peu-près au même point de la Méridienne.

Entre ces obſervations il s'en eſt trouvé deux, l'une du 17 & l'autre du 26 Décembre, faites à peu-près à la même diſtance du point du Solſtice. Dans la premiére du 17 la tangente de la diſtance du Zénith au bord ſupérieur du Soleil fut trouvée de $3060\frac{70}{100}$, & dans la ſeconde de $3060\frac{65}{100}$, moins avancée de $\frac{5}{100}$, ou la 20.me partie d'une des diviſions égales, c'eſt à-dire, d'environ un quart de ligne.

Cette différence eſt trop petite pour que l'on puiſſe s'aſſûrer de déterminer l'image du Soleil avec une plus grande préciſion. Cependant ſi on veut en tenir compte, on trouve qu'il y répond une ſeconde en déclinaiſon que le Soleil parcourt en ce temps-là en 10 minutes de temps qu'il faut retrancher du 26 Décembre à midi, à cauſe que le Soleil étoit alors plus élevé d'une ſeconde que le 17 Décembre, & on

trouvera que le Soleil étoit le 26 Décembre à $11^h\,50'$ à la même distance de l'Equateur où il s'étoit trouvé le 17 Décembre à midi. Partageant l'intervalle entre ces observations, qui est de 8 jours $23^h\,50'$ par la moitié, & l'ajoûtant au 17 Décembre, on aura le passage du Soleil par le Solstice le 21 Décembre à $11^h\,55'$.

Pour une plus grande exactitude, il faut réduire le temps vrai de chaque observation au temps moyen, qui dans la premiére se rapporte au 17 Décembre 1730 à $11^h\,56'\,42''$, & dans la seconde à $11^h\,51'\,15''$ du matin, & on aura le temps moyen du Solstice le 21 Décembre 1730 à $11^h\,54'$.

On pourroit aussi tenir compte de la différence entre le Solstice apparent & le Solstice vrai, qui est causée par la différence entre les équations du Soleil avant & après le Solstice, qui peut monter dans les observations du 17 & du 26 Décembre à une seconde & demie de degré que le Soleil parcourt en une minute, & qui étant ajoûtée au temps du Solstice apparent, donne le temps moyen du Solstice vrai le 21 Décembre à $11^h\,55'$, & le temps vrai à $11^h\,56'$, peu différent de celui que l'on vient de déterminer.

Comme les observations que nous venons de comparer ensemble ont été faites près des Solstices où le mouvement du Soleil en déclinaison d'un jour à l'autre est peu sensible, nous avons examiné deux autres observations correspondantes qui ont été faites le 8 Décembre 1730 & le 4 Janvier 1731.

La tangente de la distance du Zénith au bord supérieur du Soleil fut trouvée le 8 Décembre 1730 de 295075, & le 4 Janvier de 295065 avec une différence seulement de 10 de ces parties, à laquelle il répond 2 secondes en déclinaison que le Soleil parcourt alors en 12 minutes.

L'ajoûtant au midi du 4 Janvier, à cause que le Soleil étoit alors moins élevé que le 8 Décembre, on trouvera que le Soleil étoit le 4 Janvier à 12 minutes après midi à la même hauteur où il étoit le 8 Décembre précédent. Réduisant le temps vrai de ces observations au temps moyen, on aura la premiére le 8 Décembre à $11^h\,52'\,30''$, & la seconde

le 4 Janvier à $0^h\ 17'\ 30''$. Prenant un milieu, on aura le temps moyen du Solſtice apparent le 21 Décembre 1730 à $0^h\ 5'$.

Pour trouver le temps moyen du Solſtice vrai, on prendra l'équation du Soleil qui convient au 8 Décembre, qu'on trouvera de $42'\ 35''$, dont l'on retranchera celle qui répond au 4 Janvier, laquelle eſt de $11'\ 37''$ additive, & l'on aura $30'\ 58''$, dont la moitié $15'\ 29''$ étant retranchée de l'équation du Soleil dans le Solſtice, qui eſt de $15'\ 55''$, reſte $26''$ que le Soleil parcourt en 10 minutes, & qu'il faut ajoûter au Solſtice apparent pour avoir le temps moyen du Solſtice vrai le 21 Décembre 1730 à $0^h\ 15'$ après midi, & le temps vrai à $0^h\ 16'$, plus avancé de $20'$ que par la comparaiſon précédente.

Pour déterminer préſentement l'obliquité de l'Ecliptique, nous employerons l'obſervation de la hauteur méridienne du Soleil qui a été faite par un temps fort ſerein le 22 Décembre de l'année 1731, jour du Solſtice, qui ſuivant nos obſervations eſt arrivé à 6^h du matin. Je marquai au temps du paſſage du Soleil par la Méridienne, les termes de ſon image vers le Midi & vers le Nord, & je trouvai la tangente de la diſtance du Zénith au bord ſupérieur du Soleil de 307500 parties, dont le rayon eſt 100000, & a ſon bord inférieur de 317830.

Ajoûtant ſuivant la regle preſcrite ci-deſſus, la moitié d'une de ces parties, ou $\frac{50}{100}$, à la tangente de la diſtance du Zénith au bord ſupérieur du Soleil, & la retranchant de la diſtance du Zénith à ſon bord inférieur, on aura la tangente de la diſtance corrigée du Zénith au bord ſupérieur du Soleil de 307550, & à ſon bord inférieur de 317780, & l'on fera comme 100000 eſt à 307550; ainſi le ſinus total eſt à la tangente de $71^d\ 59'\ 17''$, dont le complément $18^d\ 0'\ 43''$ meſure la hauteur apparente du bord ſupérieur du Soleil ſur l'horiſon. On fera auſſi, comme 100000 eſt à 317780, ainſi le ſinus total eſt à la tangente de $72^d\ 31'\ 55''$, dont le complément $17^d\ 28'\ 5''$ eſt la hauteur apparente du bord inférieur du Soleil ſur l'horiſon. Prenant le milieu entre ces hauteurs, on aura la hauteur apparente du centre du Soleil

au deſſus de l'horiſon de $17^d\ 44'\ 24''$. Retranchant de cette hauteur $3'\ 3''$ pour la refraction, & y ajoûtant 10 ſecondes pour la parallaxe, on aura la hauteur méridienne du centre du Soleil le 22 Décembre 1731 de $17^d\ 41'\ 31''$ qui meſureroit la hauteur véritable du centre du Soleil au deſſus de l'horiſon, au temps du Solſtice d'hyver, s'il étoit arrivé à midi; mais comme on l'a déterminé à 6^h du matin, & que pendant cet intervalle, le mouvement du Soleil en déclinaiſon eſt d'une ſeconde dont il s'eſt éloigné de l'Equateur, on la retranchera de $17^d\ 41'\ 31''$, & l'on aura la hauteur du centre du Soleil ſur l'horiſon, telle qu'elle auroit été obſervée dans le moment du Solſtice, de $17^d\ 41'\ 30''$, qui étant retranchée de la hauteur de l'Equateur qui eſt à l'Obſervatoire de $41^d\ 9'\ 50''$, donne l'obliquité de l'Ecliptique de $23^d\ 28'\ 20''$, plus petite de 40 ſecondes que celle que l'on ſuppoſe ordinairement de $23^d\ 29'\ 0''$.

Si au lieu de la refraction & de la parallaxe que nous avons tirées de la Connoiſſance des Temps, on avoit employé celles qui ſont marquées dans les Tables de M. de la Hire, on auroit trouvé l'obliquité de l'Ecliptique de $23^d\ 28'\ 36''$, plus grande de 16 ſecondes que celle que nous venons de déterminer, & plus petite de 24 ſecondes que celle qui a été établie juſqu'à preſent.

Ainſi il réſulte de cette obſervation, que les refractions en hyver, qui conviennent à la hauteur de $18^d\ 0'$ ou environ, ſont plus grandes que celles qui ont été marquées dans ces Tables, ou que l'obliquité de l'Ecliptique eſt plus petite qu'on ne la ſuppoſe.

On remarquera ici qu'avant que de faire cette obſervation, l'on a rectifié de nouveau & vérifié avec un grand ſoin, la Méridienne, tant par rapport au niveau, qu'à l'égard de l'élevation du trou par où paſſent les rayons du Soleil au-deſſus de cette ligne.

Comme cette obſervation donne l'obliquité de l'Ecliptique plus petite que celle que l'on ſuppoſe ordinairement, plus ou moins, ſuivant les différentes refractions & parallaxes

que l'on y employe, je l'ai comparée aux plus anciennes qui ont été faites à l'Obſervatoire, & j'ai trouvé dans les Mémoires de l'Académie de 1693, que la hauteur apparente du bord ſupérieur du Soleil fut obſervée par mon Pere, au Solſtice d'hyver de l'année 1671, de 18d 0′ 14″. Retranchant de cette hauteur, la refraction moins la parallaxe qui, ſuivant la Connoiſſance des Temps, eſt de 2′ 50″, on aura la hauteur véritable du bord ſupérieur du Soleil, de 17d 57′ 24″, dont il faut ôter le demi-diametre du Soleil, qui étoit alors de 16′ 21″, & l'on aura la hauteur méridienne du centre du Soleil, au Solſtice d'hyver de l'année 1671, de 17d 41′ 3″, plus petite de 27 ſecondes que celle que l'on a trouvée, en 1731, de 17d 41′ 30″. Retranchant 17d 41′ 3″ de la hauteur de l'Equateur, on trouvera qu'en 1670, l'obliquité de l'Ecliptique étoit de 23d 28′ 47″, plus grande de 27″ qu'on ne l'a trouvée 60 ans après.

Nous nous réſervons de donner dans la ſuite, le réſultat des obſervations que l'on a continué de faire à la Méridienne.

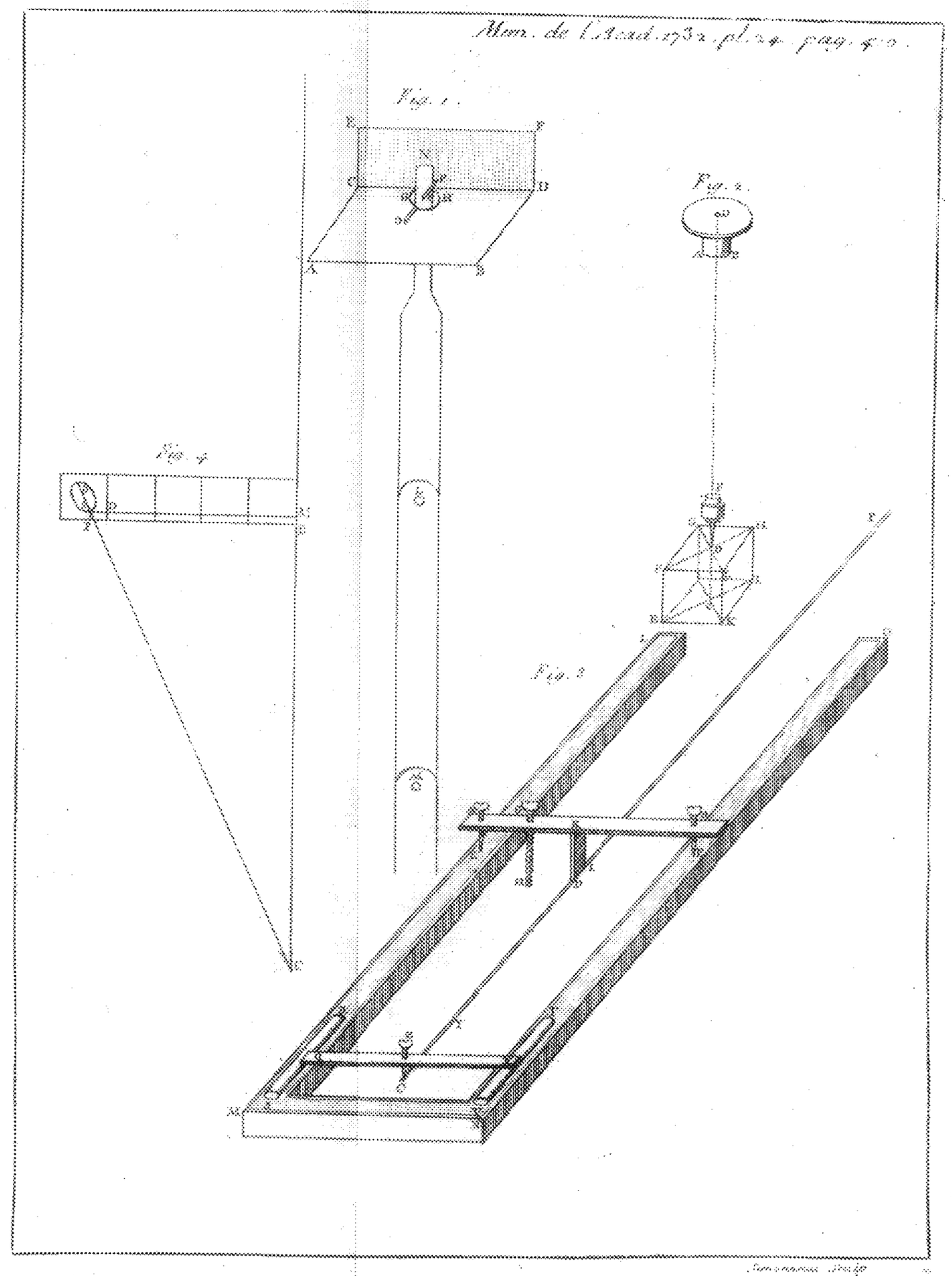


Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.

DES NŒUDS ET DE L'INCLINAISON de l'Orbe du troiſiéme Satellite à l'égard de l'Orbe de Jupiter.

Par M. MARALDI.

IL eſt ſi difficile de déterminer avec quelque préciſion, les nœuds des Planetes, ou, ce qui revient au même, les points de l'interſection de leurs orbites avec l'Ecliptique, que la plûpart des Aſtronomes ne s'accordent pas enſemble dans cette détermination. Kepler & Lanſberge ſont en différend avec Bouillaud & le P. Riccioli, dans le lieu des nœuds de Jupiter, de plus de 3 degrés, & ſont éloignés de Copernic de 22 degrés. M. de la Hire l'eſt de Kepler, de 1° 40′; de ſorte que l'hypotheſe du mouvement de ces points, ſouffre encore des difficultés parmi les Aſtronomes. Les uns prétendent, qu'ils ſont immobiles à l'égard des Etoiles fixes, les autres leur attribuënt un mouvement fort lent, par lequel ils s'éloignent des mêmes Etoiles, les uns vers l'Orient, les autres vers l'Occident. 23 Decemb. 1734.

Mais ſi la détermination du lieu des nœuds des Planetes principales eſt ſi difficile, & ſi le mouvement de ces nœuds eſt ſi douteux; celui des nœuds des Satellites de Jupiter l'eſt encore davantage. On n'y a reconnu juſqu'à préſent aucun mouvement ſenſible; en cela le ſyſteme de ces Satellites devient plûtôt conforme à celui des Planetes principales, qu'à celui de la Lune, Satellite de la Terre, dont les nœuds ont un mouvement ſenſible, mais il eſt contraire & à l'un & à l'autre, par rapport à l'inclinaiſon des orbes de ces Satellites à l'égard de l'orbe de Jupiter. On ne s'eſt apperçû juſqu'à préſent d'aucun changement ſenſible dans l'inclinaiſon des Planetes principales, & on ſuppoſe l'inclinaiſon de la Lune ſur l'Ecliptique conſtante dans ſes conjonctions & oppoſitions; au lieu que l'inclinaiſon des Satellites

de Jupiter eſt variable dans les mêmes phaſes. Je l'ai fait voir pour le 4.me Satellite; mon oncle l'a démontré pour le 1.er & le 2.d; je me propoſe ici d'examiner l'inclinaiſon du 3.me, mais il faut connoître auparavant la ſituation des nœuds de ce Satellite, qui eſt un élement néceſſaire pour la détermination de l'inclinaiſon.

Il eſt certain que ſi les nœuds des Satellites de Jupiter ſont fixes, comme on les a ſuppoſé juſqu'à préſent, & ſi l'inclinaiſon de leurs orbes, & leur diſtance à l'égard du centre de Jupiter étoit conſtante, la durée des éclipſes de ces Satellites ſeroit la même, à égale diſtance de ces points; il ſeroit aiſé par conſéquent, de les trouver par la comparaiſon de deux obſervations exactes des éclipſes d'égale durée, dont l'une ait été faite avant le paſſage de Jupiter par les nœuds ou les limites des Satellites, & l'autre après ce paſſage. Car la moitié de la différence de la longitude de Jupiter entre ces deux obſervations, étant ajoûtée à la longitude de cette Planete au temps de la premiére obſervation, ou étant ôtée de la longitude au temps de la ſeconde obſervation, donnera le lieu du nœud, ou du limite le plus proche.

C'eſt par ce moyen, & ſuivant ces ſuppoſitions, que nous avons cherché les nœuds du 3.me Satellite, & nous avons employé dans cette recherche, une obſervation d'une éclipſe de ce Satellite, faite à Greenwich, par M. Flameſted, en 1687, le 12 de Mars, dont la durée a été de $2^h\ 33'\ 0''$; car il obſerva l'entrée du Satellite dans l'ombre de Jupiter, à $3^h\ 9'\ 10''$ du matin, & ſa ſortie à $5^h\ 42'\ 10''$, la longitude de Jupiter vûë du Soleil, étoit de $8^f\ 11^\circ\ 58'$; nous avons comparé cette obſervation avec une autre faite à Paris l'année 1702, le 6 de Décembre, dont la durée a été de la même quantité de $2^h\ 33'\ 0''$, car on obſerva l'immerſion de ce Satellite dans l'ombre de Jupiter, à $4^h\ 53'\ 52''$, & l'émerſion à $7^h\ 26'\ 52''$, la longitude de Jupiter étant de $0^f\ 15^\circ\ 21'$, qui différe de la longitude que Jupiter avoit au temps de la premiére obſervation, de $4^f\ 3^\circ\ 23'$, dont la moitié étant ajoûtée à $8^f\ 11^\circ\ 58'$ donne le lieu du nœud aſcendant

aſcendant à 13° 29′ du Verſeau, à 51′ près du lieu qui a été déterminé par feu M. Caſſini. Mais par deux obſervations plus nouvelles, nous avons trouvé les nœuds de ce Satellite à 16° 0′ du Verſeau & du Lion, ce qui pourroit faire douter que les nœuds ont eu un mouvement de 2° 20′ en 30 ans, ou environ, ce qui ſeroit à raiſon de plus de 4′ par année. Voici ces obſervations.

L'année 1726, le 26 Décembre, on obſerva à Paris une éclipſe du 3.me Satellite, dont la durée a été de 2h 7′ 38″, car le Satellite entra dans l'ombre de Jupiter à 5h 11′ 30″, & il en ſortit à 7h 19′ 8″, la longitude de Jupiter étoit de 0f 26° 46′. La ſeconde obſervation, que j'ai comparée à celle-ci, a été faite à Montpellier l'année 1728, le 29 de Février, & la durée de l'éclipſe a été de 2h 8′ 2″, car l'immerſion du Satellite dans l'ombre fut obſervée à 6h 15′ 32″, & l'émerſion à 8h 23′ 34″, la longitude de Jupiter étoit de 2f 5° 29′ qu'il faut diminuer de 15′, parce que la durée de cette éclipſe a été de 24″ plus grande que dans la premiére, & on aura 2f 5° 14′, qui étant comparée à la longitude de Jupiter au temps de la premiére obſervation, donne la différence de 1f 8° 28′, dont la moitié étant ajoûtée à 0f 26° 46′, donne le lieu des limites à 16° 0′ du Taureau & du Scorpion, & les nœuds à 16° 0′ du Verſeau & du Lion.

Mais de quelle préciſion ſeront ces déterminations, ſi l'inclinaiſon de l'orbe du 3.me Satellite à l'égard de l'orbite de Jupiter eſt variable? C'eſt ce que nous allons examiner. Cependant on voit qu'en prenant le lieu des nœuds du 3.me Satellite moyen entre ces deux déterminations, il ne s'éloignera pas beaucoup du lieu déterminé par M. Caſſini, ainſi nous pourrons ſuppoſer ſans crainte d'erreur ſenſible, dans la recherche de l'inclinaiſon du 3.me Satellite, le lieu de ſes nœuds à 14° 30′ du Verſeau & du Lion; d'ailleurs il ne faut pas attendre dans la détermination de l'inclinaiſon une préciſion plus grande que celle des obſervations mêmes, & par conſéquent ſuppoſé que nous ne fuſſions certains du lieu des nœuds du 3.me Satellite qu'à 3 degrés près, l'erreur qui en

réſulteroit ne ſeroit que de 10 ſecondes de temps dans les obſervations des éclipſes de ce Satellite faites proche des limites, dont nous nous ſervirons dans la recherche de l'inclinaiſon, & ſes variations. Je ne crois pas qu'on puiſſe répondre de 10 ſecondes dans ces obſervations, car on voit tous les jours que deux obſervateurs qui obſervent dans le même lieu ne s'accordent pas à 10 & à 15 ſecondes près, particuliérement dans les obſervations du 3.me & 4.me Satellite.

On ſçait, & nous le répéterons ici, que la durée des éclipſes des Satellites obſervées au même degré du Zodiaque en différentes périodes, doit être la même ſi les nœuds ſont fixes, ſi l'inclinaiſon & leur diſtance du centre de Jupiter eſt conſtante, ou elle doit varier proportionnellement au mouvement des nœuds, s'ils ſont mobiles, & que l'inclinaiſon & la diſtance du centre de Jupiter ſoit conſtante.

Nous avons découvert dans la durée des éclipſes du 3.me Satellite, des variations qui ne peuvent pas être repréſentées par le mouvement des nœuds, ou par quelque excentricité, c'eſt pourquoi nous n'avons pas hélité de les attribuer au changement de l'inclinaiſon. Il eſt certain cependant que la variation des diametres, l'augmentation & diminution de lumiére qui doit arriver aux Satellites par le différent éloignement de Jupiter au Soleil & à la Terre, peuvent varier la durée des éclipſes, & dans l'hypotheſe que les Satellites de Jupiter ayent des taches ou des parties moins propres pour réfléchir vivement la lumiére du Soleil, comme il eſt particuliérement remarqué du 3.me Satellite dans les Mémoires de l'Académie de l'année 1707, & dans l'Hiſtoire de M. du Hamel de l'année 1694, nous ne doutons point qu'elles ne puiſſent auſſi cauſer à la durée des éclipſes des inégalités auſquelles il faudroit avoir égard dans l'examen des variations qu'on remarque à la durée des éclipſes du 3.me Satellite, mais j'ai été diſpenſé d'entrer dans ce grand détail par pluſieurs raiſons. La premiére eſt que les variations de la durée des éclipſes du 3.me Satellite ont ſuivi un certain ordre qui ne s'accorde ni à une hypotheſe ni à l'autre. La durée des éclipſes de ce

Satellite a toûjours diminué depuis l'année 1691 juſqu'à préſent, au lieu que par la premiére hypotheſe elle auroit dû avoir deux périodes, une ſinodique ou annuelle, & l'autre périodique, ou de douze années; les taches au contraire l'auroient dû augmenter. On pourroit m'objecter qu'en 1691 il s'eſt peut-être trouvé ſur le diſque du 3.me Satellite une tache aſſés grande qui a beaucoup augmenté la durée de cette éclipſe, & qu'enſuite il y en a ſuccedé de plus petites qui ont pû faire le même effet, que nous attribuons à la variation de l'inclinaiſon. Mais il auroit fallu que cette tache eût occupé les deux tiers au moins du diſque du Satellite, & pendant la durée de l'éclipſe elle eût fait une demi-révolution exacte, afin que la partie éclairée ſe trouvât à la ſortie du Satellite de l'ombre à l'endroit oppoſé où elle étoit à ſon entrée, ce qui eſt difficile à ſuppoſer.

Je m'attacherai donc uniquement à l'examen des autres hypotheſes. Or à cet effet je vais rapporter les obſervations néceſſaires, au ſujet deſquelles il eſt bon de remarquer qu'elles ont été faites avec des Lunettes de 15 à 16 pieds de longueur.

L'année 1691, le 17 Décembre, on obſerva l'immerſion du 3.me Satellite dans l'ombre de Jupiter à $6^h\ 5'\ 1''$, & l'émerſion de l'ombre à $8^h\ 11'\ 41''$, d'où on conclut la durée de l'éclipſe de $2^h\ 6'\ 40''$, Jupiter étant à $14^\circ\ 57'$ du Taureau, éloigné de 27 minutes ſeulement des limites. La durée de l'éclipſe ſuivante, c'eſt-à-dire, du 24 Décembre de la même année, a été de $2^h\ 7'\ 43''$, car on obſerva l'entrée du Satellite dans l'ombre à $10^h\ 1'\ 1''$, & ſa ſortie à $12^h\ 8'\ 44''$, Jupiter étoit à $15^\circ\ 36'$ du Taureau, éloigné des limites d'un degré 6 minutes.

Il ſemble que la durée des éclipſes de l'année 1703 (obſervée proche des limites) a été peu différente de celle de l'année 1691, ſi on s'en rapporte à l'obſervation du 10 Octobre, où on a obſervé la plus courte durée des éclipſes de cette année de $2^h\ 6'\ 24''$, moindre de $16''$ ſeulement que celle qu'on a obſervée en 1691, le Satellite étant entré dans l'ombre à $10^h\ 10'\ 10''$, & en étant ſorti à $12^h\ 16'\ 34''$; le lieu de Jupiter étoit à $13^\circ\ 27'$

du Taureau, éloigné des limites de 1° 3′. Mais je crains qu'il ne ſe ſoit gliſſé quelque erreur dans cette obſervation. Car ſuppoſé que les nœuds ſoient vers le 14 du Verſeau & du Lion, & que la plus courte durée des éclipſes de cette année ait été telle qu'on l'a trouvée par cette obſervation, comme on eſt en droit de le ſuppoſer, puiſqu'à cette diſtance des limites, la durée des éclipſes ne diminue plus ſenſiblement; je ne ſçais pas comment on pourra répréſenter deux obſervations de l'année 1704, une du 4 Janvier, & l'autre du 9 Février. Dans la premiére, Jupiter étoit à 21° 11′ du Taureau, éloigné par conſéquent des limites de 6° 41′, on obſerva l'immerſion du 3me Satellite dans l'ombre de Jupiter à 10h 4′ 7″, & l'émerſion à 12h 10′ 49″, & par conſéquent la durée de l'éclipſe n'a été que de 2h 6′ 42″, au lieu que par les ſuppoſitions ci-deſſus elle auroit du être de 2h 7′ 30″ environ. Dans l'obſervation du 9 Février, Jupiter étoit à 24° 24′ du Taureau, éloigné des limites de 9° 54′ le Satellite entra dans l'ombre à 6h 1′ 36″, & il ſortit à 8h 8′ 48″; donc la durée n'a été que de 2h 7′ 12″, au lieu que ſuivant les mêmes principes elle auroit dû être de 2h 9′ 40″. On ne peut pas douter de l'exactitude de ces obſervations, dans leſquelles on trouve la durée des éclipſes moindre qu'elle n'auroit dû être ſuivant les principes connus; car tous les accidents qui peuvent rendre les obſervations défectueuſes augmentent ordinairement la durée des éclipſes. Mais quoi qu'il en ſoit de ces obſervations, il eſt certain que la diminution de la durée des éclipſes du 3me Satellite proche des limites, n'a pas été auſſi ſenſible depuis l'année 1691 juſqu'en 1703, & même juſqu'en 1715, qu'elle l'a été depuis 1715 juſqu'en 1727. Car en 1715 la moindre durée a été de 1h 59′ 18″ le 15 Septembre qu'on obſerva à Paris l'immerſion du Satellite dans l'ombre à 2h 8′ 4″ du matin, & l'émerſion à 4h 7′ 22″, Jupiter étant à 15° 50′ du Taureau, éloigné des limites de 1° 20′. Le P. Feuillée l'avoit trouvée le 7 du même mois de 2h 1′ 41″ ayant obſervé à Marſeille l'entrée du Satellite dans l'ombre à 10h 15′ 24″, & ſa ſortie à 12h 17′ 5″, Jupiter

étant à 15° 12′ du Taureau. Cette obſervation prouveroit que Jupiter n'étoit point encore arrivé aux limites des Satellites au temps de cette obſervation, puiſque la durée des éclipſes du Satellite eſt encore diminuée après cette obſervation, & par conſéquent les nœuds ſeroient plus avancés que nous ne le ſuppoſons, ce qui s'accorderoit à notre derniére détermination.

En 1727 on a trouvé la moindre durée des éclipſes du 3me Satellite de 1h 49′ 56″ par une obſervation faite à Paris le 13 d'Août, où on obſerva l'immerſion du Satellite dans l'ombre à 2h 3′ 21″ du matin, & l'émerſion à 3h 53′ 17″; le lieu de Jupiter étoit à 17° 34′ du Taureau, éloigné cependant des limites de 3° 4′; donc la diminution de la durée des éclipſes du 3me Satellite proche des limites a été de 9′ 22″ au moins depuis l'année 1715 juſqu'à l'année 1727; au lieu qu'elle n'avoit été que de 7′ 22″ depuis l'année 1691 juſqu'à l'année 1715, ce qui fait en tout 16′ 44″ depuis l'année 1691 juſqu'à l'année 1727. Cette grande diminution de la durée des éclipſes proche des limites de l'année 1727, eſt confirmée par deux obſervations, que nous ne manquerons pas de rapporter, quoiqu'un peu éloignées des limites, & que la premiére ait été faite avec une lunette de 10 pieds environ, qui doit avoir augmenté la durée de l'éclipſe. Cette obſervation a été faite par M. Manfredi à Boulogne, où il obſerva le 17 de Septembre de la même année l'entrée du Satellite dans l'ombre de Jupiter à 10h 48′ 19″, & la ſortie à 12h 40′ 30″; d'où on conclut la durée de 1h 52′ 11″: Jupiter étoit à 20° 49′ du Taureau, éloigné des limites de 6° 19′. Enfin, la derniére obſervation a été faite à Pekin par les PP. Jéſuites le 23 d'Octobre, & on a trouvé la durée de l'éclipſe de 1h 56′ 55″; car on obſerva l'entrée du Satellite dans l'ombre à 1d 57′ 15″ du matin, & ſa ſortie à 3h 54′ 10″, Jupiter étoit à 24° 2′ du Taureau, éloigné des limites de 9° 32′.

La variation de la durée des éclipſes du 3me Satellite proche des limites, ou plûtôt la diminution continuelle de cette

durée depuis 1691 juſqu'en 1727 eſt donc bien prouvée. Il ne s'agit plus que d'examiner quelle en peut être la cauſe la plus vrai-ſemblable, & ſi nous avons eu raiſon de l'attribuer au changement de l'inclinaiſon. Il ſuffit de jetter les yeux ſur les obſervations que nous avons rapportées, pour ſe convaincre que le mouvement des nœuds ne peut pas répréſenter les variations que nous avons remarquées à la durée des éclipſes du 3me Satellite. Car ſuppoſons que les nœuds ayent eu un mouvement de 3 degrés depuis l'année 1691 juſqu'à l'année 1727, la différence de la durée des éclipſes obſervées aux limites ne devroit pas être de 10 ſecondes de temps, au lieu que nous l'avons trouvée de 16° 44″, & d'ailleurs on devroit remarquer les mêmes variations à peu-près proche des nœuds que proche des limites, ce qui eſt contraire aux obſervations. Car non-ſeulement on n'a pas obſervé proche des nœuds une telle diminution à la durée des éclipſes du 3.me Satellite, mais il paroît qu'elle a été aſſés conforme à la Table de feu M. Caſſini. Je dis aſſés conforme, parce que la plus grande différence qu'on a trouvée entre la durée des éclipſes du 3me Satellite proche des nœuds, & celle qu'on tire de la table, n'a été que d'une minute 20 ſecondes, & cela par une obſervation de l'année 1712 du 27 Septembre, qu'on obſerva l'entrée du Satellite dans l'ombre à 6h 23′ 11″, & la ſortie à 9h 55′ 32″, dont on conclut la durée de 3h 32′ 21″, Jupiter étant à 7° 48′ du Verſeau, éloigné du nœud aſcendant de 6° 42′; à cette diſtance, on trouve par les tables la durée de 3h 33′ 40″: ainſi il eſt évident que le mouvement des nœuds ne ſuffit pas pour repréſenter la variation de la durée des éclipſes du 3me Satellite. Mais ceux qui ſe donneront la peine de calculer les obſervations, que nous avons rapportées ci-deſſus, trouveront la même difficulté de l'expliquer par l'hypotheſe de l'excentricité. Car s'il reſte entre les obſervations des conjonctions de ce Satellite & le calcul corrigé par la premiére équation de Jupiter, quelque différence ou inégalité qu'on pourroit attribuer à une excentricité de Satellite à l'égard du centre de Jupiter, cette inégalité a été preſque la même au temps de

toutes ces obſervations ; ce qui prouveroit que le Satellite s'eſt trouvé à égale diſtance du centre de Jupiter. On peut donc conclure que la cauſe principale de la diminution de la durée des éclipſes du 3.me Satellite, a été la variation de l'inclinaiſon de ſon orbe ſur celui de Jupiter.

Il ſeroit à ſouhaiter que nous euſſions quelques obſervations des éclipſes du 3.me Satellite auſſi proche des nœuds que nous en avons proche des limites, elles nous feroient connoître le demi-diametre de l'ombre de Jupiter dans l'orbe de ce Satellite, dont nous avons beſoin pour calculer ſon inclinaiſon. Nous avons lieu de croire ce demi-diametre plus petit qu'il n'eſt dans la Table de feu M. Caſſini. On en a pû voir la raiſon par ce que nous avons dit ci-deſſus touchant la différence que nous avons trouvée en 1712 entre la durée d'une éclipſe obſervée proche des nœuds, & celle qu'on a trouvée par cette Table. Une pareille différence trouvée en 1695, nous confirme dans la même penſée ; car le 11 d'Avril de cette année on obſerva l'immerſion du 3.me Sitellite dans l'ombre de Jupiter à $8^h\ 32'\ 42''$, & l'émerſion à $12^h\ 3'\ 13''$, d'où on conclut la durée de cette éclipſe de $3^h\ 30'\ 31''$, Jupiter étant à $26°\ 21'$ du Lion, éloigné du nœud deſcendant de $11°\ 51'$, mais à cette diſtance on trouve la durée de l'éclipſe de $3^h\ 31'\ 44''$; donc la différence eſt de $1'\ 13''$, moindre de 7 ſecondes que la différence trouvée en 1712. Il eſt vrai qu'une partie de ces différences doit être attribuée à l'inclinaiſon que nous avons trouvée différente de celle que M. Caſſini a employée dans ſes Tables, parce que ces obſervations ſont un peu éloignées des nœuds. Mais comme on ne pourroit pas encore par ce moyen repréſenter toute la différence, & que nous ne connoiſſons juſqu'à préſent aucune autre cauſe qui ait pû diminuer la durée des éclipſes du 3.me Satellite proche des nœuds, nous ſommes portés à croire que le demi-diametre de l'ombre de Jupiter dans l'orbe du 2.d Satellite déterminé par feu M. Caſſini, eſt trop grand, & qu'il faut le diminuer, ce que nous avons fait, ayant pris un milieu entre le demi-diametre qui réſulte des

obſervations rapportées ci-deſſus, & celui qui a été déterminé par M. Caſſini, & nous l'avons conclu de $1^h\,47'$, ou de $3^\circ\,44'$ en parties de l'orbe du 3.d Satellite, que nous avons ſuppoſé conſtant, & avec lequel nous avons calculé l'inclinaiſon de ce Satellite pour l'année 1691 de $3^\circ\,0'\,30''$, pour l'année 1715 de $3^\circ\,5'\,25''$, & pour l'année 1727 de $3^\circ\,12'\,5''$, d'où on voit qu'elle a toûjours augmenté depuis l'année 1691.

Nous avons conſtruit pour notre uſage une Table de la durée des éclipſes du 3.me Satellite ſuivant cette derniére détermination de l'inclinaiſon de $3^\circ\,12'\,5''$, que nous aurions jointe à ce Mémoire, ſi nous l'euſſions crû utile, mais à quoi ſervira-t-elle, ſi l'inclinaiſon continue d'augmenter? Comme l'inclinaiſon eſt un principal élément pour la détermination des éclipſes, nous ne négligerons aucun moyen pour nous en inſtruire.

OBSERVATION

OBSERVATION
DE L'ECLIPSE TOTALE DE LA LUNE
Du premier Décembre de cette année 1732.

Faite à l'Obſervatoire Royal de Paris.

Par M. CASSINI.

LE Ciel qui avoit été couvert pendant preſque tout le mois de Novembre, s'étant éclairci le matin du premier Décembre, nous avons eu un temps favorable pour l'obſervation de cette Eclipſe, que nous avons faite avec une Lunette de 8 pieds au foyer de laquelle étoit un Micrometre avec des réticules pour méſurer les doigts éclipſés de la Lune.

A 8^h $11'$ $22''$ Commencement de l'Eclipſe certain.
12 42 Grimaldi eſt entré.
14 2 La Lune eſt éclipſée d'un doigt.
19 2 Deux doigts.
20 37 Capuanus eſt dans l'ombre.
22 12 L'ombre à Ariſtarque.
22 47 Ariſtarque eſt dans l'ombre.
23 58 Trois doigts.
27 8 L'ombre à Copernic.
28 52 Quatre doigts.
29 32 Copernic eſt dans l'ombre.
30 51 L'ombre à Tycho.
31 16 L'ombre à Héraclides.
32 36 Tycho eſt entré.
33 51 Cinq doigts.
35 41 L'ombre à Hélicon.
38 51 Six doigts.
42 41 L'ombre à Manilius.

A	8h	44′	1″ Sept doigts.
		49	1 Huit doigts.
		50	31 Pline eſt dans l'ombre.
		53	11 L'ombre au Promontoire aigu.
		54	3 Neuf doigts.
		58	54 Dix doigts.
	9	0	16 L'ombre à Hermes.
		1	0 L'ombre à Proclus.
		4	4 Onze doigts.
		6	0 La Mer des criſes eſt toute dans l'ombre.
	9	8	50 Immerſion totale de la Lune dans l'ombre.

La portion du diſque de la Lune où s'eſt faite l'immerſion totale de la Lune, paroiſſoit claire à la vue ſimple, de même que par la Lunette, & cette lumiére alloit en diminuant juſqu'à la partie du diſque oppoſée qui paroiſſoit d'un rouge-brun, de maniére qu'on voyoit le diſque entier de la Lune avec diverſes nuances de lumiére.

Cette lumiére a changé de place à meſure que la Lune s'eſt plongée dans l'ombre, & elle a reparu vers l'autre bord avant l'émerſion, de la même maniére qu'on l'avoit vue après l'immerſion.

A	10h	48′	27″ Commencement de l'émerſion.
		50	17 Grimaldi eſt ſorti de l'ombre.
		52	27 Galilée eſt ſorti.
		53	30 Un doigt.
		56	12 Ariſtarque eſt ſorti.
		58	7 Deux doigts.
	11	0	2 Copernic eſt ſorti.
		3	0 Trois doigts.
		8	15 Quatre doigts.
		9	47 Tycho eſt entierement ſorti.
		13	47 Cinq doigts.
		17	52 Six doigts.
		21	26 Manilius eſt ſorti.

A 11h 22′ 38″ Sept doigts.
23 46 Menelaus fort.
24 26 Menelaus eſt forti.
27 29 Pline fort, l'ombre eſt mal terminée.
28 46 Huit doigts.
33 26 Neuf doigts.
37 46 Dix doigts.
42 38 Onze doigts.
43 39 La Mer des Criſes eſt entierement ſortie de l'ombre.
46 25 Fin douteuſe.
46 53 Fin certaine.

Suivant ces obſervations, la durée de l'Eclipſe a été de 3h 35′ 37″, & celle de l'immerſion totale de 1d 39′ 37″. La Lune a employé 57′ 22″ à entrer dans l'ombre, & 58′ 28″ à en ſortir, avec une différence de près d'une minute, ce qui peut provenir de ce que le commencement de l'Eclipſe a été déterminé un peu trop tard, comme il paroît par les autres phaſes de l'Eclipſe, ſuivant leſquelles le commencement de l'Eclipſe a dû arriver à 8h 10′ & quelques ſecondes.

Nous obſervâmes enſuite la Lune à ſon paſſage par le Méridien avec le Quart-de-cercle de ſix pieds, que l'on a placé depuis peu dans le Cabinet de la tour inférieure orientale, & nous déterminâmes par le Micrometre qui eſt appliqué à la lunette de ce Quart-de-cercle le diametre vertical apparent de la Lune de 0d 33′ 7″ plus grand de 37 ſecondes, que celui du Soleil; que l'on obſerva le lendemain 2 Décembre, avec le même Micrometre de 0d 32′ 30″.

OBSERVATION

De l'Eclipſe totale de Lune du 1 Décembre 1732, faite à Paris.

Et Comparaiſon de cette Obſervation à celles qui ont été faites à MADRID, *à* SEVILLE *&* *à* CHANDERNAGOR *au Royaume de Bengale. D'où réſulte la Différence des Méridiens entre Paris & ces Villes.*

Par M. GODIN.

3 & 6 Dec. 1732. NOUS avons obſervé, M. Grandjean & moi, cette Eclipſe en deux maniéres : M. Grandjean a pris pendant la durée de l'Eclipſe pluſieurs hauteurs de la Lune dont on marquoit dans le même inſtant les Azimuths. Ces obſervations détermineront les principaux éléments du calcul de cette Eclipſe, ſuivant la méthode que j'ai donnée dans les Mémoires de l'Académie *. Pour moi j'ai appliqué à une Lunete de 7 pieds le Micrometre ** inventé par M. Grandjean, qui étant bien conſtruit, eſt fort commode pour ces ſortes d'obſervations, ſur-tout à cauſe du peu de temps qu'on employe à prendre différents angles. Nous avons auſſi marqué l'un & l'autre, le progrès de l'ombre à l'égard des taches, dont nous déterminâmes enſuite la ſituation ſur le diſque de la Lune.

* *An. 1731. p. 231. & ſuiv.*

** *On en trouve la Figure & la Deſcription dans le Recueil des Machines approuvées par l'Académie. Année 1723. n.° 377. tom. VI.*

Temps vrai.

A	8h	10′	57″ L'Eclipſe paroît commencer.
		12	27 L'ombre au milieu de Grimaldi.
		14	27 ——— à Galilée.
		17	26 L'Eclipſe eſt de 1 doigt 27′.
		20	57 ——— 2 8
		22	27 L'ombre à Ariſtarque.
		23	27 Tout Ariſtarque dans l'ombre.
		25	32 L'Eclipſe eſt de 3 1

à 8h 27′ 57″ L'Eclipſe eſt de 3doigts 46′
28 22 Copernic entre dans l'ombre.
29 22 Milieu de Copernic.
30 13 Tout Copernic dans l'ombre.
31 12 L'ombre à Eratoſthenes.
31 57 Tycho entre dans l'ombre.
32 52 L'ombre à Heraclides.
33 7 Tout Tycho dans l'ombre.
35 26 L'Eclipſe eſt de 4d 59′
36 44 Helicon entre dans l'ombre.
40 51 L'Eclipſe eſt de 6 13
44 11 Le centre de Platon au bord de l'ombre.
45 10 L'Eclipſe eſt de 7 4
46 55 L'ombre à Menelaus.
49 5 ——— à Pline.
L'Eclipſe eſt de 8 10
53 14 L'ombre au Cap aigu.
55 15 L'Eclipſe eſt de 9 15
59 39 L'ombre à Proclus.
9 1 30 ——— au bord de *Mare Criſium*.
2 44 L'Eclipſe eſt de 10 47
3 52 L'ombre à Meſſahala.
5 44 L'Eclipſe eſt de 11 15
6 9 Tout *Mare Criſium* dans l'ombre.
9 9 Immerſion totale de la Lune.

10 48 2 Emerſion de la Lune, incertaine.
48 37 Emerſion certaine.
50 12 Le milieu de Grimaldi ſort de l'ombre.
52 5 Galilée ſort.
53 17 L'Eclipſe eſt de 11 15
55 47 ——— 10 47
56 17 Ariſtarque ſort.
58 41 Kepler ſort.
11 2 16 L'Eclipſe eſt de 9 15

à 11h 5′ 46″ Helicon ſort.
6 16 Le milieu de Copernic ſort.
8 16 Tycho au bord de l'ombre.
9 51 Tycho tout entier hors de l'ombre.
L'Eclipſe eſt de 8d 10′
11 36 Le milieu de Platon ſort.
12 1 Tout Platon ſorti.
14 16 L'Eclipſe eſt de 7 4
16 55 ——— 6 13
20 41 Manilius ſort.
23 25 L'Eclipſe eſt de 4 59
23 50 Menelaus ſort.
25 0 Dionyſius ſort.
27 55 Pline ſort.
29 25 L'Eclipſe eſt de 3 46
32 14 ——— 3 1
36 49 ——— 2 8
38 14 Proclus ſort *douteux*.
39 24 *Mare Criſium* commence à ſortir.
40 30 L'Eclipſe eſt de 1 27
43 24 *Mare Criſium* toute hors de l'ombre.
11 46 39 Emerſion totale, ou Fin de l'Eclipſe.

Par les Phaſes ſemblables on trouve ainſi le milieu de l'Eclipſe :

Par le commencement & la fin .... 9h 58′ 48″
Par l'Immerſion & l'Emerſion 9 58 53
Par la Phaſe de 11d 15′ ——— 9 59 30 1/2
10 47 ——— 9 59 14 1/2
9 15 ——— 9 58 45 1/2
8 10 ——— 9 59 28
7 4 ——— 9 58 43
6 13 ——— 9 58 53
4 59 ——— 9 59 25 1/2
3 46 ——— 9 58 41

3d	1′	9h 58′	53″
2	8	9 58	53
1	27	9 58	58

Le milieu moyen eſt ..... 9 59 0 ½
Je l'avois calculé dans la Conn. des Temps 10 0 51
Différence entre le Calcul & l'Obſervation 1 50 ½

De ces obſervations on tire auſſi le temps que la Lune a employé à ſe plonger dans l'ombre de.... 0h 58′ 12″
La durée de l'Immerſion totale, ou la demeure dans l'ombre de..... 1 38 53
Le temps que la Lune a employé à ſortir de l'ombre 0 58 37
La durée totale de l'Eclipſe de 3 35 42

Remarques ſur cette Eclipſe.

On peut encore trouver le milieu de l'Eclipſe par l'immerſion des taches, qui ſont toûjours plus exactement obſervées que les émerſions, & en ſe ſervant de la phaſe de 6 doigts dans l'immerſion. Par exemple, j'ai trouvé que l'Eclipſe étoit de 4 doigts 59′ à 8h 35′ 26″, & de 6 doigts 13′ à 8h 40′ 51″. J'en ai conclu, en ſuppoſant le progrès le même, qu'elle étoit préciſément de 6 doigts à 8h 39′ 54″, & ayant obſervé l'ombre au bord de *Mare Criſium* à 9h 1′ 30″, la différence entre cette phaſe & celle de 6 doigts eſt de 21′ 36″; mais par l'obſervation correſpondante de *Mare Criſium*, faite à 11h 39′ 24″, on a le paſſage du bord précédent de cette tache par le centre de l'ombre, ou plûtôt par une droite qui eſt le lieu du milieu de l'Eclipſe, laquelle droite eſt menée du centre de l'ombre perpendiculaire à l'Orbite de la Lune. Ce paſſage ſe trouve à 10h 20′ 27″; ſi l'on en retranche 21′ 36″ qu'on a trouvées d'abord entre la phaſe de 6 doigts & le commencement de *Mare Criſium*, on aura le milieu de l'Eclipſe à 9h 58′ 51″. J'ai cherché par cette méthode, le milieu de cette Eclipſe, en employant l'immerſion de quelques-unes des

taches dont j'étois le plus aſſûré, & qui par elles-mêmes ſont plus aiſées à déterminer, & je l'ai trouvé:

Par Grimaldi	$9^h\ 58'\ 46''$
Par Galilée	$9\ 58\ 43$
Par Pline	$9\ 59\ 9$
Par Proclus	$9\ 59\ 11$
Par *Mare Criſium*	$9\ 58\ 51$

Le milieu entre ces cinq, eſt $9^h\ 58'\ 56''$; le même à $4''$ près, que celui qui a été trouvé ci-deſſus par les phaſes en doigts.

Dans cette Eclipſe, l'ombre m'a paru mieux terminée pendant l'immerſion que dans l'émerſion. Dans l'immerſion totale elle n'étoit pas bien tranchée, peut-être parce que ce bord du diſque de la Lune n'eſt pas ſi clair & ſi blanc que celui qui eſt vers *Grimaldi*. Le recouvrement de lumiére qui parut d'abord être douteux, fut cependant une des phaſes les plus aiſées à obſerver. Pendant quelque temps on apperçut le bord aſſés clair pour ſoupçonner l'émerſion; mais peu après, & tout d'un coup, il devint ſi blanc qu'il n'étoit pas poſſible d'héſiter.

Lorſque la Lune étoit entiérement plongée dans l'ombre, la partie du limbe, depuis ſon zénith juſqu'à 90° ou environ, vers la droite, paroiſſoit plus claire à la vue ſimple que tout le reſte du diſque, que l'on remarquoit aſſés bien. On appercevoit la même choſe par la lunete; ce qui alloit depuis *Platon*, juſques vers *Mare Criſium*, & formoit en cet endroit une eſpece de croiſſant tout-à-fait ſemblable à celui de la Lune lorſqu'on la voit près de l'horiſon au travers des vapeurs, quelques jours devant, ou après la conjonction. Ce croiſſant s'allongea du côté de *Grimaldi*, & deſcendit même plus bas; en ſorte qu'il ſembla former enſuite un anneau preſqu'entier. Mais en même-temps il diminua de largeur. J'obſervai ce progrès ſans lunete, & je fixai par-là à la vue ſimple le milieu de l'Eclipſe à $9^h\ 59'$, ou à $10^h\ 1'$; car j'héſitai pendant 2 minutes.

Ces apparences, qui s'accordent à la route que la Lune a

tenue

tenue dans l'ombre de la Terre, m'ont fait juger qu'avant l'invention des lunetes, il étoit poſſible aux Anciens de fixer aſſés bien le milieu d'une Eclipſe totale de Lune : & peut-être que cette méthode étoit beaucoup plus ſûre que par le commencement ou la fin ; car lorſque celle-ci a commencé, ceux qui l'ont obſervée, ont pû remarquer que la Lune paroiſſoit éclipſée de plus de 2 doigts à la vue ſimple ; ce que je n'ai point trouvé de même à la fin de l'Eclipſe, quoiqu'il ne me paroiſſe pas plus de raiſon pour l'une que pour l'autre phaſe.

Il paroît par toutes les obſervations, tant des phaſes en doigts que des taches, que le mouvement de la Lune a été plus accéleré dans l'immerſion que dans l'émerſion, ce qui s'accorde en général aux hypotheſes. Car la Lune étoit alors dans le 8.me ſigne d'Anomalie, & alloit du Perigée à l'Apogée : le mouvement de l'ombre au contraire s'acceleroit, le Soleil approchant de ſon Perigée ; d'où il ſuit que le mouvement horaire de la Lune au Soleil, étoit plus grand dans la premiére moitié de l'Eclipſe que dans la ſeconde ; le gros des obſervations donneroit environ 10″ de différence, dont le milieu vrai de l'Eclipſe ſeroit arrivé plûtôt que ce que nous avons déterminé, ſans égard à cette conſidération ; mais il n'eſt pas aiſé de s'en aſſûrer par les obſervations mêmes, qui doivent être pour cette recherche, plus exactes qu'on n'a droit d'eſperer dans une Eclipſe de Lune, où les cauſes phyſiques peuvent encore beaucoup influer. En tout cas, il eſt bon d'y faire attention dans les obſervations à venir, & en cela l'obſervation des taches ſervira autant que celle des doigts.

Pendant que la Lune étoit éclipſée, elle éclipſa auſſi diverſes Etoiles fixes de la conſtellation du Taureau, dont je n'ai trouvé aucune marquée dans les Catalogues, ni dans les Cartes des Etoiles fixes. J'en obſervai deux entr'autres, dont la premiére ſortit du bord de la Lune, vis-à-vis *Meſſahala* à 9^{h} 58′ à très-peu près, une minute avant le milieu de l'Eclipſe. Cette Etoile eſt entre τ & ι du Taureau, plus proche de τ que de ι, & un peu plus auſtrale que la ligne droite, qui

les joint ; elle eſt auſſi dans une droite tirée de l'Etoile γ, à la corne boreale marquée β. Le lieu de cette Etoile eſt à preſent en 10°, & près de 27′ des Gemeaux, avec une latitude d'environ 20′ ſeptentrionale. Une demi-heure après, ou plus exactement à 10^h 30′, j'obſervai l'immerſion d'une autre Etoile ſous le diſque de la Lune, à peu-près vis-à-vis d'Ariſtarque ; mais comme j'étois attentif alors à ce même bord, par où la Lune devoit ſortir de l'ombre, je me contentai de marquer l'heure de cette obſervation, ſans penſer à fixer la ſituation de cette Etoile, que je ne revis plus, lors même qu'elle devoit être ſortie. Mais par la comparaiſon du lieu de la Lune dans cet inſtant, je trouve qu'elle doit être en 11 degrés environ des Gemeaux, avec une latitude ſeptentrionale de quelques minutes, ce qui ſuffit toûjours pour la reconnoître, & pour en déterminer plus préciſément la ſituation.

J'ai eu la curioſité de comparer l'obſervation de cette Eclipſe avec ce qui réſulte du *Saros*, ou période Chaldaïque des Eclipſes lunaires que Pline nous a conſervée, & que M. Halley a renouvellée & limitée à 18 ans 10 ou 11 jours 7^h 43′ 45″, & j'ai trouvé qu'à compter du milieu de cette Eclipſe, en retrogradant pendant 2 périodes (parce qu'à n'en compter qu'une, il ſe trouve en 1714 une Eclipſe de Lune qui n'a pas été viſible en Europe) il venoit le milieu d'une Eclipſe de Lune au 9 Novembre 1696, à 6^h 31′ 30″ du matin, auquel temps il en eſt effectivement arrivée une qui n'a pas été viſible à Paris, mais dont le milieu y eſt arrivé, ſuivant deux obſervations faites à Tours, & à la Rochelle, qui s'accordent entr'elles à 10″ près, à 4^h 55′ 12″, c'eſt-à-dire, 1^h 36′ 18″ plûtôt que la période Chaldaïque, limitée par M. Halley, ne demande. Ce qui donne 48′ 9″ pour le retardement d'une période, depuis 1714 juſqu'en 1732, en ſuppoſant les obſervations de Tours & de la Rochelle bien faites, & ſans avoir égard à l'équation de la période que M. Halley a annoncée, mais que je ne trouve donnée nulle part.

Regiſtr. de l'Acad. 1696. M. de la Hire, Obſ. M.S.

Observation de cette Eclipse, faite à Madrid.

M. le Duc de Solferino m'a communiqué l'observation qu'il en a faite à Madrid, dont voici le résultat comparé à la mienne. 12 Décembre 1733.

Copernic entre dans l'ombre à Paris. . . .	8h	28′	22″
à Madrid. . .	8	3	53
Différence.		24	29
Tout Copernic dans l'ombre à Paris. . . .	8	30	13
à Madrid. . .	8	6	9
Différence.		24	4
Commencement de *Mare Crisium* à Paris. . .	9	1	30
à Madrid. .	8	37	15
Différence.		24	15
Tout *Mare Crisium* dans l'ombre à Paris. . .	9	6	9
à Madrid. .	8	41	49
Différence.		24	20
Immersion totale à Paris	9	9	9
à Madrid	8	44	53
Différence.		24	16
Emersion à Paris.	10	48	37
à Madrid.	10	24	38
Différence.		23	59
Aristarque sort de l'ombre à Paris.	10	56	17
à Madrid. . . .	10	31	50
Différence.		24	27
Milieu de Copernic à Paris.	11	6	16
à Madrid.	10	41	43
Différence.		24	33

Tout *Mare Criſium* à Paris.	11h	43′	24″
à Madrid.	11	18	54
Différence.		24	30
Fin de l'Eclipſe à Paris	11	46	39
à Madrid.	11	22	17
Différence.		24	22

Ces dix obſervations correſpondantes comparées enſemble, donnent pour différence en longitude entre Paris & Madrid, 24′ 20″ de temps : la plûpart s'accordent d'elles-mêmes à donner cette quantité. C'eſt donc en parties de cercle 6° 5′, dont Madrid eſt plus occidental que Paris, au lieu des obſervations, & 6° 4′ 30″ plus occidental que l'Obſervatoire Royal.

Parmi les obſervations des Satellites de Jupiter, faites à Madrid, & dont j'ai obſervé les correſpondantes à Paris, j'en trouve deux du premier, le 15 Mai & le 7 Juin 1733, les différences qui en réſultent, ſont reſpectivement 24′ 7″, & 24′ 40″, ce qui donne pour différence moyenne 24′ 23″ à très-peu près comme par l'Eclipſe de Lune.

La poſition de Madrid en longitude avoit varié juſqu'à préſent, parmi les Aſtronomes & Géographes, entre 5° $\frac{1}{2}$, & 7° $\frac{1}{2}$, excepté M. de la Hire qui ne differe que de 20″ d'heure, de ce qui réſulte des obſervations que j'ai rapportées. L'Auteur qui l'avoit le mieux déterminée, eſt le P. Riccioli qui la donne de 6° 10′ dans ſa Géographie réformée.

Obſervation faite à Seville.

M. le Duc de Solferino a fait obſerver la même Eclipſe à Seville où il veut auſſi faire obſerver les Satellites de Jupiter. Les obſervations de Seville ne s'accordent pas ſi bien entre elles & avec les nôtres; l'erreur va à une minute de plus ou de moins dans la différence. Mais ayant égard aux circonſtances, & prenant un milieu, on peut fixer la différence en longitude entre Paris & Seville, à 34′ d'heure, ou 8° 30′,

dont Seville eſt plus occidental que Paris, ou 8° 29′ $\frac{1}{2}$ plus que l'Obſervatoire, ce qui s'accorde fort bien à ce que M. Harris en a donné par obſervation.

Obſervation faite à Chandernagor.

Entre pluſieurs obſervations aſtronomiques faites à Chandernagor ſur le Gange, au Royaume de Bengale, leſquelles j'ai eu occaſion de voir, il y a celle de la même Eclipſe de Lune, qui paroît faite avec une grande exactitude. J'y trouve vingt-ſix obſervations dont j'ai fait ici les correſpondantes: elles s'accordent toutes entre elles autant qu'il eſt poſſible. Il y en a vingt-quatre qui donnent la même différence en longitude, à moins d'une demi-minute près, je n'en rapporterai ici que quatre des principales Phaſes.

Commencement de l'Eclipſe à Chandernagor	13 h	55′	5″
à Paris.	8	10	57
Différence	5	44	8
Immerſion totale à Chandernagor	14	53	15
à Paris	9	9	9
Différence	5	44	6
Recouvrement de lumiére à Chandernagor.	16	33	0
à Paris.	10	48	37
Différence	5	44	23
Fin de l'Eclipſe à Chandernagor.	17	31	10
à Paris.	11	46	39
Différence	5	44	31

De ces correſpondantes & des autres que je ne rapporte pas, j'ai conclu la véritable différence de 5 h 44′ 7″ dont Chandernagor eſt plus oriental que Paris, ce qui eſt préciſément le réſultat du milieu conclu de part & d'autre, ou 5 h 44′ 37″ à l'égard de l'Obſervatoire. M. de la Hire donne

cette différence de $5^h\ 43'$. Chandernagor ſera donc, ſelon mon calcul, à 86° 9′ 15″ à l'Orient de Paris; & ſa latitude étant, par les Tables de M. de la Hire, & par les mêmes obſervations que j'ai vûës, de 22° 54′, on trouvera qu'il tombe preſque ſur un autre lieu du Royaume de Bengale, nommé *Ougly* dans la Carte d'Aſie de M. Deliſle, publiée en 1723, dans laquelle j'ai été ſurpris de ne point trouver cette poſition.

OBSERVATIONS METEOROLOGIQUES FAITES PENDANT L'ANNE'E M. DCCXXXII.

Par M. MARALDI.

7 Janvier 1733. ON a vû pluſieurs fois la Lumiére Boréale pendant l'année 1732, je l'ai obſervée le 1.er jour de Mars, le 22 d'Août, le 19 & le 20 de Septembre, le 5, le 15, le 22 & le 23 d'Octobre. Celle du 22 d'Août a été la plus remarquable, elle parut à $8^h\ \frac{1}{2}$ du ſoir, du côté du Midi, en forme d'un arc de cercle ou zone qui ſortoit à l'Orient d'un amas de nuages, & s'étendoit juſqu'à l'Occident, elle paſſoit par le col du Cigne, par les Etoiles méridionales de la Lire, à la diſtance de 15° du Zénith, & raſoit la partie méridionale de la Couronne; elle étoit plus étroite à l'Orient où elle n'avoit qu'environ 2 degrés de largeur, & s'élargiſſoit en allant vers l'Occident, où elle en avoit 5 à 6, & paroiſſoit ſe diviſer en deux parties. Elle a pris quelquefois la forme de la queuë d'une Comete, dont la tête ſeroit cachée. A $9^h\ \frac{1}{4}$, il ne reſtoit que quelque lueur du côté de l'Orient, & on voyoit vers le Nord, une Aurore Boréale entre les nuages. A $9^h\ \frac{1}{2}$, cette lumiére parut de nouveau, elle étoit terminée en pointe du côté de l'Orient, 5 à 6 degrés au deſſus d'Algenib qui étoit placé au milieu de cette lumiére, elle traverſoit du côté du Midi la voye de lait, & paſſoit par les Etoiles

de la Flêche. Elle étoit foible vers l'Occident, & à $9^h \frac{3}{4}$ elle diſparut entiérement.

Je crois que la Lumiére qui parut le 5 d'Octobre, auroit été très-éclatante, ſi la clarté de la Lune qui étoit ſur l'horiſon, & avoit été pleine le jour auparavant, ne l'avoit effacée, car à 7^h elle étoit très-bien terminée par un Arc de lumiére qui s'élevoit juſqu'aux Etoiles du quarré de la grande Ourſe, & qui jettoit quelques rayons de lumiére.

Obſervations ſur la quantité de Pluye.

	pouc.	lign.		pouc.	lign.
En Janvier.....	0	$6\frac{1}{6}$	En Juillet.....	0	$10\frac{1}{2}$
Février.....	0	$6\frac{5}{6}$	Août.....	0	$8\frac{2}{6}$
Mars.....	0	$9\frac{1}{2}$	Septembre...	2	$6\frac{1}{2}$
Avril.....	1	$3\frac{1}{2}$	Octobre.....	2	$6\frac{1}{2}$
Mai.....	2	$9\frac{1}{6}$	Novembre...	0	$8\frac{1}{2}$
Juin.....	2	5	Décembre....	0	$7\frac{1}{6}$
	8	$4\frac{1}{6}$		5	5

La quantité de la Pluye tombée en 1732 eſt donc de 13 pouces 9 lignes $\frac{1}{6}$, qui eſt moindre que celle qui tombe dans une année commune déterminée à 17 pouces $\frac{1}{2}$. La Pluye tombée dans les ſix premiers mois de l'année a été de 8 pouces 4 lignes $\frac{1}{6}$ plus abondante que celle qui eſt tombée dans les ſix derniers, qui n'a été que de 5 pouces 5 lignes.

Obſervations ſur le Thermometre.

Le plus grand froid de l'année 1732 eſt arrivé vers la fin du mois de Janvier. Le 26 de ce mois, la liqueur de l'ancien Thermometre eſt deſcendue à 19 degrés $\frac{3}{4}$, celle du Thermometre de M. de Reaumur a été à 6 degrés au deſſous de la congelation artificielle de l'eau, & le 27 du même mois la liqueur du premier Thermometre étoit montée à 21 degrés $\frac{1}{2}$; celle du ſecond n'étoit plus qu'à 5 degrés au deſſous de la congelation de l'eau.

On a remarqué la plus grande chaleur par les mêmes Thermometres, le 30 de Juillet & le 2 d'Août; on a obſervé dans ces deux jours, la liqueur de l'ancien Thermometre à 66 degrés le matin au lever du Soleil, & à 74 degrés trois heures après midi. La liqueur de celui de M. de Reaumur a été à 19 degrés $\frac{1}{2}$ le matin, & à 24 $\frac{1}{2}$ le ſoir.

Sur le Barometre.

Le Barometre a marqué la plus grande élévation du Mercure à 28 pouces 5 lignes le 3, le 4, le 5, le 6 & le 7 de Décembre par les grands brouillards qu'il a fait durant une grande partie de ce mois, & il a marqué la moindre élévation à 27 pouces 6 lignes le 10, le 11 & le 12 d'Avril par un temps couvert & un vent de Sud-oueſt: il a été pluſieurs fois à 27 pouces 7 lignes le mois de Mars.

Sur la Déclinaiſon de l'Aimant.

Le 5 de Septembre 1732 nous avons obſervé avec une Aiguille de 4 pouces la déclinaiſon de l'Aimant de 15 degrés 15 minutes au Nord-oueſt.

REPONSE

* RE'PONSE

Aux Remarques qui ont été faites dans le Journal Hiſtorique de la République des Lettres ſur le Traité DE LA GRANDEUR ET DE LA FIGURE DE LA TERRE.

Par M. CASSINI.

DANS le Journal Hiſtorique de la République des Lettres, des mois de Janvier & Février de l'année 1733, l'on a donné l'extrait de pluſieurs Lettres imprimées de M. le Marquis Poleni, entre leſquelles il s'en trouve une *(page 105 & ſuivantes)* ſur la *fameuſe Queſtion de la Figure de la Terre*, dans laquelle l'Auteur de ce Journal a joint quelques Remarques critiques ſur le Traité de la grandeur & de la figure de la Terre, qui tendent non-ſeulement à jetter quelques doutes ſur la préciſion des obſervations qui ont été employées dans cet Ouvrage, mais même à y faire remarquer des prétenduës abſurdités; d'où il conclut qu'en général, on voit ſi peu d'accord entre les degrés céleſtes & les meſures terreſtres, dans la plûpart des obſervations que M.rs de l'Académie ont faites en divers lieux du Royaume, que l'on eſt forcé de convenir que l'on ne ſçauroit faire aſſés de fonds ſur les calculs qu'on en déduit, pour décider cette queſtion; ſçavoir, ſi les degrés du Midi ſont plus grands que ceux du Nord, ou bien ſi tous les degrés ſont égaux.

Avant que d'entrer en matiére pour répondre aux objections de l'Auteur de ce Journal, j'ai crû devoir avertir le Public, que quoique l'Académie Royale des Sciences ait bien voulu que l'Ouvrage dont il eſt queſtion, ait été mis à la ſuite

* On a crû ne devoir pas attendre à faire paroître cette Réponſe juſqu'à ce qu'on imprimât les Mémoires de l'année dans laquelle elle a été lûë.

de ſes Memoires de 1718 ; elle n'a point adopté le ſentiment ſur la figure de la Terre qui en réſulte ; elle a ſeulement approuvé le projet de cet Ouvrage qui lui a été communiqué, de même que la Méthode que l'on a pratiquée pour parvenir aux connoiſſances que l'on en a déduites ; & s'il y a quelques erreurs, tant dans les calculs, que dans le réſultat des obſervations que l'on a faites ; elles ne doivent être imputées qu'à ceux qui ont travaillé à ces obſervations, & ont rédigé ce Traité dans l'état où il a été donné au Public.

Cet ouvrage fut propoſé par mon Pere, & prolongé en 1684 juſqu'au delà de Bourges vers le Midi, pendant que M. de la Hire y travailloit du côté du Nord. Je l'ai continué avec mon Pere & M. Maraldi, depuis Bourges juſqu'à Collioure en 1700 & 1701, & après l'avoir achevé entierement en 1718 avec M.rs de la Hire le fils & Maraldi, en le prolongeant juſqu'à l'extrémité ſeptentrionale du Royaume, j'en ai donné le réſultat au Public ; ainſi c'eſt à moi à en prendre la défenſe.

Il paroît d'abord dans l'Extrait du Journal de la République des Lettres, que l'on a voulu jetter quelques doutes ſur la préciſion des Obſervations qui ont été employées pour déterminer l'arc du Méridien, intercepté entre les paralleles de Dunkerque & de Collioure.

Après avoir remarqué dans ce Journal qu'il ne faut *qu'un tiers de minute d'erreur dans les Obſervations faites à Collioure & à Dunkerque pour emporter toute la différence que l'on a trouvée entre les degrés conſecutifs de latitude ;* on ajoûte, *que l'on trouve même entre les Obſervations de M.rs de l'Académie, une Obſervation de la hauteur du Pole de Collioure, qui fait cette ville de 13 ſecondes plus méridionale que l'obſervation dont ils ſe ſont ſervi, ce qui rend les degrés du Midi plus petits ; & ſi l'on compare les Obſervations faites pour déterminer la hauteur du Pole de Dunkerque, on en trouvera un grand nombre, qui font cette hauteur moindre que M.rs de l'Académie ne l'ont ſuppoſée de cinq à ſix ſecondes pour le moins, ce qui fait préciſément ce tiers de minute ſur lequel eſt fondé le ſentiment de M.rs de l'Académie ;*

à quoi on peut adjoûter que les Obſervations de M. de la Hire font la hauteur du Pole de Dunkerque de 49 ſecondes moindre que M.rs de l'Académie ne l'ont ſuppoſée ; ce qui feroit que les degrés du Nord ſeroient plus grands que ceux du Midi.

Voilà une objection qui pourroit paroître ſpécieuſe à ceux qui ne ſe ſont point donné la peine de lire l'Ouvrage critiqué, ou qui n'ont pas une connoiſſance parfaite de la pratique de l'Aſtronomie. Ainſi, pour y répondre avec ſolidité, il eſt à propos de rendre compte au Public de la préciſion avec laquelle on peut faire les obſervations que l'on y a employées, des précautions que l'on doit apporter pour les rendre exactes, & du choix que l'on doit faire entre diverſes obſervations, ſur-tout lorſqu'on y employe des inſtruments de différentes ſtructures & grandeurs. Car faute de faire ce diſcernement, tout ſera confondu dans l'Aſtronomie, & il ſera libre à tout le monde de former des doutes ſur toutes les Obſervations Aſtronomiques qui demandent quelque préciſion, rejetter les bonnes, adopter les moins exactes lorſqu'elles ſe trouveroient plus conformes à nos hypotheſes, ce qui ſeroit un écueil très-dangéreux pour l'Aſtronomie, & contre lequel on ne ſçauroit trop ſe précautionner.

J'avouerai même que quelqu'intention que l'Auteur du Journal ait eu dans la Critique de cet Ouvrage, je ne ſçaurois lui en ſçavoir mauvais gré ; puiſqu'il me donne par-là occaſion de lever tous les doutes que l'on pourroit former ſur la préciſion d'un Ouvrage qui ſemble intéreſſer de plus en plus les Sçavans de l'Europe.

Nous commencerons par les obſervations faites pour déterminer les latitudes, dans leſquelles l'on employe pour l'ordinaire des Quarts-de-cercle, ou autres arcs de cercle, de plus ou moins de rayon, garnis de lunettes.

Dans le Voyage que nous fîmes en 1700 & 1701 pour prolonger la Méridienne de l'Obſervatoire de Paris juſqu'aux extrémités méridionales du Royaume, nous en fîmes porter trois dont la deſcription a été donnée dans l'Ouvrage en queſtion, dont deux avoient trois pieds de rayon, & le troiſiéme

étoit de dix pieds ; ce dernier étoit deſtiné ſeulement pour les obſervations des latitudes que l'on devoit faire aux extrémités de la Méridienne. Les deux premiers étoient d'une grandeur ſuffiſante pour les opérations géometriques, & pour déterminer les angles entre divers objets ſitués à l'horiſon. La néceſſité où l'on étoit de les placer ſouvent dans des Clochers & d'autres lieux fort étroits, ne permettoit pas d'y en faire tranſporter de plus grands. Ils étoient d'ailleurs d'une aſſés grande préciſion, parce que pour les employer dans ces ſortes d'obſervations, on commence d'abord à diriger la lunette mobile qui eſt portée ſur l'alidade, en la pointant au même objet qui eſt au centre de la lunette fixe ; faiſant en ſorte que toutes les deux s'accordent au commencement de la diviſion, ou bien tenant compte dans chaque angle de leur différence. Ainſi chaque obſervation porte ſa vérification ; & quand même les lunettes pourroient ſe déranger un peu de la direction où elles étoient, par le tranſport de l'inſtrument d'un lieu à l'autre, comme il arrive aſſés ſouvent, cela ne peut cauſer aucune erreur ſur la quantité de l'angle obſervé que l'on vérifie encore preſque toûjours, en obſervant les angles entre divers objets qui ſont tout autour de l'horiſon, & remarquant ſi la ſomme de ces angles eſt de 360 degrés, ou s'il y a quelque différence, pour en tenir compte ſur chaque angle à proportion de ſa grandeur.

Ces inſtruments placés dans une ſituation verticale avec un cheveu attaché au centre, & ſuſpendu par un plomb pour marquer les hauteurs ſur les diviſions du limbe, s'employent auſſi pour obſerver les latitudes, & ce ſont les mêmes ou d'à peu-près ſemblables dont M.rs de l'Académie ſe ſont ſervis dans les Obſervations qu'ils ont faites par ordre du Roy en divers endroits du Royaume. Mais il s'en faut bien que l'on puiſſe avoir par leur moyen, dans la quantité de l'angle obſervé, la même préciſion que dans les opérations géométriques, à moins que d'y apporter de très-grandes précautions. Car comme les lunettes ſont ſujettes à quelque variation par le tranſport d'un lieu à un autre, on ne peut compter ſur la

préciſion des obſervations que l'on a faites dans un lieu, qu'après avoir vérifié ces inſtruments dans ce même lieu, ce que l'on pratique pour l'ordinaire par le renverſement, en ſuſpendant le cheveu au commencement de la diviſion, & le faiſant tomber ſur le centre, pour voir ſi dans cet état la lunette ſe trouve dirigée au même objet, & tenir compte de la différence, lorſqu'il s'en trouve; ce qui eſt une opération longue & très-difficile à executer, que l'on ne peut même pratiquer que très-rarement, parce qu'il faut trouver un objet qui ſoit préciſément à l'horiſon pour s'y diriger, ayant ſoin que le centre de la lunette ſoit à la même hauteur, lorſque l'inſtrument eſt renverſé, que lorſqu'il eſt dans ſa ſituation ordinaire, afin d'avoir le même point de niveau, à moins que la diſtance ne ſoit aſſés grande pour que la différence de hauteur ne faſſe pas d'effet ſenſible ſur les degrés de la diviſion, ce qu'il eſt difficile de rencontrer dans une Ville, & même dans les campagnes. Auſſi M.rs de l'Académie n'ont-ils jamais prétendu que ces ſortes d'inſtruments puſſent donner la préciſion néceſſaire pour des obſervations auſſi délicates que celles que l'on employe pour la meſure des degrés.

Ce fut par ces motifs que M. Picard, dans ſa celebre Meſure de la Terre, jugea que pour obſerver avec exactitude l'arc du Méridien compris entre les paralleles de Malvoiſine, de Sourdon & d'Amiens, il étoit néceſſaire d'y employer un inſtrument de 10 pieds de rayon dont il donne la deſcription, & qui outre ſa grandeur qui en augmente beaucoup la préciſion, ſe vérifie d'une maniére beaucoup plus ſimple, & par l'obſervation même de l'Etoile dont on veut déterminer la diſtance au Zénith. Nous en avons uſé de même, tant à Collioure qu'à Dunkerque, où nous avons fait conſtruire des édifices de charpente pour ces ſortes d'obſervations, & pris toutes les précautions néceſſaires pour les faire avec toute l'exactitude requiſe.

Pour déterminer par leur moyen la diſtance des Etoiles au Zénith, on dirigeoit l'inſtrument d'abord vers le Midi ou vers le Nord, & on obſervoit le point de la diviſion que

marquoit le cheveu vertical, lorſque ces Etoiles étant placées au centre de la lunette, paſſoient exactement par le Méridien, ce que l'on répétoit pluſieurs fois juſqu'à ce que l'on eût pluſieurs obſervations qui donnaſſent la même hauteur. On plaçoit enſuite cet inſtrument dans une autre direction, telle que la partie du limbe qui étoit dirigée, par exemple, vers le Midi, le fût vers le Nord, & on obſervoit alors au paſſage de la même Etoile par le Méridien, le point de la diviſion que marquoit le cheveu vertical. La différence entre ces deux hauteurs étant partagée en deux, donnoit la diſtance apparente de cette Etoile au Zénith indépendamment d'aucune autre vérification. Ainſi par cette raiſon, ces obſervations étoient préférables à celles que l'on pouvoit faire par d'autres inſtruments, lorſqu'ils n'avoient point été vérifiés.

On obſervoit auſſi, par le moyen de ces grands inſtruments, les Etoiles près du Zénith où la refraction étoit fort petite, & par conſéquent peu ſujette à induire à erreur, au lieu que dans les obſervations faites avec les inſtruments dont on ſe ſert ordinairement, on y employe des hauteurs méridiennes du Soleil, ou des Etoiles fixes à des hauteurs moins grandes, dans leſquelles la refraction eſt plus ſenſible, peut être variable dans un même lieu ſuivant les différentes ſaiſons, & même différente en divers climats, comme on a quelque ſujet de le conjecturer.

On peut joindre à cela, que pour déterminer par les hauteurs méridiennes des Etoiles, celle du pole du lieu où l'on obſerve, il faut connoître exactement leur déclinaiſon de l'Equateur, dans laquelle tous les Aſtronomes ne s'accordent pas toûjours à quelques ſecondes près, & que dans celles des hauteurs méridiennes du Soleil, il faut, outre ſa déclinaiſon, avoir égard à ſa parallaxe, ſur laquelle les ſentiments ſont encore partagés.

Tant de raiſons de préférence en faveur des inſtruments de 10 pieds de rayon dont on s'eſt ſervi pour déterminer l'arc du Méridien compris entre Collioure & Dunkerque, peuvent-elles laiſſer quelque doute ſur la préciſion des obſervations

qui ont été faites par ce moyen ; & je laiſſe au public à uger, ſi ſans faire aucun diſcernement ſur le choix des inſtruments, ni ſur la méthode que l'on a employée pour ces ſortes d'obſervations, on peut y oppoſer, avec quelque fondement, celles qui ont été faites avec des inſtruments beaucoup plus petits, & ſujets aux diverſes ſources d'erreurs que l'on vient d'indiquer.

Ainſi ſur ce qu'il ſe trouve une différence de 13 ſecondes entre la hauteur du pole de Collioure que j'ai déterminée par un inſtrument de 10 pieds, & celle que l'on a trouvée par une hauteur méridienne du Soleil obſervée avec un quart de cercle de 3 pieds ; je réponds en peu de mots que cette derniére obſervation, quoique faite avec ſoin, n'a pas le caractere de préciſion requiſe pour être miſe en parallele avec celles qui ont été faites avec des inſtruments ſans comparaiſon plus grands, & par une méthode beaucoup moins ſujette à erreurs, & qu'ainſi j'aurois eu tort d'en faire cet uſage.

A l'égard des obſervations faites pour déterminer la hauteur du pole de Dunkerque, entre leſquelles l'Auteur du Journal avance dans ſes Remarques que l'on en trouvera un grand nombre qui font cette hauteur moindre que M.rs de l'Académie ne l'ont ſuppoſée, de 5 à 6 ſecondes pour le moins : je nie le fait, qu'il eſt aiſé de vérifier dans le Chapitre III de la ſeconde Partie qu'il cite, puiſque la différence entre l'arc du Méridien compris entre Paris & Dunkerque, que j'ai crû devoir préférer aux autres par de bonnes raiſons pour en conclure la grandeur des degrés n'y eſt marquée que de $2^{d}\ 12'\ 9''\ \frac{1}{2}$, au lieu que de cinq autres que j'ai rapportées, il n'y en a qu'une ſeule qui donne cette différence plus petite, & les quatre autres la font plus grande de pluſieurs ſecondes, ce qui, ſi on leur donnoit la préférence, rendroit la figure de la Terre encore plus allongée vers les poles que je ne l'ai conclue.

Il eſt vrai que les obſervations que j'ai faites l'année ſuivante paroiſſent donner cet arc moindre de quelques ſecondes, que la précédente ; mais cela n'empêche pas que ce qui réſulte de

la comparaiſon de la plus grande partie de ces obſervations, ne donne l'arc du Méridien intercepté entre Paris & Dunkerque, plus grand de quelques ſecondes que celui que j'ai déterminé.

Ainſi ſi j'avois pris un milieu entre les différentes déterminations qui réſultent de nos obſervations, comme les Aſtronomes en uſent ordinairement lorſqu'ils comparent des obſervations dont la préciſion eſt à peu-près égale; la figure de la Terre qui en auroit réſulté, auroit été encore plus favorable au ſentiment de ſon allongement vers les Poles: mais j'ai cru devoir préférer ce qui réſultoit de l'obſervation de l'Etoile γ de la tête du Dragon; parce que, comme je l'ai remarqué au même endroit, cette Etoile avoit été diſtinguée de jour à Dunkerque, ſans qu'il fût néceſſaire d'éclairer l'objectif, ce qui fait qu'on l'obſerve avec préciſion; & qu'à Paris on a déterminé la diſtance de cette étoile au Zénith par ſept obſervations qui s'accordoient parfaitement enſemble.

Pour ce qui eſt des 49 ſecondes, que ſuivant la Remarque de l'Auteur du Journal, les obſervations de M. de la Hire font la hauteur du Pole moindre que M.rs de l'Académie ne l'ont ſuppoſée; *ce qui feroit que les degrés du Nord ſeroient plus grands que ceux du Midi.* Je réponds, de même que je l'ai fait pour la hauteur du Pole de Collioure, que ces obſervations ont été faites avec des Quarts-de-cercle d'une grandeur ordinaire, ſans avoir marqué qu'ils ayent été vérifiés par le renverſement, ou par quelque autre maniére équivalente; & qu'ainſi elles ne ſont pas de la préciſion requiſe pour déterminer la grandeur des degrés, ni pour contrebalancer l'autorité de celles qui ont été faites avec nos plus grands inſtruments; & en effet, quoiqu'elles ne ſoient pas favorables au ſentiment de la Terre allongée vers les Poles, elles la donneroient ſi fort applatie, en les comparant avec celles de M. Picard, que M. Newton même ſe ſeroit bien donné de garde de les employer pour appuyer ſon ſentiment.

J'en ai uſé ainſi à l'égard de la hauteur de la Chevre, obſervée à Paris par M. de la Hire, dans le temps que nous faiſions à Collioure les obſervations de la même Etoile.

Elles

Elles avoient donné la différence entre les paralleles de ces deux villes, de $6^d\ 18'\ 0''$, plus petite de 57 ſecondes qu'on ne l'a trouvée enſuite par les grands inſtruments ; ce qui donnoit la grandeur du degré vers le Midi beaucoup plus grande que je ne l'ai déterminée, comme on peut voir dans les Mémoires de l'Académie de 1701, où mon Pere avoit employé cette obſervation pour déterminer la grandeur du degré. Mais quelque favorable qu'elle fût à mon hypotheſe, j'ai cru ne devoir pas l'employer par les raiſons que j'ai expoſées, & qui ne ſont que trop convainquantes pour ceux qui ne cherchent que la vérité.

Examinons préſentement ſi les objections que l'Auteur du Journal propoſe contre le Traité de la grandeur & de la figure de la Terre, & qu'il a déduites des meſures en longitude, ſont mieux fondées que les précédentes.

La premiére de ces objections, eſt tirée de la différence des Méridiens entre Paris & Montpellier, qui a été déterminée par une éclipſe du premier Satellite de Jupiter, obſervée en 1674, d'un degré 32 minutes & demie.

L'Auteur du Journal remarque que M.rs de l'Académie ont conclu par leurs Triangles, que la diſtance de Montpellier à la Méridienne de l'Obſervatoire, étoit de 63623 toiſes, au lieu que ſuppoſant avec eux le grand axe de la Terre de 6579368 toiſes, & le petit axe de 6510796, on trouve par le calcul, que l'arc du parallele compris entre cette ville & la Méridienne, devroit être de 63075 toiſes ſeulement ; il eſt donc, conclut cet Auteur, réellement de 550 toiſes plus grand qu'il ne le ſeroit ſi la ſuppoſition de M.rs de l'Académie étoit vraïe.

Voilà l'objection de l'Auteur du Journal miſe dans tout ſon jour, & je conviens de tous les faits qu'il avance ; mais cette objection ne peut former aucun doute ſur la certitude de nos opérations, que dans l'eſprit de ceux qui ignorent entiérement la pratique de l'Aſtronomie. Il eſt vrai qu'une erreur de 550 toiſes ſur un degré & demi ou environ de différence en longitude, paroît d'abord être conſidérable ;

mais la queſtion eſt de ſçavoir ſi elle eſt aſſés ſenſible dans la recherche où on l'employe, pour décider pour ou contre, c'eſt ce qu'il faut éclaircir.

On trouve par le calcul que le degré de longitude ſur le parallele de Montpellier, eſt de 39350 toiſes, ce qui donne pour chaque minute de degrés 656 toiſes; ainſi les 550 toiſes que l'on a trouvées de différence entre l'arc du parallele qui réſulte des opérations géométriques, & celui qu'on a trouvé par une obſervation des Satellites de Jupiter, en ſuppoſant les axes de la Terre tels que nous les avons déterminés, ne monte pas à une minute de degrés, qui ne fait que 4 ſecondes d'heure.

Voilà donc à quoi ſe réduit cette objection; ſçavoir ſi par les obſervations des Satellites de Jupiter, on peut arriver à une préciſion de 4 ſecondes d'heure ou non. Car en ſuppoſant qu'il y ait eu une erreur d'une pareille quantité dans la différence des Méridiens obſervée entre Paris & Montpellier, & qu'au lieu qu'elle a été déterminée de 6 minutes & 10 ſecondes d'heures, elle ait dû être réellement de $6' 14''$; en voilà plus qu'il ne faut pour trouver la valeur des degrés de longitude ſur le parallele de Montpellier, tels qu'ils réſultent de la figure de la Terre que j'ai établie. Auſſi n'ai-je eu garde de me prévaloir de l'obſervation de M. Picard, faite à Cette, par laquelle la différence entre le Méridien de Paris & celui de Cette a été déterminée de $5' 30''$ en temps, plus grande de 5 ſecondes & demie, ou d'une minute 22 ſecondes de degrés que celle qui réſultoit des Triangles de la Méridienne, dans l'hypotheſe de la Terre ſphérique; car on m'auroit objecté avec raiſon, que cette différence n'eſt pas aſſés ſenſible dans les obſervations, pour qu'on puiſſe fonder là-deſſus aucune hypotheſe.

Mais comme tout le monde n'eſt pas informé de la préciſion que l'on peut apporter dans les obſervations qui ſervent à déterminer les longitudes, je me trouve ici obligé d'en rendre compte, de même que je l'ai fait pour les latitudes, ce qui ſervira de réponſe aux autres objections de la même

nature, mais encore plus frivoles, que l'Auteur du Journal a continué de faire dans le même Extrait.

On ſçait que la meilleure méthode, & la plus généralement reçue de tous les Aſtronomes, pour déterminer les longitudes, eſt celle où l'on employe les obſervations des éclipſes des Satellites de Jupiter. Ce ſont de petites Planetes du ſecond ordre, qui dans le cours de leurs révolutions, rencontrent l'ombre formée par le diſque de Jupiter à l'oppoſite du Soleil, & entrent dans cette ombre, de même que la Lune dans ſes Eclipſes, entre dans l'ombre de la Terre. On les voit diminuer peu à peu, & elles ceſſent entiérement d'être apperçûës lorſqu'il n'en reſte qu'une portion trop petite, pour qu'on puiſſe la diſtinguer par la lunette avec laquelle on les obſerve.

Auſſi a-t-on remarqué que plus les lunettes ſont grandes, plus le Satellite employe de temps à entrer dans l'ombre de Jupiter, ou à en ſortir; de ſorte que l'on en apperçoit plûtard l'immerſion & plûtôt l'émerſion, avec une différence qui peut monter dans le premier Satellite, à 30 ſecondes ou environ, dans deux lunettes de 16 & de 34 pieds d'égale bonté. Car dans les autres Satellites on y remarque encore plus de différence, à cauſe que leur mouvement ſe fait avec plus de lenteur.

Il en eſt de même des obſervations faites par différents Aſtronomes; ceux qui ont la vûë la meilleure, & y ſont les plus exercés, voyent ordinairement ces Satellites plûtard dans leur immerſion, & plûtôt dans leur émerſion; & il arrive même aſſés ſouvent que deux Obſervateurs qui ſont dans un même lieu, les apperçoivent tantôt plûtôt les uns que les autres, ſuivant la diſpoſition de l'œil, & que Jupiter ſe trouve plus ou moins près du centre de la lunette dans le tems de l'Eclipſe, ce qui cauſe ſouvent des différences de plus de 10 ſecondes d'heure, comme on le peut voir dans les Regiſtres de nos obſervations. S'il ſe trouve de pareilles différences entre des obſervations faites dans un même lieu où la diſpoſition de l'air eſt la même, que doit-on penſer de celles qui ſe font dans des lieux différents, où l'air pouvant avoir quelques degrés,

plus ou moins de ſérénité, cela doit influer ſur leur préciſion.

Auſſi aucun Aſtronome n'a-t-il jamais cru qu'on pût par ce moyen, déterminer les différences de Méridien avec une préciſion de plus de 10 ſecondes, à moins que ce ne ſoit par des obſervations réïterées, faites dans un temps fort ſerein & dans les circonſtances les plus favorables.

Quelle peut être donc la ſolidité d'une objection, fondée ſur une différence de 4 ſecondes d'heure, dans la diſtance en longitude de Paris à Montpellier, qui réſulte d'une ſeule obſervation des Satellites de Jupiter, & à laquelle j'aurois pu répondre par les propres paroles de l'Auteur, *que l'erreur du moins peut aiſément être attribuée aux obſervations qui ont ſervi à déterminer la longitude.* Mais nonobſtant un aveu ſi ſincere, il ne laiſſe pas de continuer ſes objections ſur le même principe, tirées des diſtances à la Méridienne encore plus petites, de Calais, Dunkerque, Bourges, & Vouzon, comparées avec les obſervations de leur longitude. La premiére de ces diſtances n'eſt que de 17436 toiſes, la ſeconde de 1414, la troiſiéme de 2358, la quatriéme de 10788; & il en conclut des abſurdités les unes pires que les autres; mais ſur qui doivent retomber ces abſurdités? Eſt-ce ſur des obſervations de différente nature, que l'on ne peut pas raiſonnablement comparer enſemble dans d'auſſi petites diſtances que celles qui ſont rapportées; ou bien ſur la concluſion qu'il en tire, *qu'on ſeroit porté à croire que la Méridienne décline un peu vers l'Occident dans ſa portion ſeptentrionale, puiſque les degrés qu'il y a depuis Calais à la Méridienne ſont exceſſivement petits, & que ceux de Dunkerque à la Méridienne, qui ſont à l'Orient, ſe trouvent exceſſivement grands!*

Auſſi me permettra-t-il de ne pas ſouſcrire à de pareilles concluſions, non plus qu'à celles qui ſont répanduës dans tout l'Extrait, qu'on ne ſçauroit tirer aucunes lumiéres de toutes ces obſervations, & que tout ce qu'on en peut bien conclurre, c'eſt qu'il y a quelque erreur dans les meſures terreſtres ou céleſtes; car il ſuffira de lui répondre que ces diſtances meſurées géometriquement, ſont trop petites pour être

comparées aux obſervations aſtronomiques, faites pour déterminer les longitudes, que l'on ſçait ne pouvoir être employées utilement que dans des lieux fort éloignés les uns des autres, parce que plus les diſtances ſont grandes, plus l'erreur eſt petite ſur chaque degré.

C'eſt par cette raiſon que je ne ſuis pas du ſentiment qui ſe trouve dans l'extrait de la lettre de M. Poleni, *que pour réſoudre cette queſtion, il ſuffit de meſurer un degré de latitude & un de longitude.*

Dans les derniers Voyages que nous avons faits, par ordre du Roy, en 1733 & en 1734, pour prolonger le parallele de Paris juſqu'aux extrémités occidentales & orientales du Royaume, nous avons meſuré un intervalle de $4^{d}\frac{1}{2}$ en longitude du côté de l'Occident, & de près de $5^{d}\frac{1}{2}$ du côté de l'Orient.

Les opérations géométriques comparées avec les différences de longitude déterminées, il y a pluſieurs années, par les plus excellents Aſtronomes de notre temps, ſe ſont toutes accordées à donner les degrés en longitude, plus petits que dans l'hypotheſe ſphérique; d'où il réſulte que la Terre eſt encore plus allongée vers les Poles que je ne l'avois déterminée par les opérations de la Méridienne. Cependant je n'ai pas crû devoir encore regarder ces obſervations comme une preuve de mon ſentiment, & je me ſuis contenté, dans le compte que j'en ai rendu en dernier lieu à l'Académie, de dire que ſi toutes ces obſervations qui concourent enſemble pour donner à la Terre, la figure d'une ellipſe allongée vers les Poles de la Terre, n'en doivent pas être regardées comme une preuve complette, elles doivent être du moins d'un très-grand préjugé en faveur de cette opinion.

Je finirai ma réponſe par la derniére objection de l'Auteur du Journal, qui remarque *que ſi on compare les obſervations que M. Picard avoit faites de Malvoiſine à Sourdon, avec la continuation de ces obſervations depuis Sourdon juſqu'à Dunkerque, on trouvera 86 toiſes de différence dans les valeurs de ces deux degrés conſecutifs, au lieu de 31 toiſes que M.rs de*

l'Académie ſuppoſent; & qu'enfin une preuve ſenſible qu'il y a eû quelque erreur, c'eſt que la baſe que l'on avoit empruntée de ces opérations de M. Picard, ne s'eſt pas accordée avec la baſe meſurée à Dunkerque, puiſqu'on a été obligé de choiſir entre les triangles de M. Picard, ceux qui donnoient les moindres longueurs, quoique M. Picard les eût rejettées ſans doute, comme moins certaines.

Je pourrois répondre à la premiére partie de cette objection, qu'elle eſt favorable au ſyſteme de la Terre allongée vers les Poles, & qu'elle ne prouve autre choſe, ſi ce n'eſt qu'elle l'eſt encore plus que je ne l'ai déterminée, ce qui paroît conforme aux obſervations faites en dernier lieu ſur le parallele de Paris. Mais il faut convenir de bonne foi que les diſtances employées dans cette recherche, de Malvoiſine à Sourdon, & de Sourdon à Dunkerque, ſont trop petites pour en déduire des conſéquences avec quelque certitude, puiſqu'il ſuffit de ſuppoſer une erreur d'une ou deux ſecondes, tant dans les obſervations de M. Picard que dans les nôtres, pour faire cette différence.

Enfin pour ce qui eſt de la baſe meſurée à Dunkerque, que l'Auteur remarque ne s'être pas trouvée s'accorder avec celle de M. Picard, ce qui m'a obligé de choiſir entre les triangles de M. Picard, ceux qui donnent les moindres longueurs, je conviens du fait, mais il me ſemble qu'on ne me peut pas reprocher d'avoir choiſi entre deux ſuites de triangles, ceux que j'ai trouvé s'accorder le mieux à mes opérations, avec d'autant plus de raiſon que c'étoient les triangles que M. Picard avoit nommés principaux, & dont tous les trois angles avoient été obſervés, ce qui ſembloit leur devoir donner une grande préférence. Mais les petites différences que j'y ai remarquées, ne donnent point atteinte à l'excellence de cet ouvrage qui eſt le premier dans ce genre, qui ait été fait avec toute la préciſion dont les plus habiles Aſtronomes ſont capables.

M. Picard n'avoit pas tenu compte dans ſes obſervations, de la refraction, parce que de ſon temps, on ne croyoit pas

qu'elle s'étendît à d'auſſi grandes hauteurs que celles des Etoiles qu'il y avoit employées, ce qui diminuë réellement la meſure de ſes degrés. Il convient lui-même que nonobſtant toute l'exactitude poſſible, il ne pouvoit pas répondre de 2″ ſur chaque obſervation. En voilà beaucoup plus qu'il eſt néceſſaire pour concilier ſes opérations avec les nôtres. Mais j'ai crû qu'il ne convenoit pas de lui attribuer une pareille erreur, quoique fort petite, ſans aucun fondement, plûtôt que de faire voir qu'en faiſant quelque choix entre ſes obſervations, nous nous trouvions d'accord aſſés parfaitement.

Après tout ce que je viens d'expoſer, je ne crois pas que le Public, & encore moins les Sçavants, tombent d'accord de la concluſion de l'Auteur du Journal que j'ai inſerée au commencement de cette Réponſe, ſur le peu d'accord entre la plûpart des obſervations que M.rs de l'Académie ont faites en divers endroits du Royaume, & ſur le peu de fonds que l'on en doit faire pour décider la queſtion ſur la grandeur des degrés.

Je me donnerai cependant bien de garde, en entreprenant une défenſe ſi légitime, de tomber dans un excès contraire, de ſoûtenir que ces obſervations n'ont été ſuſceptibles d'aucunes erreurs. Elles ont toutes leur préciſion juſqu'à un certain degré; mais elles ne ſont pas exemptes des plus petites erreurs, tant de la part de ceux qui les ont faites, que des ouvriers qui ont conſtruit les inſtruments. C'eſt à la prudence des Aſtronomes d'en faire un juſte diſcernement, tant dans le choix des inſtruments, que dans la méthode de les employer, ce que l'on a eû ſoin de faire avec toute la préciſion dont on a été capable.

Je dois avertir ici que ſur ce qui m'avoit été rapporté de l'extrait du Journal que je n'avois pas encore entre les mains; j'ai fait calculer de nouveau, les diſtances de Collioure, Dunkerque, & de tous les autres lieux, tant à la Méridienne qu'à l'Obſervatoire, & qu'on les a trouvées préciſément de même que je les avois déterminées dans la meſure de la Terre. Un de mes amis avoit auſſi, il y a déja quelques années,

pris la peine de calculer tous les triangles qui y ſont employés, & m'en avoit communiqué quelques erreurs d'impreſſion, ou de tranſpoſitions de chiffres; mais aucune ne tombe ſur le réſultat des meſures que j'ai concluës, comme on peut s'en aſſûrer par le rapport que j'ai crû devoir faire ici de ces erreurs, qui ſerviront d'*errata* pour ceux qui ont le livre entre les mains.

Fautes à corriger dans le Traité DE LA GRANDEUR ET DE LA FIGURE DE LA TERRE. *Suite des Mémoires de 1718.*

Page 55, *ligne* 19, 1re *colomne, liſés* HIR, *au lieu de* HRI.
59, 8, 2de *colomne, liſés* 11170. 2. *au lieu de* 17257. 3.
61, 6, 2de *col. liſ.* 17177. *au lieu de* 16782. 3.
19, 1re *col. liſ.* EF, *au lieu de* BF.
62, 5, 2de *colomne, liſés,* 14247. 4. *au lieu de* 14247. 7.
63, 27, *liſ.* 4189. *au lieu de* 6489.
65, 3, *liſ.* Neuvy-Pailloux, *au lieu de* Saint-André de Château-Roux.
6, *liſ.* 2398. *au lieu de* 6094.
7, *liſ.* 6094. *au lieu de* 2398.
22, *liſ.* Oriental, *au lieu d'*Occidental.
71, 26, 2de *col. liſ.* 29887. *au lieu de* 29987.
derniére, 2de *colomne, liſés,* 14061. 5. *au lieu de* 14601. 5.
76, 19, 1re *colomne, liſés,* 17426. 2. *au lieu de* 17246. 2.
12, 2de *col. liſ.* FG, *au lieu de* FO.
85, 24, 1re *col. liſ.* 47390. *au lieu de* 43790.
87, 18, 1re *col. liſ.* $N\mu Q$, *au lieu de* $NQ\mu$.
92, 14, *liſ.* 9289. *au lieu de* 4489.
15, *liſ.* 4489. *au lieu de* 9289.
27, *liſ.* Sud, *au lieu de* Nord.

Page 95,

Page 95, ligne 31, *lis.* 3708. *au lieu de* 11657.
32, *lis.* 11657. *au lieu de* 3708.
96, 24, *lis.* 21 Or. *au lieu de* 21 Occ.
97, 13, *lisés*, Signal du Nord, *au lieu du* Signal du Sud.
15, *lisés*, Signal du Sud, *au lieu du* Signal du Nord.
133, *dern.* 1re *colomne*, *lisés*, 5521. 2. *au lieu de* 13116.
200, 4, *lis.* 5814. *au lieu de* 6814.
10, *lis.* 5814. *au lieu de* 6814.
206, 5, 2de *colomne*, *lis.* 60. 59. 55. *au lieu de* 50. 59. 55.
dern. lis. SaT, au lieu de aTS.
207, 4, *lis. aT, au lieu de Ra.*
208, 3, 1re *col. il faut mettre entre la* 3me *&* 4me *ligne*, au Triangle *SVY.*
210, 1, *lis.* 7723. *au lieu de* 2332.
2, *lis.* 2332. *au lieu de* 7723.
214, 19, *lis.* du Signal des Dunes à Furnes, *au lieu de* Dunquerque à Furnes.
216, 15, *lis.* Bapaumes 18904. 4. Or. *au lieu de* Bapaumes 18904. 4. Occ.
19, *lis.* Bonniéres 2896. 5. Occ. *au lieu de* Bonniéres 2896. 5. Or.
305, 5, *lis.* $44^{d}\,29'\,20''$, *au lieu de* $44^{d}\,49'\,20''$.

FIN.